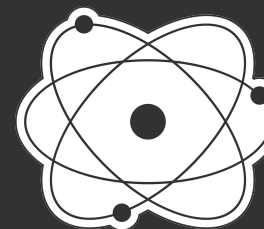




# Задача трех тел

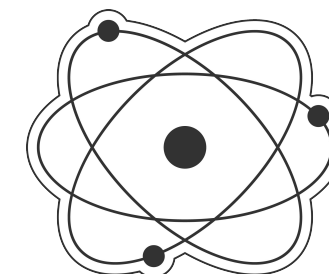
Подготовили:

Чапаев Георгий, Вишневская Наталья,  
Смирнова Александра





## Задача трех тел в массовой культуре



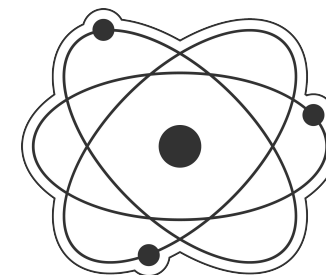


## Почему это тяжело, когда у тебя 3 солнца?

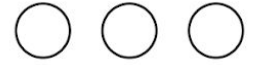
**1. Эра порядка:** В этой фазе, когда два солнца находятся в стабильной конфигурации, условия на Трисолярисе более-менее стабильны, что позволяет цивилизации развиваться. Однако такая стабильность временная, и трисоляриане осознают, что она может закончиться в любой момент.

**2. Эра хаоса:** В это время условия становятся крайне нестабильными, вызывая резкие изменения температуры и катастрофические природные явления. Периоды хаоса могут длиться долго, и трисоляриане вынуждены адаптироваться к ним, что влияет на их общество и культуру.

**Несмотря на попытки решить задачу трёх тел, точные предсказания движений солнц оставались невозможными.**

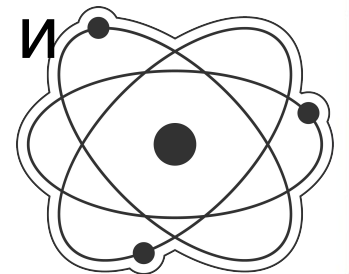


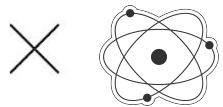




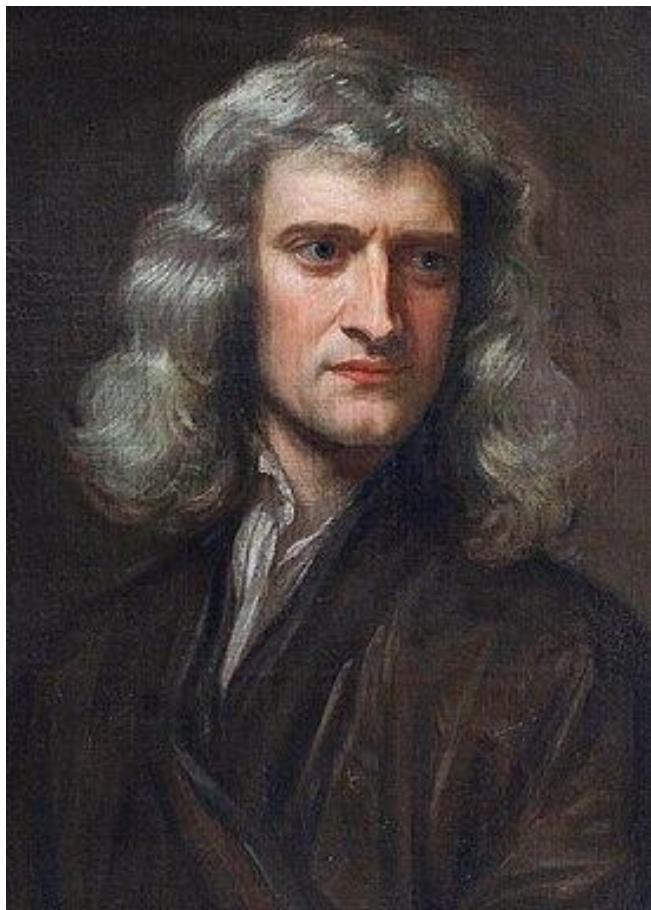
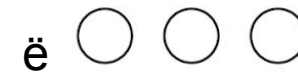
# Задачи

- Изучить физическую, математическую модель взаимодействия нескольких тел в гравитационном поле
- Разобранную модель представить в виде системы дифференциальных уравнений
- Используя известные численные методы решить составленную систему на Python
- Визуализировать траектории движения трех тел для различных соотношений масс. Показать устойчивые и неустойчивые решения





## История исследования задачи



Исаак Ньютон



Жан Лерон Д'Аламбер



Алексі Клод Клеро





## Закон всемирного тяготения

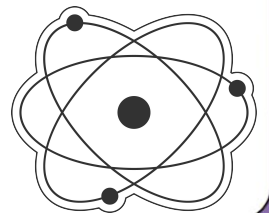
$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

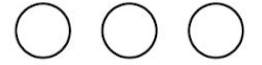
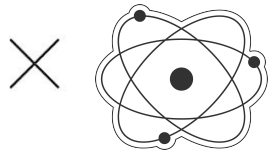
## Второй закон Ньютона

## Закон всемирного тяготения (векторная форма)

$$\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^3}\vec{r}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$



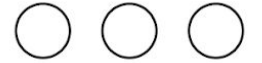
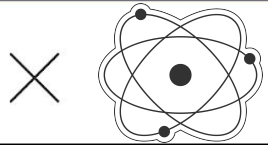


$$\vec{a} = -\frac{Gm}{r^3}\vec{r}$$

Формула ускорения

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{Gm}{r^3}\vec{r}$$

Нужная нам формула

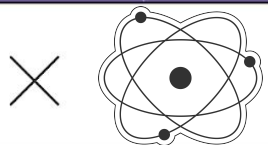


$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}_1 &= -Gm_2 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} - Gm_3 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|^3}, \\ \ddot{\mathbf{r}}_2 &= -Gm_3 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|^3} - Gm_1 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}, \\ \ddot{\mathbf{r}}_3 &= -Gm_1 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|^3} - Gm_2 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2|^3}.\end{aligned}$$

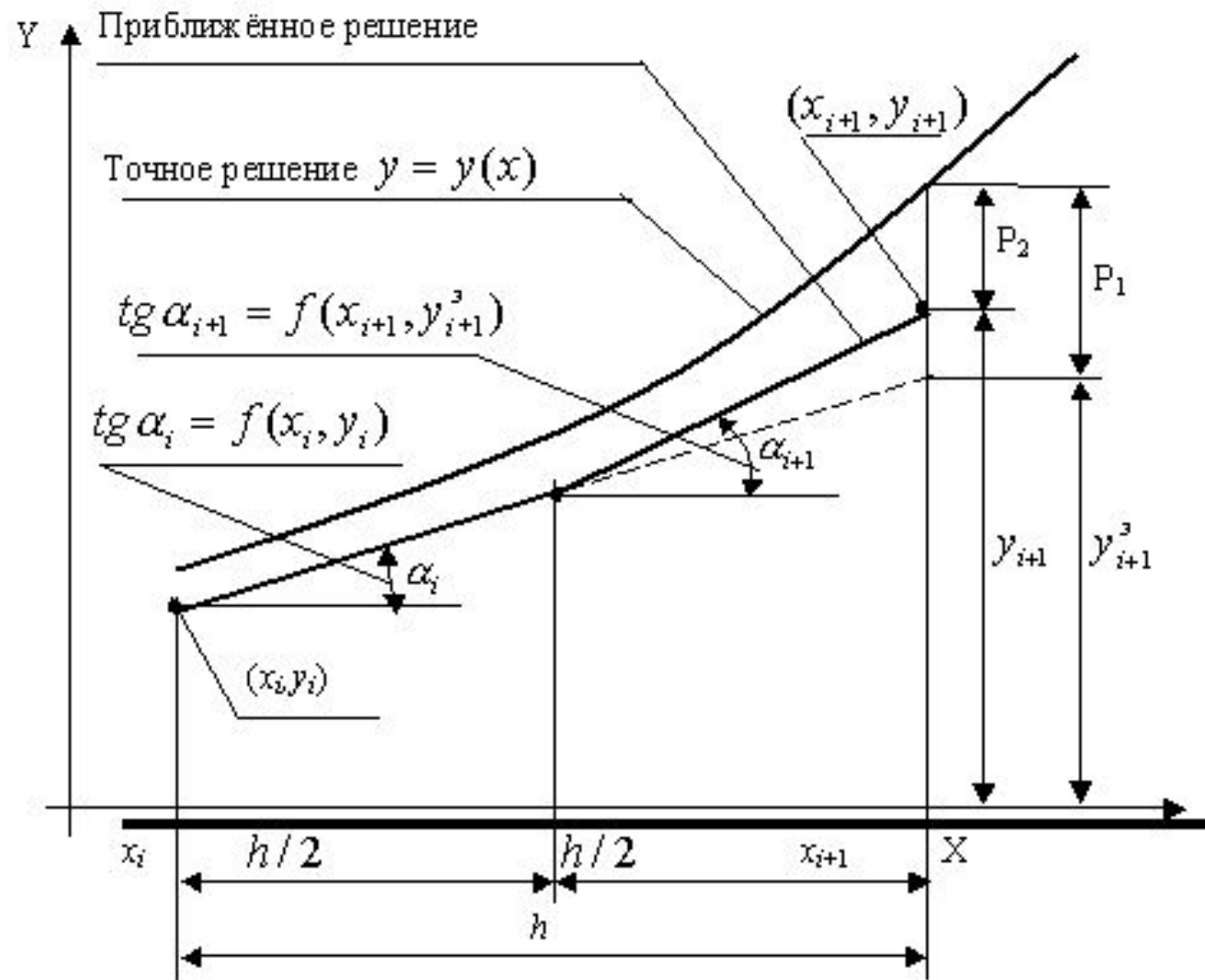
Общая система уравнений

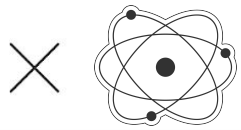
для задачи трех тел в векторной форме



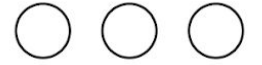


# Численный метод: схема Эйлера





# Программный код



**Инструменты:** Google Colab  
**Библиотеки:** matplotlib, numpy

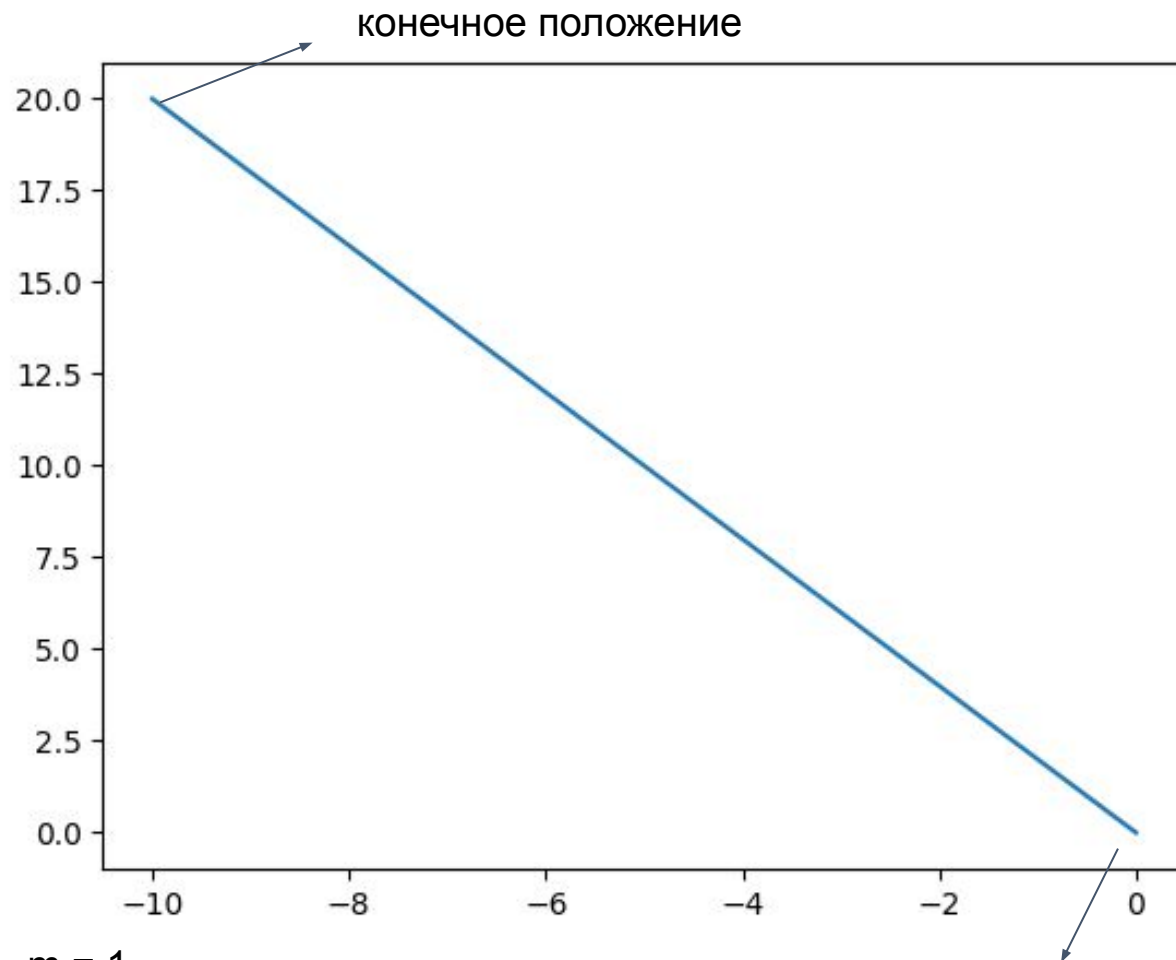


**Задачи:** реализовать вычисления радиус-векторов, визуализировать их

**Подзадачи:**

- 1 тело: равномерное движение + визуализация
- 2 тела: гравитационное взаимодействие + визуализация
- 3 тела: гравитационное взаимодействие + визуализация + анимация
- Верификация : законы сохранения в системе центра масс

## ✕ Равномерное: тест ○ ○ ○



$m = 1$   
 $t = 10$   
 $v_x = -1; v_y = 2$

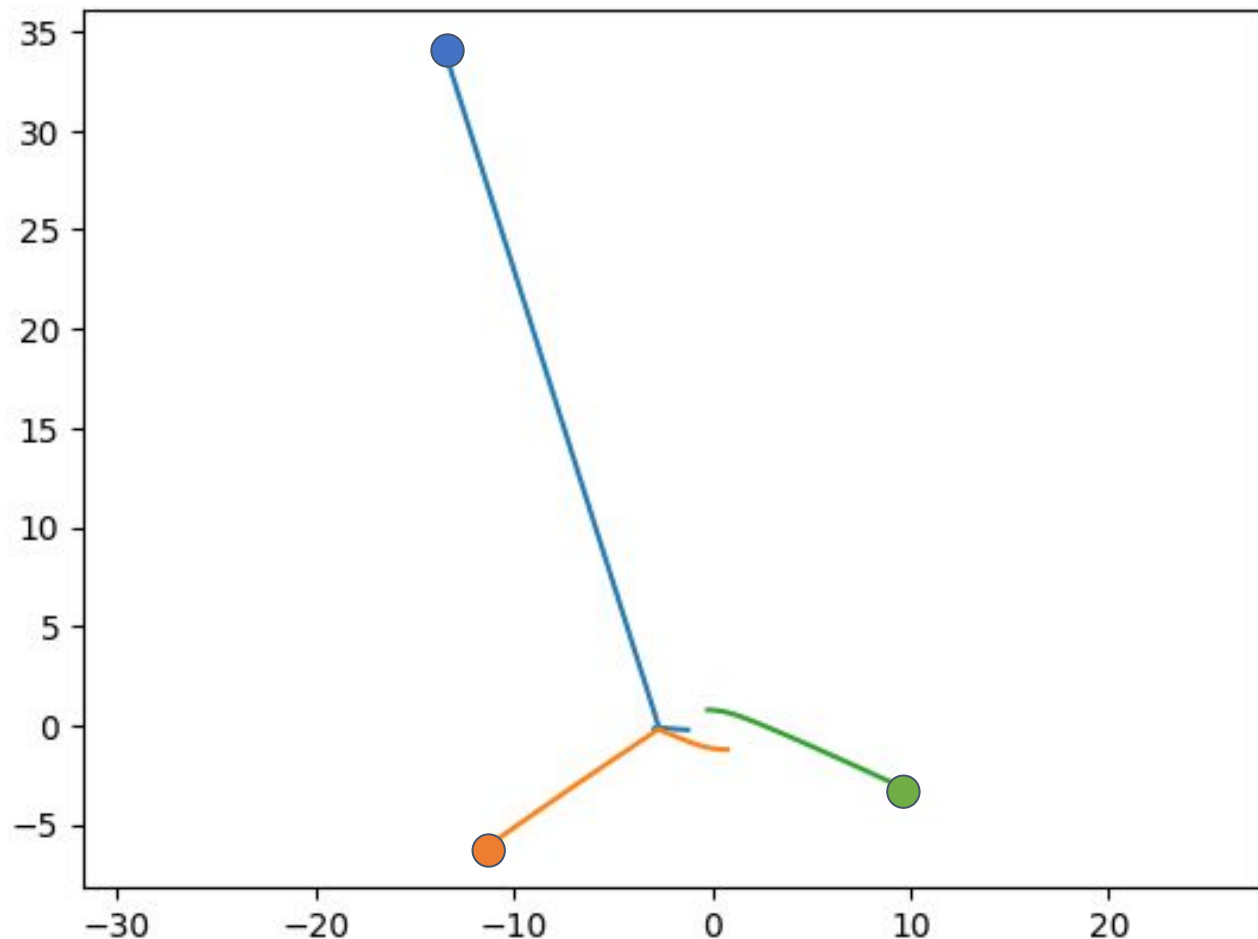
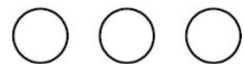
## ✕ Параметры ○ ○ ○

$m = 1$   
 $t = 10$   
 $v_x = -1; v_y = 2$   
 $G = 1$





## Траектории



## Параметры



$dt = 0.001$

$G = 1$

$m1 = 1$

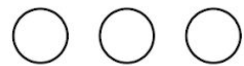
$m2 = 3$

$m3 = 5$

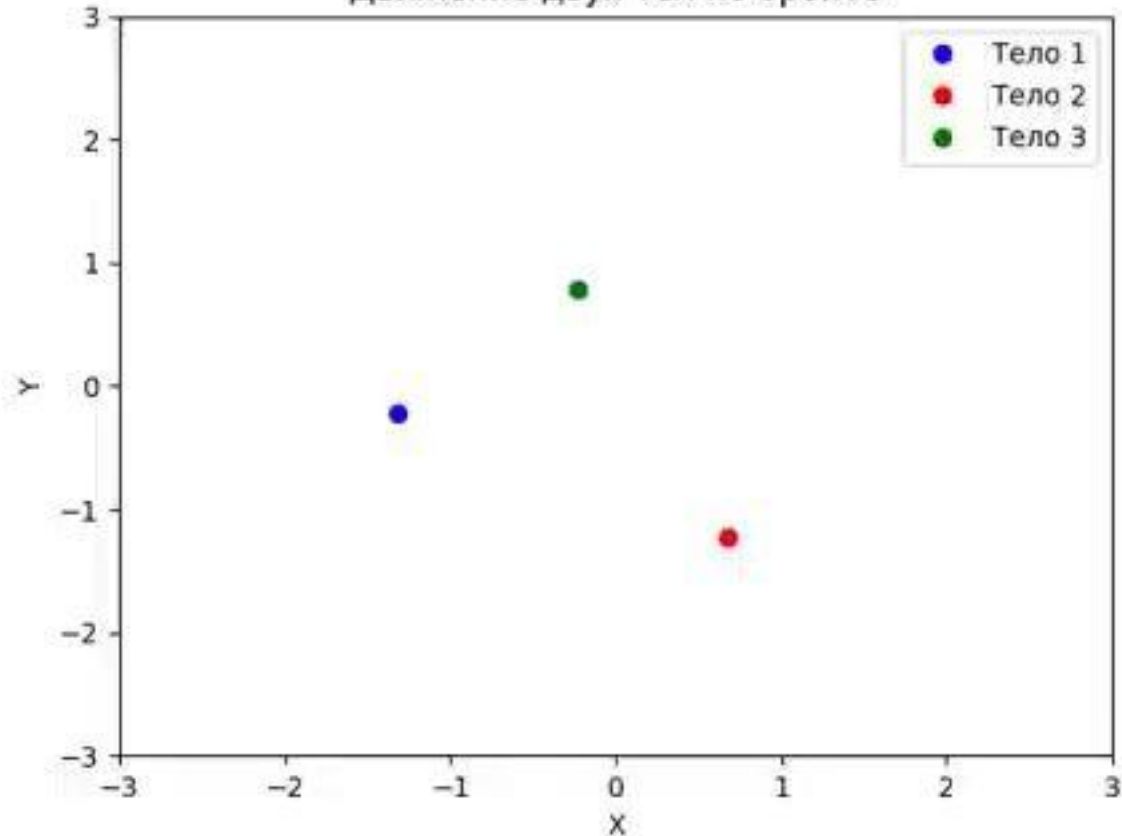
$TOTAL\_TIME = 10$



## Анимация



Движение двух тел по орбите



## Параметры



$dt = 0.001$

$G = 1$

$m1 = 1$

$m2 = 3$

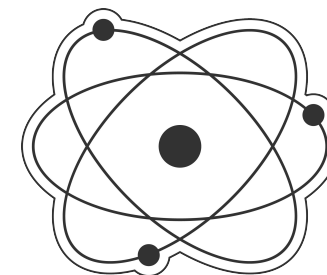
$m3 = 5$

$TOTAL\_TIME = 10$



Посмотрим, как будет вести себя  
система при небольшом изменении.

Разберем на примере орбиты Брука





## ✕ Идеальная система ○ ○ ○

$dt = 0.001$

$G = 1$

$m1 = 1$

$m2 = 1$

$m3 = 1$

$TOTAL\_TIME = 5.4 * 2$



## ✕ Близкая к ней ○ ○ ○

$dt = 0.001$

$G = 1$

$m1 = 0.8$

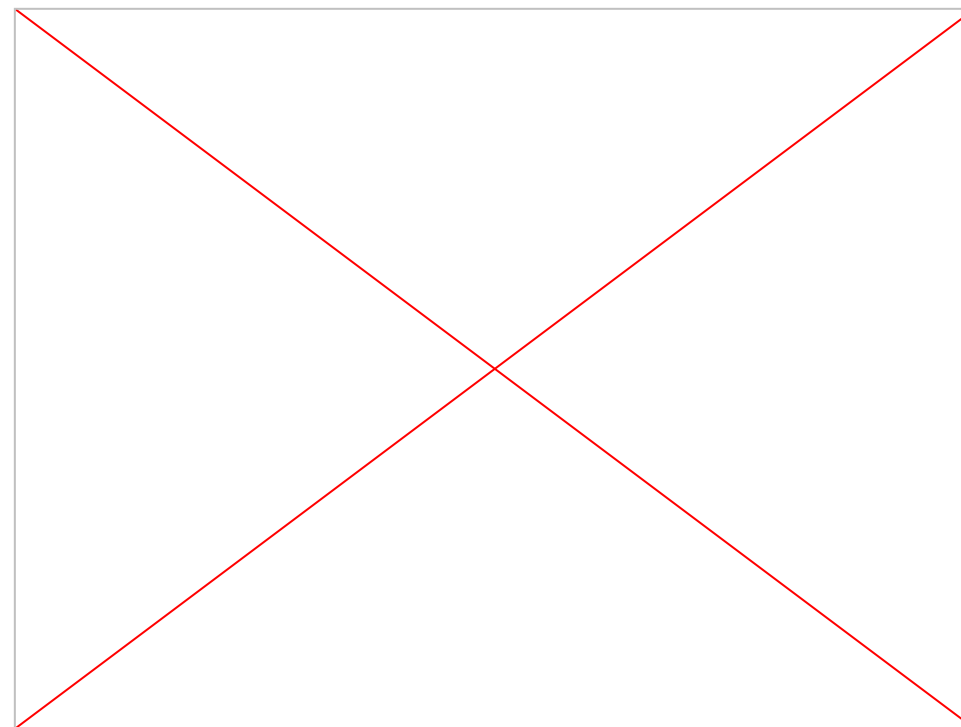
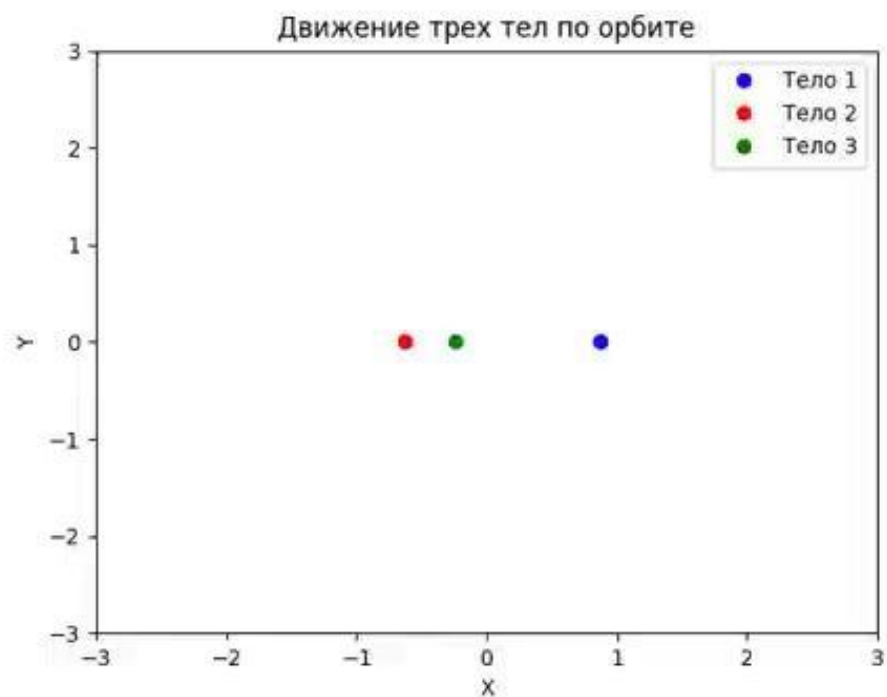
$m2 = 1$

$m3 = 1$

$TOTAL\_TIME = 5.4 * 2$

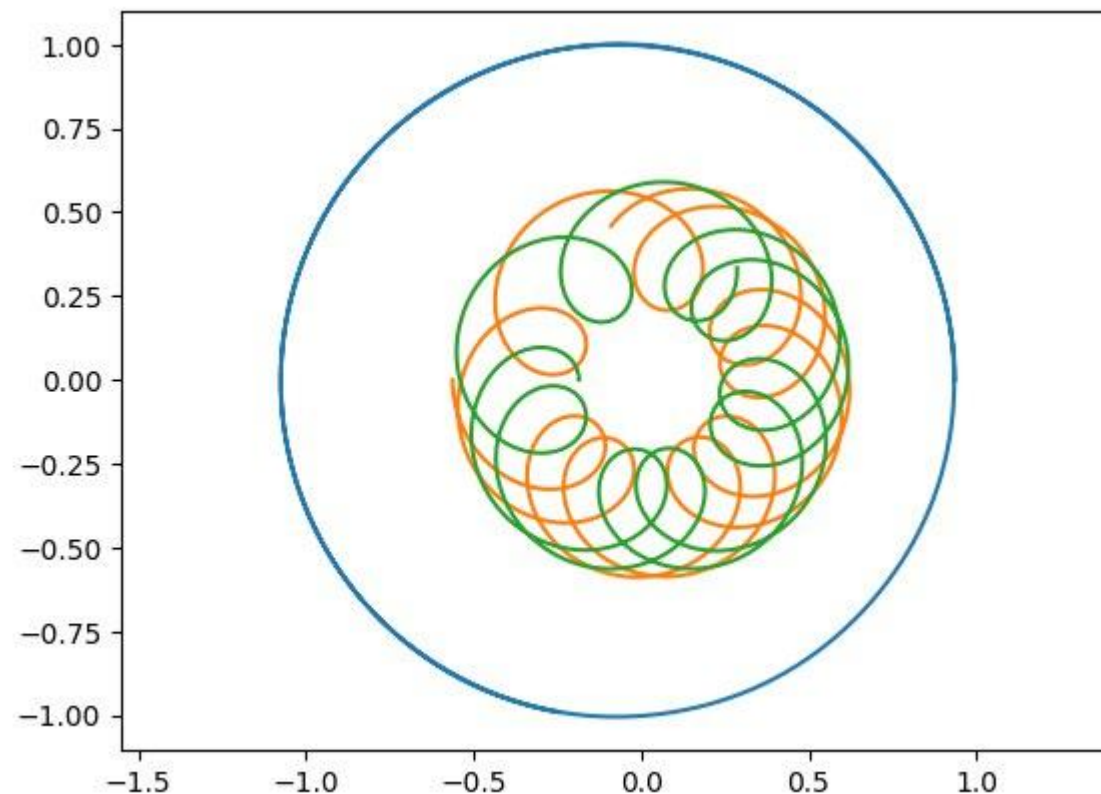
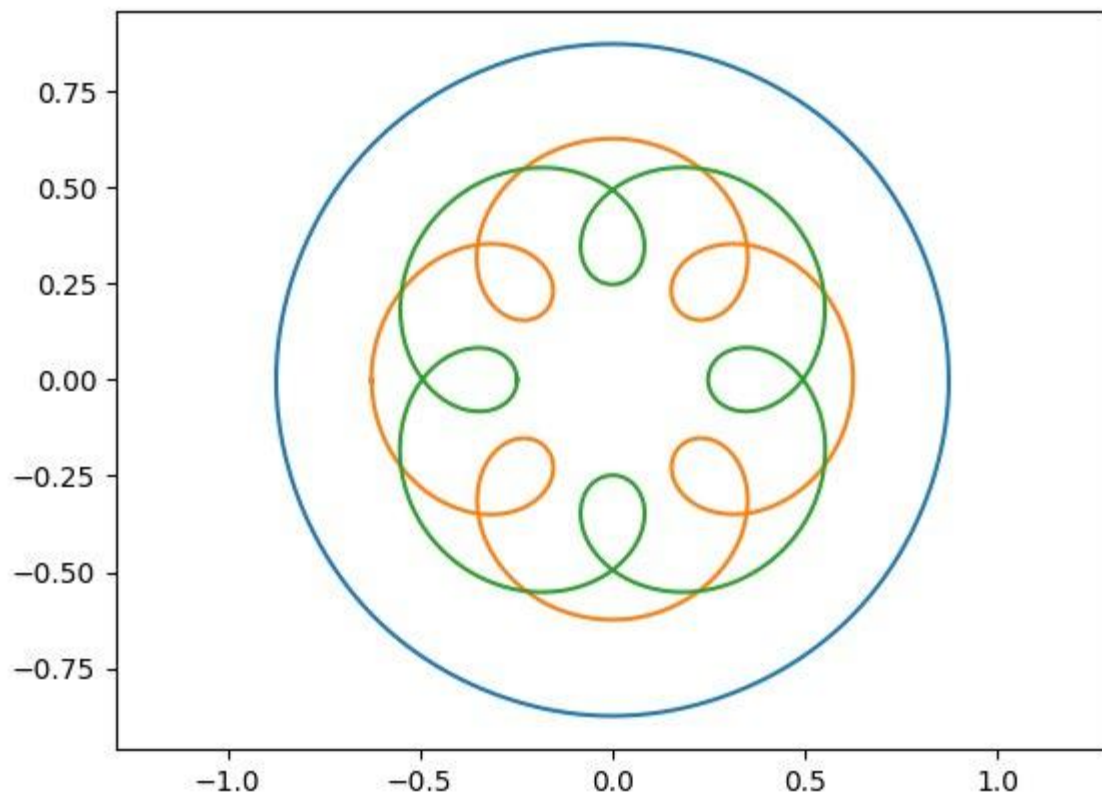


# Сравнение систем





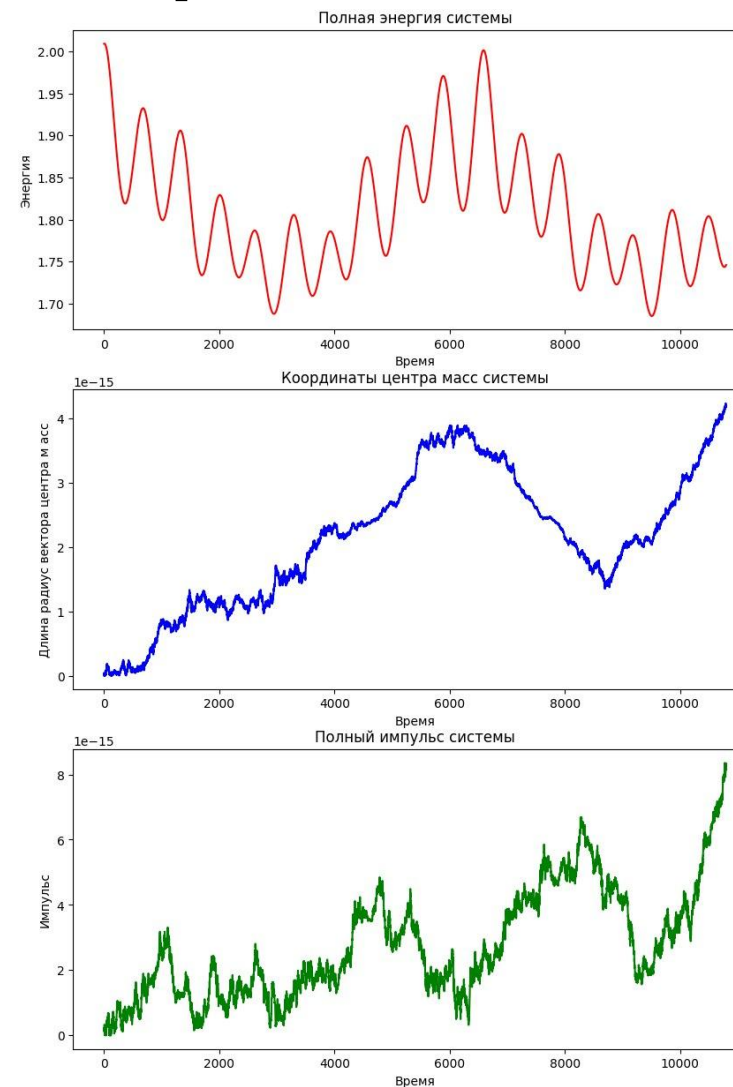
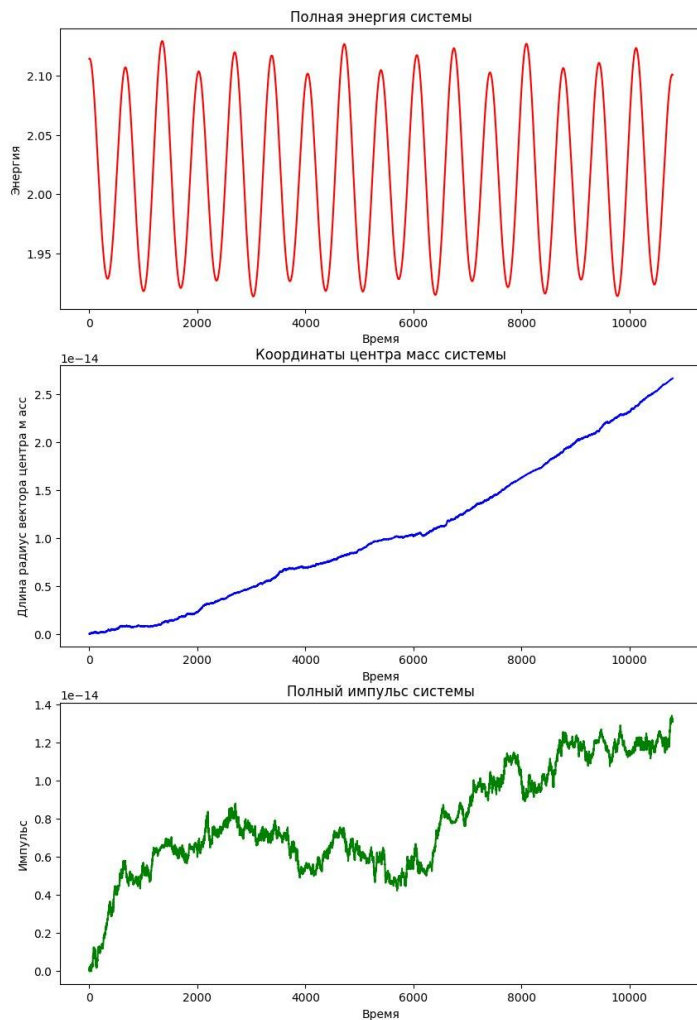
# Траектории систем





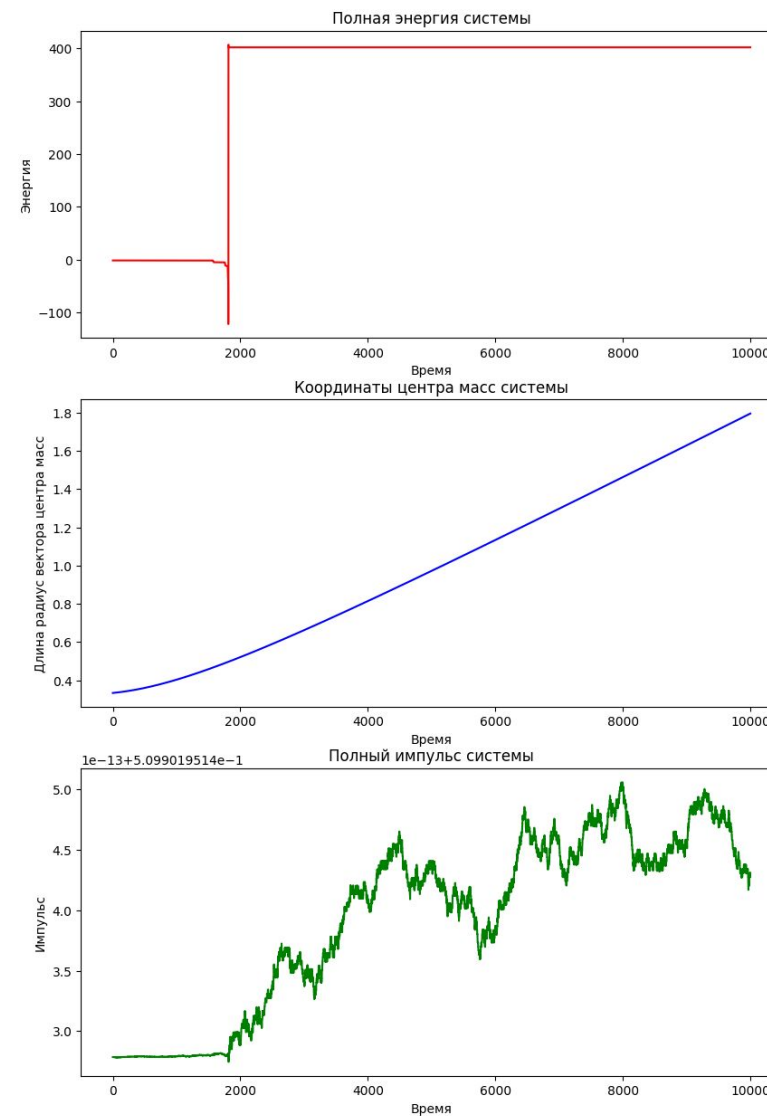
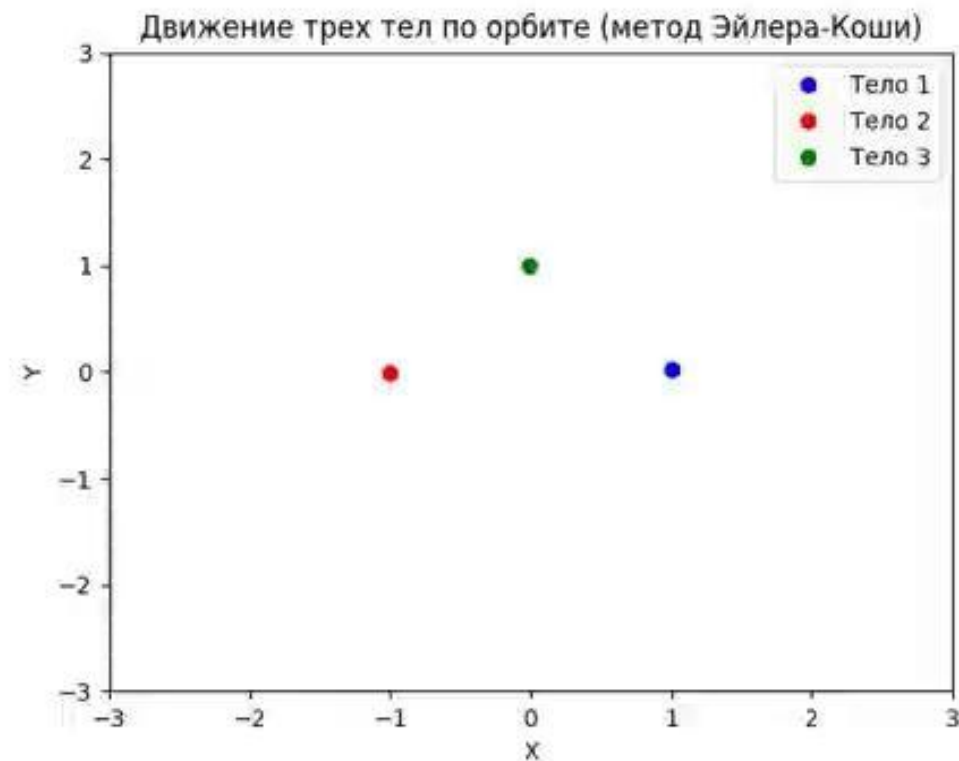


# Проверка законов сохранения





# Метод Эйлера-Коши



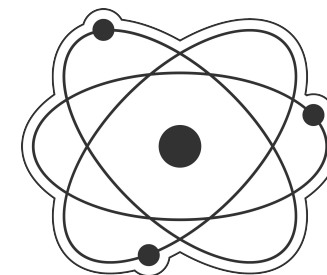


## Итоги

- ❑ узнали про схему Эйлера, схему Эйлера-Коши, верификацию по законам сохранения
- ❑ реализовали вычисления координат
- ❑ научились визуализировать и анимировать данные
- ❑ изучили устойчивые и неустойчивые системы трех тел

## Перспективы развития

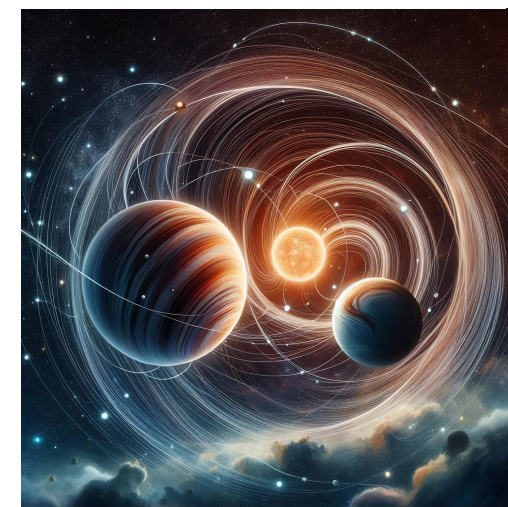
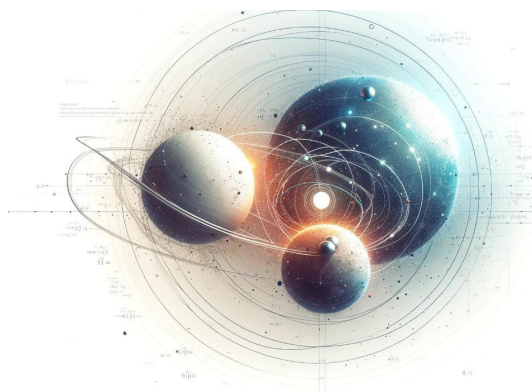
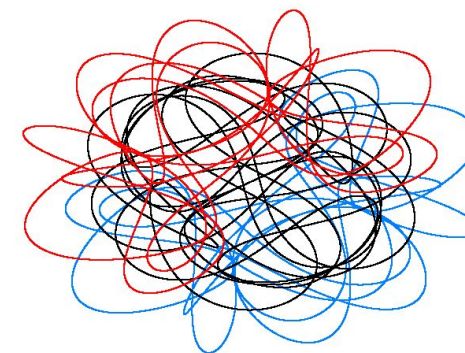
- ★ подключить к коду графическую библиотеку для ввода данных
- ★ улучшить текущую реализацию модификации Эйлера
- ★ построить другие орбиты







# Спасибо за внимание!



Контакты: @my\_public\_name, @shurhaaaa, @TochnoNeAyanamiRey