# Métodos Estatísticos
# Capítulo 6

## Resumos e exemplos



## Exercícios

# Capítulo 6 - teste de hipótese

(1) Formular as hipóteses.

$H_0$ : hipótese base VS $H_1$ : hipótese alternativa.

(1.1) Especificar o nível de confiança $\alpha$ ("confiança" $1-\alpha$).

(2) Escolher a estatística de teste adequada, no pressuposto de $H_0$ ser verdadeiro.

(3) Determinar a região crítica (R.C.)

$$P(T \in RC) = \alpha \Leftrightarrow P(T \notin RC) = 1-\alpha$$

(4) Calcular o valor observado da estatística de teste.

(5) Rejeitar ou não rejeitar hipótese $H_0$.

↳ Rejeitar $H_0 \Rightarrow$ Aceitar $H_1$

1) (1) $H_0 : \mu = 40\,000$ km VS $H_1 : \mu > 40\,000$ km

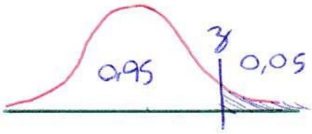
(1.1) nível de significância $= \alpha = 0{,}05$

(2) $\sigma$ é desconhecido

$$T = \sqrt{n}\,\frac{\overline{X}-\mu}{S} \overset{\cdot}{\sim} N(0,1)$$

$n = 31$ ; $\bar{x} = 43\,200$ km ; $s = 8000$ km

(3)




$RC = ]z, +\infty[ \Rightarrow P(T < z) = 0{,}95 \Leftrightarrow z \simeq 1{,}65$

| z | 0,04 | 0,05 |
|---|---|---|
| 1,6 | 0,9495 | 0,9505 |

procurar na tabela.
Como não existe igual utilizar o mais próximo

$RC = ]1{,}65 ; +\infty[$

(4) $$t_{obs} = \sqrt{31}\,\frac{43\,200 - 40\,000}{8000} \simeq 2{,}2271$$

(5) Como $t_{obs} \in RC$, ao nível de 0,05, rejeitamos $H_0$ e aceitamos $H_1$

2) $X$ = "Resistência à compressão do material", $X \sim N(5{,}18;\ 0{,}25)$

$\mu = 5{,}18$ $\quad \sigma^2 = 0{,}0625 \rightarrow \sigma = \sqrt{0{,}0625} = 0{,}25$

$n = 12 \rightarrow \bar{x} = 4{,}95$;

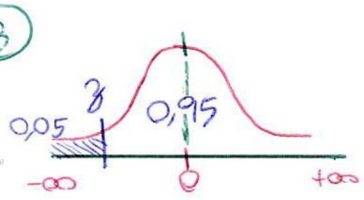
1) $H_0: \mu = 5{,}18$ vs $H_1: \mu < 5{,}18$

1.1) $\alpha = 0{,}05$; $n = 12$;

$\hookrightarrow 1 - \alpha = 0{,}95$

2) $\sigma$ conhecido $\rightarrow T = \sqrt{n}\,\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

3)




$z \in \mathbb{R}: P(T < z) = 1 - 0{,}05 \Leftrightarrow z \simeq 1{,}65 \Rightarrow -1{,}65$

| z | 0,04 | 0,05 |
|---|---|---|
| 1,6 | 0,9495 | 0,9505 |

(igual ao exe 1)

Como pedem para testar para valores $< \mu$, estamos na parte negativa da normal. Necessário inverter!

$RC = ]-\infty; -1{,}65[$

4) $T_{H_0} = \sqrt{12} \cdot \dfrac{4{,}95 - 5{,}18}{0{,}25} = -3{,}18697$

5) Como $T_{H_0} \in RC$, ao nível de 0,05, rejeitamos $H_0$ e aceitamos $H_1$

3) $n = 20$; $\sum_{i=1}^{20} x_i = 130{,}27$ ; $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 849{,}98$

$$\bar{x} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} x_i = \frac{130{,}27}{20} = 6{,}5135$$

$$s^2 = \frac{1}{19}\sum_{i=1}^{20} x_i^2 - \frac{20}{19}\bar{x}^2 = \frac{1}{19}\cdot 849{,}98 - \frac{20}{19}\cdot 6{,}5135^2 = 0{,}0772$$

$$s = \sqrt{0{,}0772} = 0{,}278$$

---

a) Teste para Media

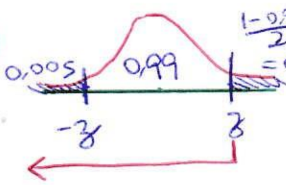
① $H_0: \mu = 6{,}3$ VS $H_1: \mu \neq 6{,}3$ Bilateral

$\mu < 6{,}3 \wedge \mu > 6{,}3$

$\alpha = 0{,}01$

assumir que $\mu = 6{,}3$ e Testar hipótese

② $\sigma$ desconhecido $\rightarrow T = \sqrt{n}\cdot\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sim t_{n-1} = t_{19}$

③ 


$P(T < z) = 0{,}995 \Rightarrow z = 2{,}861$

| $n \backslash P$ | 0,995 |
|---|---|
| 19 | 2,861 |

t-student

$RC = ]-\infty, -2{,}861[ \cup ]2{,}861; +\infty[$

④ $t_{obs} = \sqrt{20}\cdot\frac{6{,}5135 - 6{,}5}{\sqrt{0{,}0772}} = 3{,}4364$

⑤ Como $t_{obs} \in RC$, ao nível de significância 1%, rejeitamos $H_0$

---

b) Teste para desvio padrão

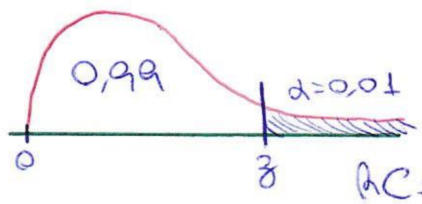
① $H_0: \sigma = 0{,}5$ v $H_1: \sigma = 1$ $\xrightarrow{\text{passar para variância}}$ $H_0: \sigma^2 = 0{,}5^2$ VS $H_1: \sigma^2 = 1^2$

$\boxed{H_1: \sigma^2 > 0{,}5^2}$

Se $H_0$ para 0,5, então $\sigma = 1$ é o mesmo que ser $> H_0$

$\alpha = 1\% = 0{,}01$

② $\mu$ desconhecido $\rightarrow T = \frac{n-1}{\sigma^2} S^2 \sim \chi^2_{n-1} = \chi^2_{19}$

③ 


$P(T < z) = 0{,}99$

$\Leftrightarrow z = 36{,}19$

| $n \backslash P$ | 0,99 |
|---|---|
| 19 | 36,19 |

$RC = ]36{,}19; +\infty[$

④ $t_{obs} = \frac{19}{0{,}5^2}\cdot 0{,}072^2 = 5{,}8672$

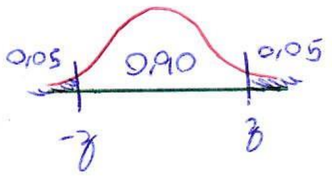
Como $t_{obs} \notin RC$, não podemos rejeitar $H_0$, ao nível de significância de 1%

4) $m=9 \quad \bar{x}=993{,}78 \quad s=11{,}29 \quad \sigma=12 \quad \alpha=0{,}10$

$X$ = "Encher embalagem com um certo produto"

$H_0: \mu=1000$ vs $H_1: \mu \neq 1000$

$$T=\sqrt{m}\,\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$




$P(-z<T<z)=0{,}90$

$\Leftrightarrow P(T<z)=0{,}95$

$\Leftrightarrow z \simeq 1{,}65$

| z | 0,04 | 0,05 |
|---|---|---|
| 1,6 | 0,9495 | 0,9505 |

$\simeq 0{,}95$

escolher um

$RC = ]-\infty; -1{,}65[ \cup ]1{,}65; +\infty[$

$$t_{obs}=\sqrt{9}\,\frac{993{,}78-1000}{12}=-1{,}555$$

Como $t_{obs} \in RC$, rejeitamos $H_0$ para 10% significância.

5) $X$ = "Comprimento médio de uma peça" $\quad \alpha=0{,}05$

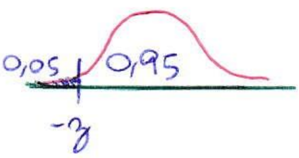
$\mu=2{,}5$ $\quad \sum_{i=1}^{26} x_i = 52 \quad \sum_{i=1}^{26}(x_i-\bar{x})^2=13$

$m=26$

$$\bar{x}=\frac{1}{26}\sum_{i=1}^{26} x_i=\frac{52}{26}=2 \qquad s^2=\frac{13}{25}=0{,}52 \rightarrow s=\sqrt{0{,}52}=0{,}721$$

$H_0: \mu=2{,}5$ vs $H_1: \mu<2{,}5$

$$\sigma? \rightarrow T=\sqrt{m}\,\frac{\bar{X}-\mu}{s} \sim t_{25}$$




$P(T<-z)=0{,}95$

$\Leftrightarrow z=-1{,}708$

| m\P | 0,95 |
|---|---|
| 25 | 1,708 |

$$t_{obs}=\sqrt{26}\,\frac{2-2{,}5}{\sqrt{0{,}52}} \simeq -3{,}54$$

Como $t_{obs} \in RC$, rejeitamos $H_0$ para 5% significância

6) $X$ = "Tempo diário, em horas, do uso de um computador"

$X \sim N(\mu, \sigma)$ $n=10$

a) $\sum_{i=1}^{10} x_i = 56 \rightarrow \bar{x} = \frac{56}{10} = 5,6$

$\sigma^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{129,6}{9} = 14,4$

b) (média)

$\sigma$ ? e $n=10 \rightarrow Z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{X}-\mu}{S} \sim t_9$

$P(-z < Z < z) = 0,95$

$\Leftrightarrow P(Z < z) = 0,975$

$\Leftrightarrow z = 2,262$

| n\P | 0,975 |
|---|---|
| 9 | 2,262 |

$-2,262 < \sqrt{n}\,\frac{\bar{X}-\mu}{S} < 2,262 \Leftrightarrow \bar{X} - 2,262\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 2,262\frac{S}{\sqrt{n}}$

$IAC_\mu(98\%) = \left]\bar{X} - 2,262\frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + 2,262\frac{S}{\sqrt{n}}\right[$

$IC_\mu(98\%) = \left]5,6 - 2,262\frac{\sqrt{14,4}}{\sqrt{10}} ; 5,6 + 2,262\frac{\sqrt{14,4}}{\sqrt{10}}\right[ = \left]2,8856 ; 8,3144\right[$

(desvio padrão)

$\sigma$ ? $\rightarrow Z = \frac{9}{\sigma^2} S^2 \sim \chi^2_9$

$P(z_1 < Z < z_2) = 0,95$

$P(Z < z_1) = 0,025 \Rightarrow z_1 = 2,7$

$P(Z < z_2) = 0,975 \Rightarrow z_2 = 19,02$

| n\P | 0,025 | 0,975 |
|---|---|---|
| 9 | 2,700 | 19,02 |

$2,7 < \frac{9}{\sigma^2} S^2 < 19,02 \Leftrightarrow \frac{9 \cdot S^2}{19,02} < \sigma^2 < \frac{9 \cdot S^2}{2,7}$

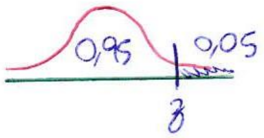
$IAC_{\sigma^2}(95\%) = \left]\frac{9 \cdot S^2}{19,02} ; \frac{9 \cdot S^2}{2,7}\right[$

$IC_{\sigma^2}(95\%) = \left]\frac{9 \cdot 14,4}{19,02} , \frac{9 \cdot 14,4}{2,7}\right[ = \left]6,814 ; 48\right[$

c) Para $\alpha = 0{,}05$

i) $H_0: \mu = 6$ vs $H_1: \mu > 6$

$\sigma ? \rightarrow T = \sqrt{n}\,\dfrac{\overline{X}-\mu}{S} \sim t_9$




$P(T < z) = 0{,}95$

$\Leftrightarrow z = 1{,}883$

| $n \backslash p$ | 0,95 |
|---|---|
| 9 | 1,883 |

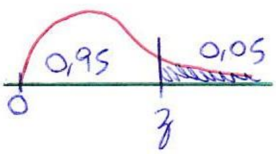
$RC = ]1{,}883 ; +\infty[$

$t_{obs} = \sqrt{10}\,\dfrac{5{,}6-6}{\sqrt{14{,}4}} = -0{,}(3)$

Como $t_{obs} \notin RC$, não podemos rejeitar $H_0$ para $\alpha = 0{,}05$

ii) $H_0: \sigma = 8$ vs $H_1: \sigma > 8$

$\sigma ? \rightarrow T = \dfrac{n-1}{\sigma^2} S^2 \sim \chi^2_9$




$P(T < z) = 0{,}95$

$\Leftrightarrow z = 16{,}92$

$RC = ]16{,}92 ; +\infty[$

| $n \backslash p$ | 0,95 |
|---|---|
| 9 | 16,92 |

$t_{obs} = \dfrac{9}{8^2} \cdot 14{,}4 = 2{,}025$

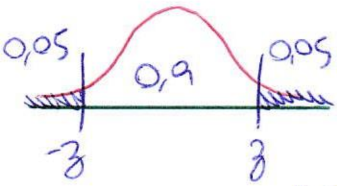
Como $t_{obs} \notin RC$, não podemos rejeitar $H_0$ para $\alpha = 0{,}05$

7) $X$ = "Peso médio de uma lata, em decagramas"

$n=100 \quad \bar{x}=15{,}97 \quad s=0{,}15$

$H_0: \mu=16 \quad vs \quad H_1: \mu \neq 16$

$\sigma\ ? \rightarrow T=\sqrt{n}\ \dfrac{\bar{x}-\mu}{s} \sim t_{99}$




$P(T<z)=(1-0{,}05)+0{,}05$

$\Leftrightarrow P(T<z)=0{,}95$

$\Leftrightarrow z \cong 1{,}660$

| $n \backslash p$ | 0,95 |
|---|---|
| 100 | 1,660 |

$\hookrightarrow \simeq 99$ (Tabela não tem 99)

$RC = ]-\infty; -1{,}660[ \cup ]1{,}660; +\infty[$

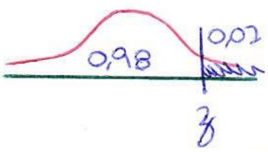
$t_{obs} = \sqrt{100}\ \dfrac{15{,}97-16}{0{,}15} = -2$

Como $t_{obs} \in RC$, rejeitamos Ho para $\alpha=0{,}01$

8) $X$ = "Renda média" $\quad \mu=750 \quad \sigma=50 \quad n=15 \quad \bar{x}=800$

$H_0: \mu=750 \quad vs \quad H_1: \mu>750$

$\sigma=50 \rightarrow T=\sqrt{n}\ \dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$




$P(T<z)=0{,}98$

$\Leftrightarrow z=2{,}06$

| $z$ | 0,06 |
|---|---|
| 2,0 | 0,9803 |

$RC = ]2{,}06; +\infty[$

$t_{obs} = \sqrt{15}\ \dfrac{800-750}{50} \simeq 3{,}873$

Como $t_{obs} \in RC$, rejeitamos Ho para $\alpha=0{,}02$