

## Zadanie:

Vypočítajte daný integrál so zadanou presnosťou  $\epsilon$  pomocou lichobežníkovej a Simpsonovej metódy. Koľko delení intervalu je potrebných pri jednotlivých metódach k dosiahnutiu požadovanej presnosti? Následne preveďte výpočty s využitím funkcií softvéru Octave `trapz` a `quadv`.

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^4+16}}, \quad \epsilon=0,0001$$

## Riešenie:

### 1. Lichobežníková metóda

Vzniká súčtom obsahov lichobežníkov na podintervaloch  $(x_{i-1}, x_i)$ :  $\frac{1}{2} \cdot h \cdot (f(x_{i-1}) + f(x_i))$ . Výsledkom je formula:

$$I = \frac{h}{2} (f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$$

### 2. Simpsonová metóda

Integráciou kvadratického interpolačného polynómu prechádzajúceho bodmi  $[a, f(a)]$ ,  $[1/2(a+b), f(1/2(a+b))]$ ,  $[b, f(b)]$  dostaneme:

$$I = \frac{b-a}{6} (f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b))$$

Pre párny počet dielikov  $n$  dostávame formulu:

$$I = \frac{h}{3} (f(x_0) + f(x_n) + 2(f(x_2) + \dots + f(x_{n-2})) + 4(f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})))$$

## Postup riešenia:

- Zadáme funkciu a naše hraničné hodnoty.
- Lichobežníková metóda
  - Vypočítame začiatočné  $IL_{nove}$  pre delenie  $n=1$  a začneme cyklus ktorý sa bude opakovať kým nebude dosiahnutá požadovaná presnosť  $10^{-4}$ .
  - Vnútri cyklu sa bude stále zväčšovať  $n$ , pomocou cyklu sa vytvorí vektor  $X$ , kde budú hodnoty  $x$  po delení, znova pomocou cyklu sa spočíta suma (zo vzorca) a na konci sa podľa vzťahu vypočíta  $IL_{nove}$ .
  - Vypíšeme hodnoty  $n$  a  $IL_{nove}$ .
- Simpsonova metóda
  - Kód funguje veľmi podobne ako pri Lichobežníkovej. Rozdiel je, okrem použitých vzťahov pre výpočet, v tom že  $n$  musí byť párne preto sa pridáva s krokom 2 a treba vypočítať 2 sumy pre zložky vektora  $X$  na párnych a na nepárnych miestach.
- Pomocou `trapz` a `quadv` nájdeme hodnoty integrálu.

## Výsledky:

Lichobežníková metóda:

Počet potrebných delení intervalu je  $n=11$ .

Hodnota integrálu je  $IL_{nove} = 0.346172634$ .

Simpsonová metóda:

Počet potrebných delení intervalu je  $n=3$ .

Hodnota integrálu je  $I_{Snove} = 0.346580066$ .

Hodnoty integrálu vypočítané pomocou trapz a quadv:

trapz = 0.346573048

quadv = 0.346574228

### **Záver:**

Hodnotu integrálu sa jednotlivými metódami podarilo úspešne nájsť. Pri lichobežníkovej metóde je na dosiahnutie potrebnej presnosti potrebných 11 delení intervalu, pri Simpsonovej 3.