

SE931 (C 51) : CONDUITE DU VOL DES AERONEFS

Etude du pilotage longitudinal d'un chasseur F 16¹



On considère un avion de combat F16 dont les caractéristiques sont données en annexe pour information. Le modèle linéaire longitudinal au point de vol considéré (Cf. annexe) est donné par la représentation d'état suivante :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1.9311\text{e-}002 & 8.8157\text{e+}000 & -3.2170\text{e+}001 & -5.7499\text{e-}001 \\ -2.5389\text{e-}004 & -1.0189\text{e+}000 & 0 & 9.0506\text{e-}001 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000\text{e+}000 \\ 2.9465\text{e-}012 & 8.2225\text{e-}001 & 0 & -1.0774\text{e+}000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1.7370\text{e-}001 \\ -2.1499\text{e-}003 \\ 0 \\ -1.7555\text{e-}001 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 5.7296\text{e+}001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.7296\text{e+}001 \end{bmatrix}$$

Les 4 composantes du vecteur d'état sont $[\mathbf{v} \ \alpha \ \theta \ q]^T$.

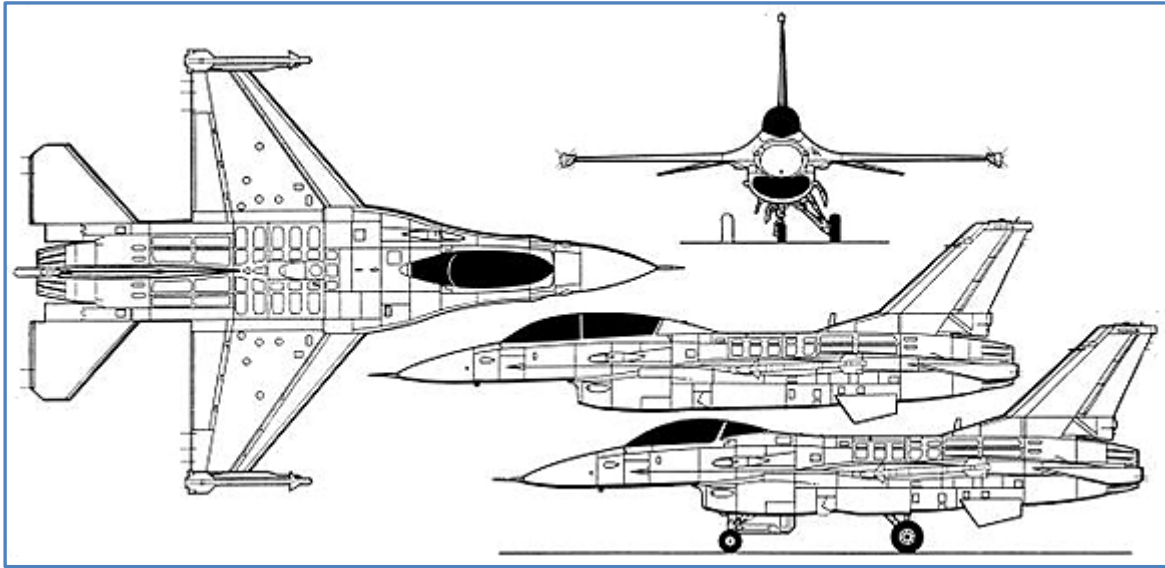
¹ Cette étude est issue de l'ouvrage « Aircraft Control and simulation » par Lewis, Stevens & Johnson (3e 2016 - 764p) édité par John Wiley & Sons, (Cf. Example 4.4-1 page 289).

La commande est l'angle de braquage δm de la gouverne de profondeur.

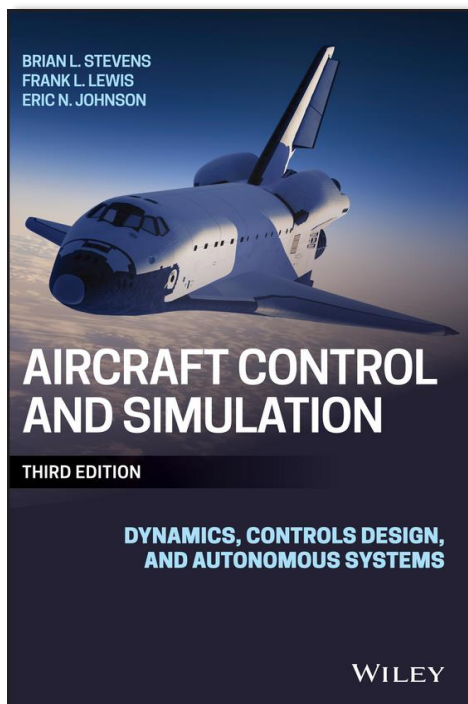
ATTENTION : Avec ce modèle, la vitesse v est exprimée en ft/s , l'incidence α et l'assiette θ en radians, la vitesse de tangage q en radians/s, et le braquage de la gouverne de profondeur δm en degrés. Ceci étant, il convient de réfléchir au contenu et à la structure de la matrice C .

Les signaux de sortie de la matrice C sont les valeurs obtenues en sortie des capteurs (sonde d'incidence pour α_m et gyromètre pour q_m). En sortie de la sonde α_m s'exprime en degré et en sortie du gyromètre la vitesse de tangage q_m est donnée en $^\circ/\text{s}$. Pour éviter toute confusion nous noterons les valeurs mesurées :

$$\begin{bmatrix} \alpha_m(^{\circ}) \\ q_m(^{\circ}/\text{s}) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} v(\text{ft/s}) & \alpha(\text{rad}) & \theta(\text{rad}) & q(\text{rad/s}) \end{bmatrix}^T$$



Ouvrage conseillé :



Objectifs du BE n°2 :

- Consolidation des connaissances en Automatique et Mécanique du vol
- Etude des modes naturels du mouvement longitudinal d'un avion de combat F16.
- Amélioration de la stabilité par des boucles de commande adaptées (SAS et CAS)
- Application des notions d'analyse et de synthèse vues en cours d'Automatique classique :
 - Représentation d'état et commande modale ;
 - Lieu d'Evans
 - Régulateur de type CRP et PI
 - Analyse temporelle et fréquentielle ...
- Exploitation du logiciel de calcul et de simulation (Matlab Simulink)

Ce BE est suivi d'un projet qui fera l'objet d'un rendu selon des modalités particulières à préciser.

<https://www.amazon.com/Aircraft-Control-Simulation-Dynamics-Autonomous-ebook/dp/B016F6CWQM>

A. AVION NATUREL

1. Former l'objet Matlab :

```
REnat = ss(A, B, C, D, 'StateName', {'v', 'alpha', 'theta', 'q'}, ...  
           'InputName', {'Dm'}, 'OutputName', {'alpham', 'qm'})
```

Calculer les modes de l'avion naturel et indiquer leurs caractéristiques.

Vérifier que l'on trouve un troisième type de mode qui n'est ni « oscillation rapide d'incidence », ni « phugoïde ». Conclusion.

```
% Entrer les matrices A, B, C et D  
% Modes de l'avion naturel  
[wn zeta Poles]=damp(A)  
% Période des oscillations du mode complexe  
Tn=2*pi/wn(2) %  
%  
REnat = ss(A, B, C, D, 'StateName', {'v', 'alpha', 'theta', 'q'}, ...  
           'InputName', {'Dm'}, 'OutputName', {'alpham', 'qm'})  
%
```

wn =	zeta =	Poles =
1.9118	1.0000	-1.9118 + 0.0000i
0.1898	0.7941	-0.1507 + 0.1153i
0.1898	0.7941	-0.1507 - 0.1153i
0.0976	-1.0000	0.0976 + 0.0000i

Tn = 33.1109

On remarque que l'un des pôles est un réel positif ce qui implique que l'avion naturel est instable.

REnat =

A =

	v	alpha	theta	q
v	-0.01931	8.816	-32.17	-0.575
alpha	-0.0002539	-1.019	0	0.9051
theta	0	0	0	1
q	2.947e-12	0.8223	0	-1.077

B =

	Dm
v	0.1737
alpha	-0.00215
theta	0
q	-0.1756

C =

	v	alpha	theta	q
alpham	0	57.3	0	0
qm	0	0	0	57.3

D =

	Dm
alpham	0
qm	0

2. Calculer les fonctions de transfert (FT) $T_{\alpha_Dm}(\alpha_m/\delta m)$ et $T_{q_Dm}(q_m/\delta m)$.

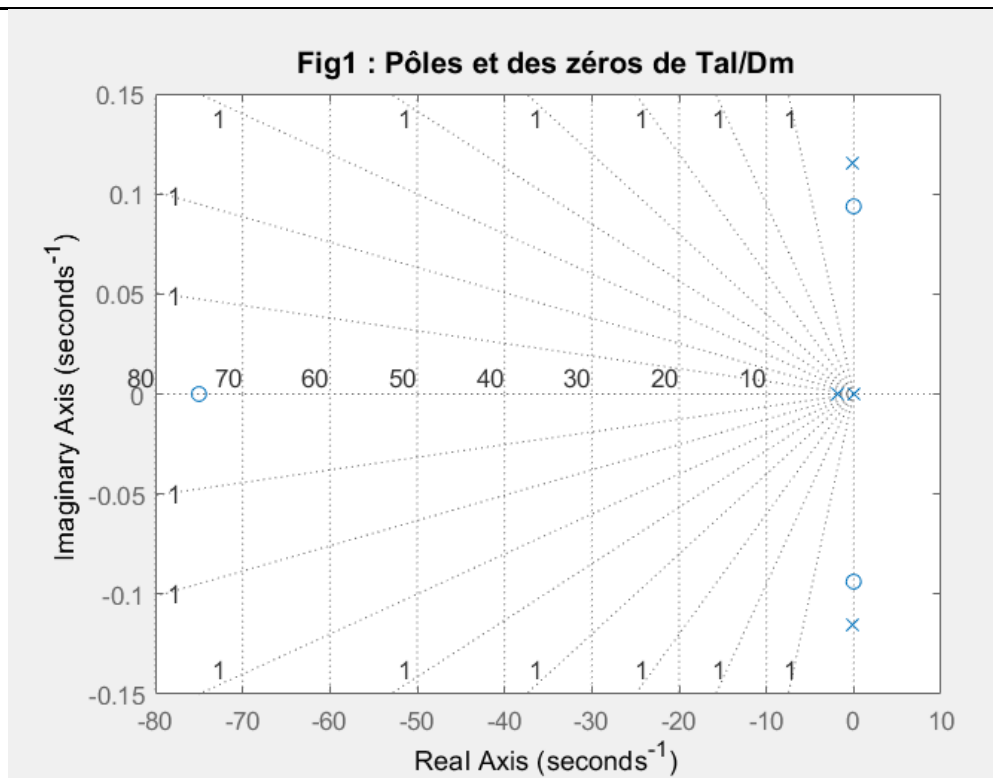
Donner les caractéristiques de ces FT.

Tracer la carte des pôles et des zéros de T_{q_Dm}

```
%  
% Fonction de transfert  
REnat_zpk=zpk(REnat);  
disp('Transmittance Alpham/Dm = '); Talm_Dm=REnat_zpk(1)  
disp('Transmittance qm/Dm = '); Tqm_Dm=REnat_zpk(2)  
%  
figure(1);  
pzmap(Talm_Dm)  
title('\bfFig1 : Pôles et des zéros de Tal/Dm','FontSize',12)  
%
```

```
Transmittance Alpham/Dm =  
From input "Dm" to output "alpham":  
-0.12318 (s+75) (s^2 + 0.01964s + 0.008892)  
-----  
(s+1.912) (s-0.09755) (s^2 + 0.3014s + 0.03601)  
Continuous-time zero/pole/gain model.
```

```
Transmittance qm/Dm =  
From input "Dm" to output "qm":  
-10.058 s (s+1.027) (s+0.02174)  
-----  
(s+1.912) (s-0.09755) (s^2 + 0.3014s + 0.03601)  
Continuous-time zero/pole/gain model.
```



On désire stabiliser cet avion en adoptant deux boucles de commande (« **Stability Augmentation System** ») comme indiqué sur la figure 1² :

- Un retour en incidence α_m . Le capteur de la mesure d'incidence α_m étant très bruité l'information délivrée par la sonde est filtrée par un filtre passe bas.
- Un retour en vitesse de tangage q_m .

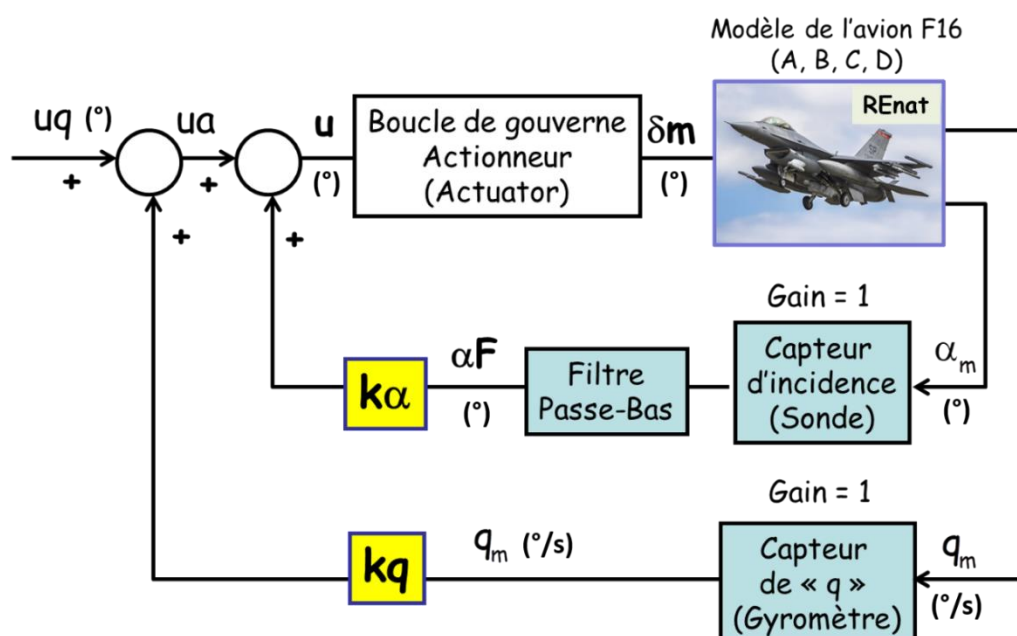


Figure 1 : Système de commande du F 16

² Attention au signe de la boucle de retour qui tient compte du gain statique négatif du modèle.
C51_MP2_2122_Avion F16_txt.docx

B. BOUCLE INTERNE DE STABILISATION EN INCIDENCE « α »³

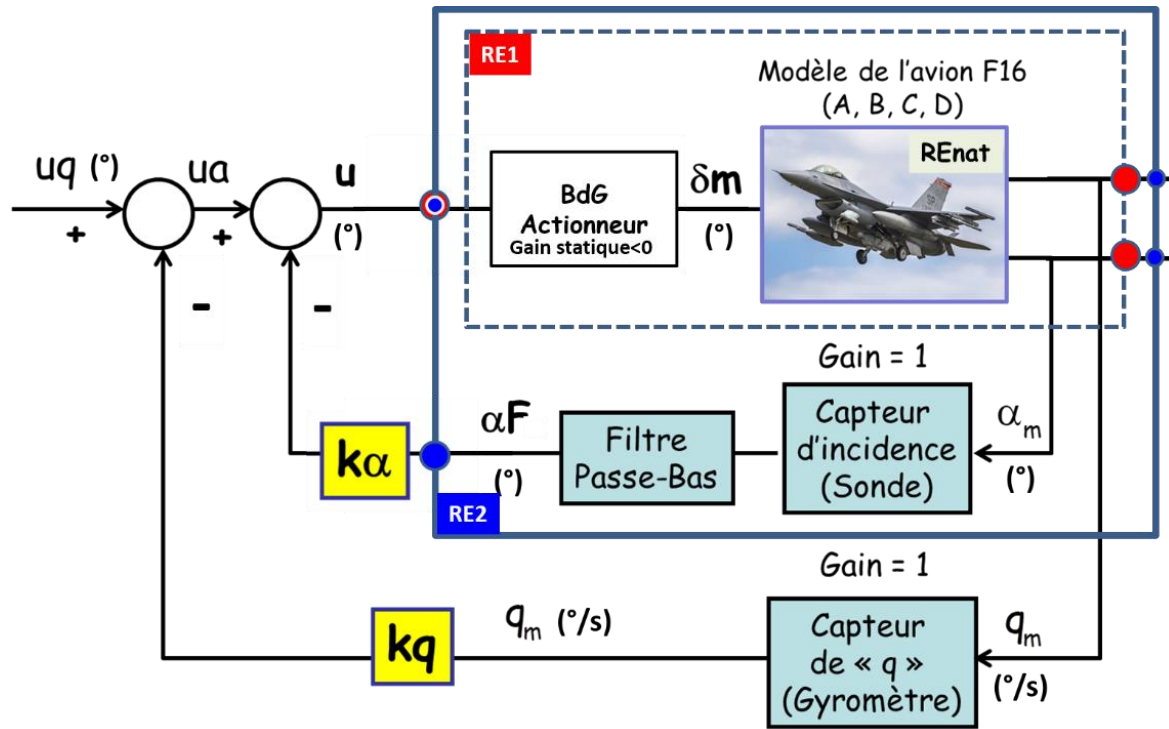


Figure 2 : Identification des représentations d'état RE1 et RE2

3. Donner la représentation d'état (**RE1**) du système comprenant l'actionneur et le modèle dynamique de l'avion (entrée u , variables d'état $[v \ \alpha \ \theta \ q \ \delta m]^T$ et sortie $[\alpha_m \ q_m]^T$) sachant que le modèle de l'actionneur est un premier ordre de **gain statique négatif** unité⁴ et de constante de temps 1/20,2 seconde.

$$\text{RE Avion Naturel : } \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 & A14 \\ A21 & A22 & A23 & A24 \\ A31 & A32 & A33 & A34 \\ A41 & A42 & A43 & A44 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{bmatrix}}_B \delta m \\ y = \begin{bmatrix} \alpha_m \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C11 & C12 & C13 & C14 \\ C21 & C22 & C23 & C24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ q \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{TF actionneur : } \frac{\delta m}{u}(p) = \frac{-20,2}{p + 20,2} \quad (\text{Gain statique } < 0)$$

$$\text{RE actionneur : } \dot{\delta m} = -20,2\delta m - 20,2u$$

$$\text{RE1 = RE avec actionneur : } \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\delta m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & -20,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \delta m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -20,2 \end{bmatrix} u$$

³ Example 4.4-1: The Effects of Pitch Rate and Alpha Feedback page 289

⁴ En attribuant un gain statique < 0 à l'actionneur son couplage avec l'avion donne un gain statique > 0 de la FTBO et évite une manipulation de signes souvent source d'erreurs notamment avec le SISOTOOL.

Nous avons ajouté une nouvelle variable d'état.

4. Donner la représentation d'état (**RE2**) du système précédent (entrée u , variables d'état $[v \ \alpha \ \theta \ q \ \delta m \ \alpha_F]^T$ et sortie $[\alpha_m \ q_m \ \alpha_F]^T$) intégrant le filtrage passe-bas du paramètre incidence mesurée α_m . Ce filtre est un premier ordre de gain statique unité et de constante de temps 0,1 seconde. On notera les matrices correspondantes (A_{af} , B_{af} , C_{af} , 0)

```
%
% RE2 = RE du modèle REnat avec BdG et filtre d'incidence
Aaf=[A B [0;0;0;0];...
      [0 0 0 0 -20.2 0;0 10 0 0 0 -10]];
Baf=[0;0;0;0;-20.2;0]; Caf=[C zeros(2,2);zeros(1,5) 180/pi]
%
RE2 = ss(Aaf,Baf,Caf,0, 'StateName', {'v','alpha','theta','q','Dm','alphaF'},...
        'InputName',{'u'}, 'OutputName',{'alphan','qm','alphaF'})
% Pôles = VP de RE2
[wn zeta poles]=damp(Aaf)
%
```

RE du Filtre: $\dot{\alpha}_F = -10\alpha_F + 10\alpha$

$$RE2 = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\delta m} \\ \dot{\alpha}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 & A14 & B1 & 0 \\ A21 & A22 & A23 & A33 & B2 & 0 \\ A31 & A32 & A33 & A34 & B3 & 0 \\ A41 & A42 & A43 & A44 & B4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20,2 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ \delta m \\ \alpha_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -20,2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$Y = \begin{bmatrix} \alpha_m \\ q_m \\ \alpha_{Fm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C11 & C12 & C13 & C14 & 0 & 0 \\ C21 & C22 & C23 & C24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 180/\pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ \delta m \\ \alpha_F \end{bmatrix}$$

Le système définitif est à 6 variables d'état.

```
RE2 =
A =
```

	v	alpha	theta	q	Dm	alphaF
v	-0.01931	8.816	-32.17	-0.575	0.1737	0
alpha	-0.0002539	-1.019	0	0.9051	-0.00215	0
theta	0	0	0	1	0	0
q	2.947e-12	0.8223	0	-1.077	-0.1756	0
Dm	0	0	0	0	-20.2	0
alphaF	0	10	0	0	0	-10

B =

	u
v	0
alpha	0
theta	0
q	0
Dm	-20.2
alphaF	0

C =

	v	alpha	theta	q	Dm	alphaF
alpham	0	57.3	0	0	0	0
qm	0	0	0	57.3	0	0
alphaF	0	0	0	0	0	57.3

D =

	u
alpham	0
qm	0
alphaF	0

wn =

10.0000
1.9118
0.1898
0.1898
0.0976
20.2000

zeta =

1.0000
1.0000
0.7941
0.7941
-1.0000
1.0000

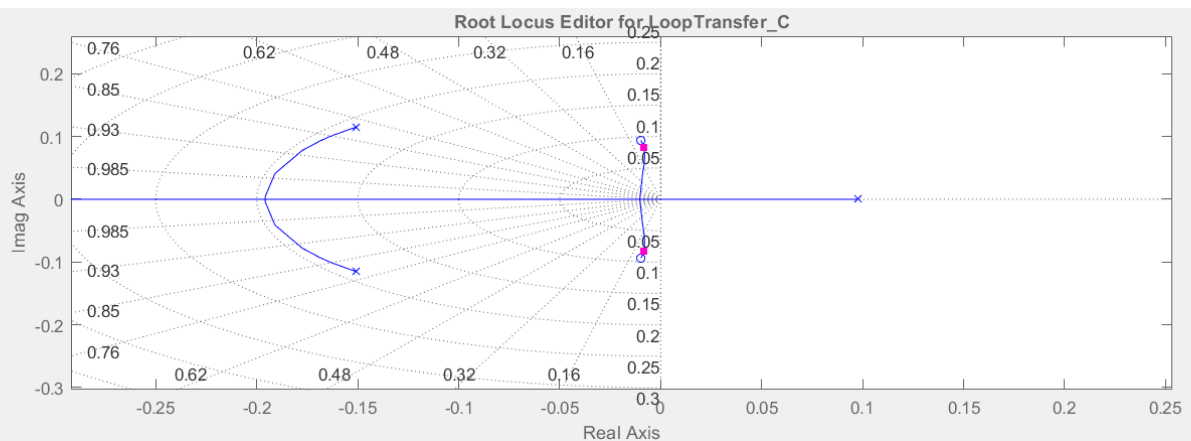
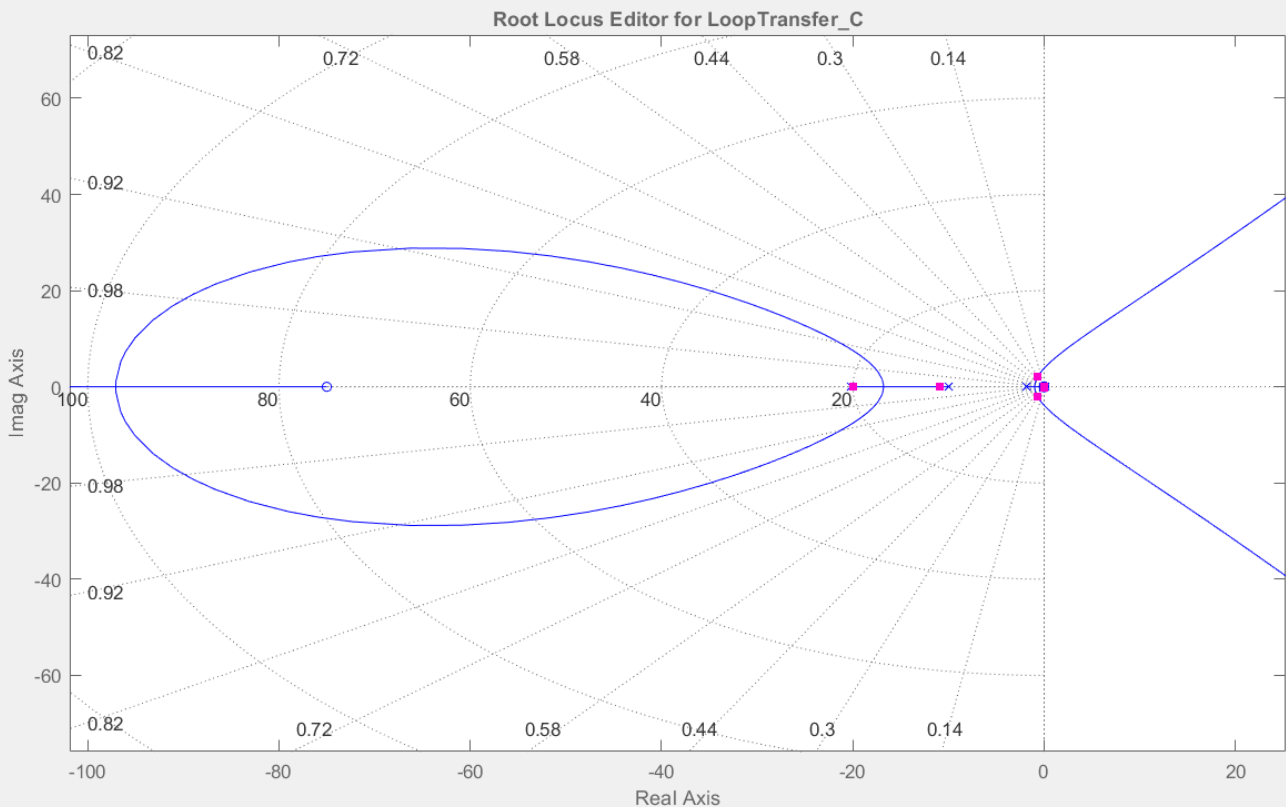
Pôles =

-10.0000 + 0.0000i
-1.9118 + 0.0000i
-0.1507 + 0.1153i
-0.1507 - 0.1153i
0.0976 + 0.0000i
-20.2000 + 0.0000i

On retrouve les pôles de l'avion naturel, de l'actionneur et du filtre passe-bas.

5. En utilisant le «**sisotool**» régler le gain de la boucle interne à la valeur $k\alpha = 0,5$.
 Commenter le lieu d'Evans obtenu.
 Donner pour ce réglage les caractéristiques des modes en boucle fermée par lecture sur les figures du «**sisotool**».

```
%
% Réglage de ka=0,5
RE2_alphaFm=ss(Aaf,Baf,Caf(3,:),0) ;
%sisotool('rlocus',RE2_alphaFm) % Architecture Sisotool avec retour - car Ks FTBO >0
ka=0.5 ;
%
```



Pôles de l'oscillation rapide

$$\begin{cases} \zeta = 0.102 \\ \omega_n = 0.083 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Pôles de l'oscillation lente :

$$\begin{cases} \zeta = 0.326 \\ \omega_n = 2.15 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Pôles réels de la FTBF :

$$\begin{cases} -20 \\ -10.9 \end{cases}$$

6. Déterminer la représentation d'état (**RE3**) du système avec la boucle interne fermée (i.e. retour en α_F actif) (entrée ua , variables d'état $[v \ \alpha \ \theta \ q \ \delta m \ \alpha_F]^T$ et sortie $[\alpha_m \ q_m]^T$).

On montrera que

$$\dot{x} = \underbrace{[Aaf - Baf * ka * Caf(3,:)]}_{Aaf_bf} * x + Baf * ua$$

$$y = Caf(1:2,:) * x$$

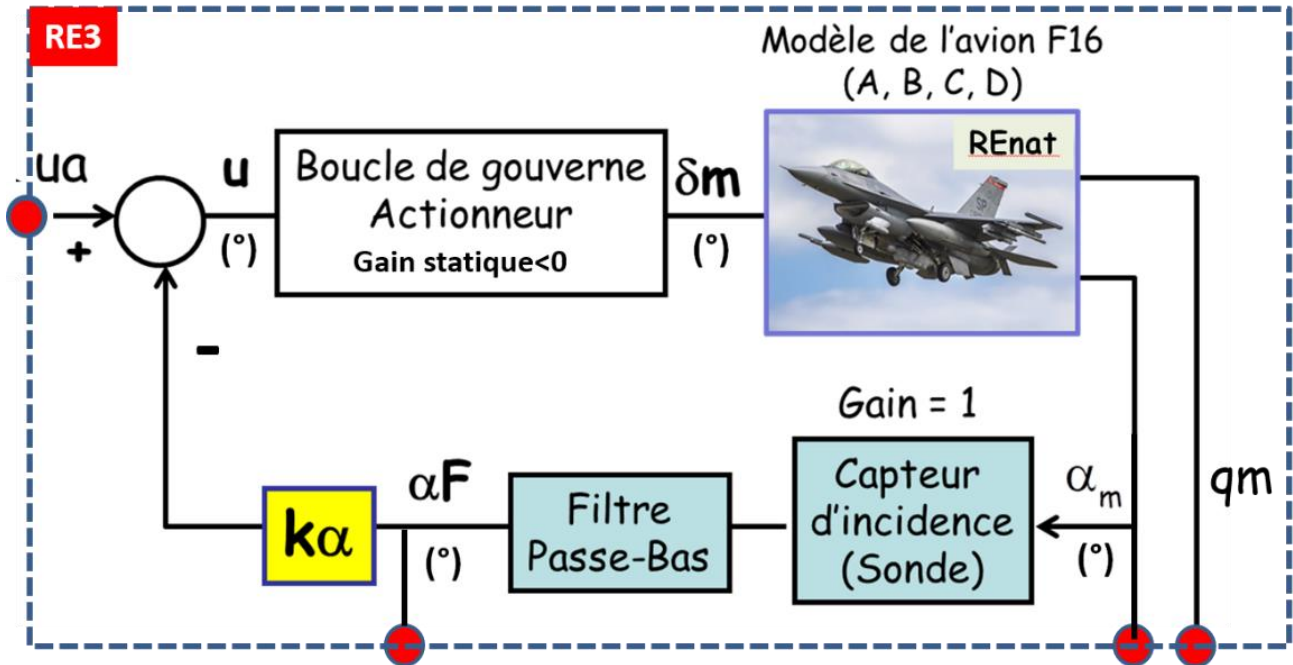


Figure 3: Identification de RE3

```
%
% RE3 boucle interne fermée - Sortie alphas et qm
Aaf_bf=Aaf-Baf*ka*Caf(3,:);
Baf_bf=Baf;
Caf_bf=Caf(1:2,:);
RE3 = ss(Aaf_bf,Baf,Caf_bf,0, 'StateName', {'v','alpha','theta','q','Dm','alphaF'},...
        'InputName',{'ua'}, 'OutputName',{'alpham','qm','alphaFm'})
%
```

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\delta m} \\ \dot{\alpha_F} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 & A14 & B1 & 0 \\ A21 & A22 & A23 & A33 & B2 & 0 \\ A31 & A32 & A33 & A34 & B3 & 0 \\ A41 & A42 & A43 & A44 & B4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20,2 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}}_{Aaf} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ \delta m \\ \alpha_F \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -20,2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{Baf} u$$

$$Y = \begin{bmatrix} \alpha_m \\ q_m \\ \alpha_{Fm} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} C11 & C12 & C13 & C14 & 0 & 0 \\ C21 & C22 & C23 & C24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 180/pi \end{bmatrix}}_{Caf} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ q \\ \delta m \\ \alpha_F \end{bmatrix}$$

Représentation d'état du système bouclé avec en sortie α_m et q_m :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Aaf * x + Baf * u \\ u &= ua - ka * \alpha F = ua - ka * \underbrace{Caf(3,:) * x}_{\alpha F} \\ \dot{x} &= Aaf * x + Baf * [ua - ka * Caf(3,:) * x] \\ \dot{x} &= [Aaf - Baf * ka * Caf(3,:)] * x + Baf * ua \\ \dot{x} &= \underbrace{[Aaf - Baf * ka * Caf(3,:)]}_{Aaf_bf} * x + Baf * ua \\ y &= Caf(1:2,:) * x\end{aligned}$$

RE3 =

A =

	v	alpha	theta	q	Dm	alphaF
v	-0.01931	8.816	-32.17	-0.575	0.1737	0
alpha	-0.0002539	-1.019	0	0.9051	-0.00215	0
theta	0	0	0	1	0	0
q	2.947e-12	0.8223	0	-1.077	-0.1756	0
Dm	0	0	0	0	-20.2	578.7
alphaF	0	10	0	0	0	-10

B =

	ua
v	0
alpha	0
theta	0
q	0
Dm	-20.2
alphaF	0

C =

	v	alpha	theta	q	Dm	alphaF
alpham	0	57.3	0	0	0	0
qm	0	0	0	57.3	0	0
alphaFm	0	0	0	0	0	57.3

D =

	ua
alpham	0
qm	0
alphaFm	0

Continuous-time state-space model.

7. En déduire les modes de cette boucle.

```
%
% Pôles de la boucle interne
[wn_bo zeta_bo Poles_bo]=damp(Aaf)
[wn_bf zeta_bf Poles_bf]=damp(Aaf_bf)
%
```

Pôles en boucle interne ouverte

wn_bo =

```
10.0000
1.9118
0.1898
0.1898
0.0976
20.2000
```

zeta_bo =

```
1.0000
1.0000
0.7941
0.7941
-1.0000
1.0000
```

Poles_bo =

```
-10.0000 + 0.0000i
-1.9118 + 0.0000i
-0.1507 + 0.1153i
-0.1507 - 0.1153i
0.0976 + 0.0000i
-20.2000 + 0.0000i
```

Pôles en boucle interne fermée

wn_bf =

```
20.0095
10.8912
2.1467
2.1467
0.0831
0.0831
```

zeta_bf =

```
1.0000
1.0000
0.3256
0.3256
0.1017
0.1017
```

Poles_bf =

```
-20.0095 + 0.0000i
-10.8912 + 0.0000i
-0.6990 + 2.0297i
-0.6990 - 2.0297i
-0.0085 + 0.0827i
-0.0085 - 0.0827i
```

8. Calculer les fonctions de transfert $T_{\alpha_ua} = \frac{\alpha_m(p)}{ua}$ et $T_{q_ua} = \frac{q_m(p)}{ua}$ et tracer les réponses indicielles.

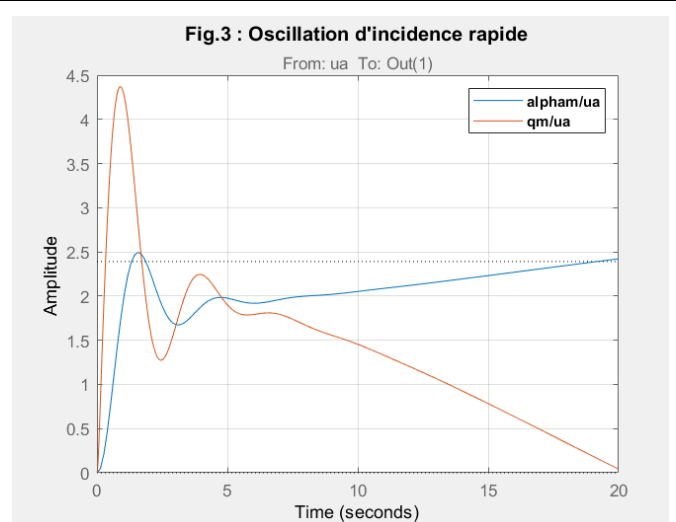
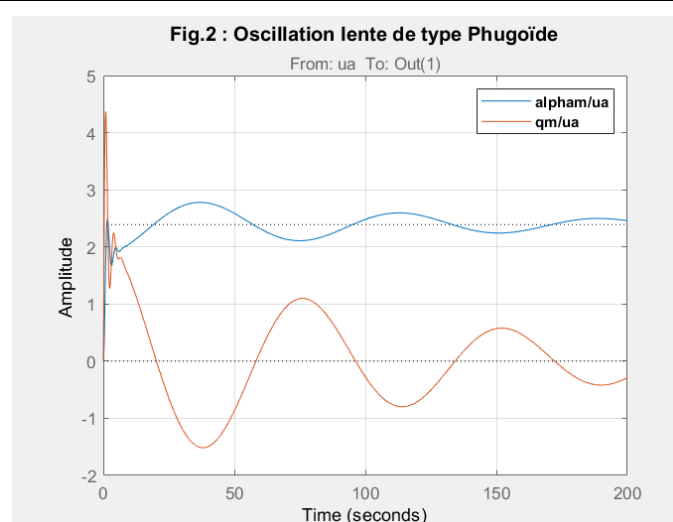
```
%
% Fonctions de transfert
T_ua=zpk(RE3); % Matrice de transfert
disp('Transmittance alpham/ua = ');
Tal_ua=T_ua(1)
%
% Fonction de transfert Tq_ua
disp('Transmittance qm/ua = ');
Tq_ua=T_ua(2)
%
% Réponses indicielles
figure(2);step(Tal_ua,Tq_ua,200);grid on
legend('\bfalpham/ua','\bfqm/ua')
title('Fig.2 : Oscillation lente de type Phugoïde','FontSize',12)
figure(3);step(Tal_ua,Tq_ua,20);grid on
legend('\bfalpham/ua','\bfqm/ua')
title('Fig.3 : Oscillation d\'incidence rapide','FontSize',12)
%
```

Transmittance $\alpha_m/ua =$

$$\frac{2.4882 (s+10) (s+75) (s^2 + 0.01964s + 0.008892)}{(s+20.01) (s+10.89) (s^2 + 0.01691s + 0.006911) (s^2 + 1.398s + 4.608)}$$

Transmittance $q_m/ua =$

$$\frac{203.18 s (s+10) (s+1.027) (s+0.02174)}{(s+20.01) (s+10.89) (s^2 + 0.01691s + 0.006911) (s^2 + 1.398s + 4.608)}$$



Si le système est stabilisé, il apparaît que l'oscillation rapide avec $\zeta = 0,33$ est trop faiblement amortie. Pour améliorer la réponse en incidence par un accroissement du coefficient d'amortissement on décide d'installer une boucle de retour supplémentaire, dite boucle externe, qui utilise le paramètre « q_m », vitesse de tangage mesurée par le gyromètre. Le signal issu de la sonde d'incidence est bruité et parfois peu fiable. Aussi évitera-t-on des gains k_a trop élevés.

C. BOUCLE EXTERNE DE STABILISATION PAR LA VITESSE DE TANGAGE MESUREE « q_m »

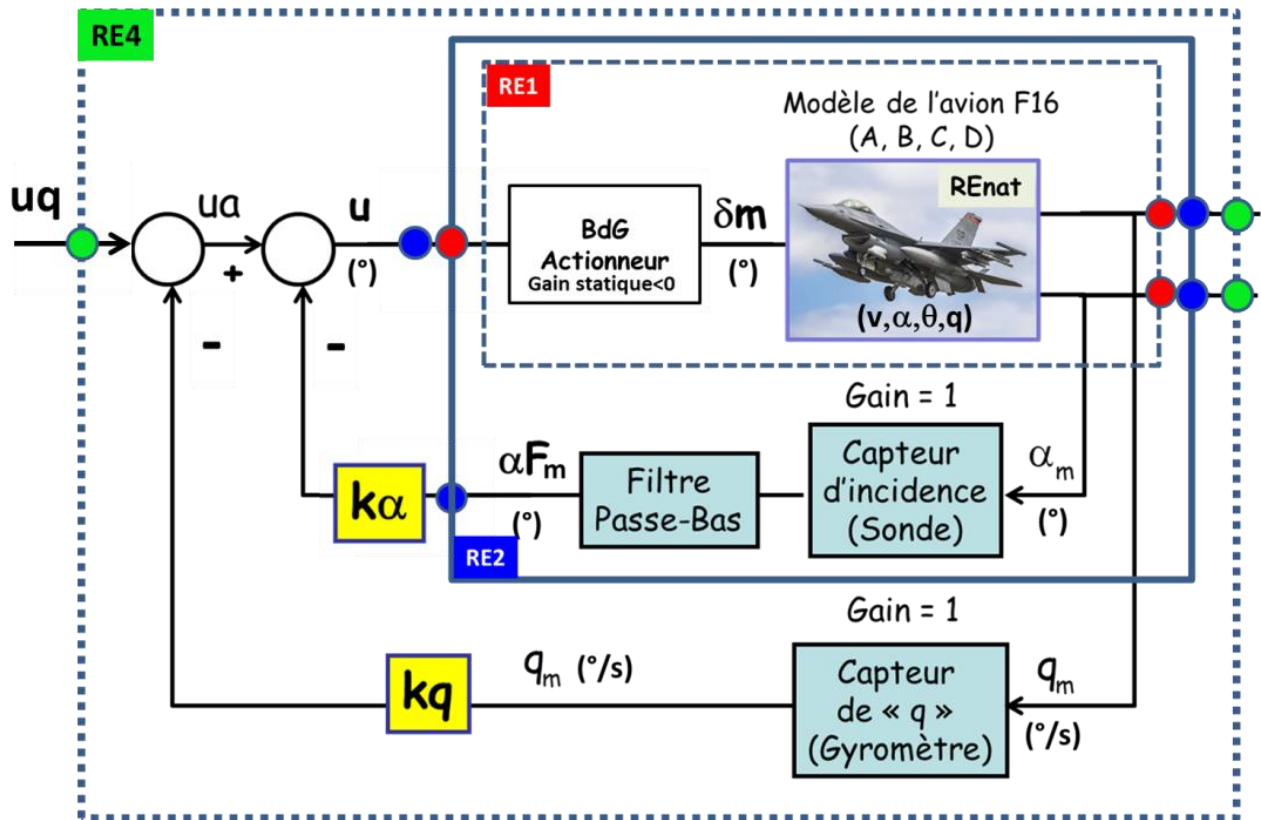
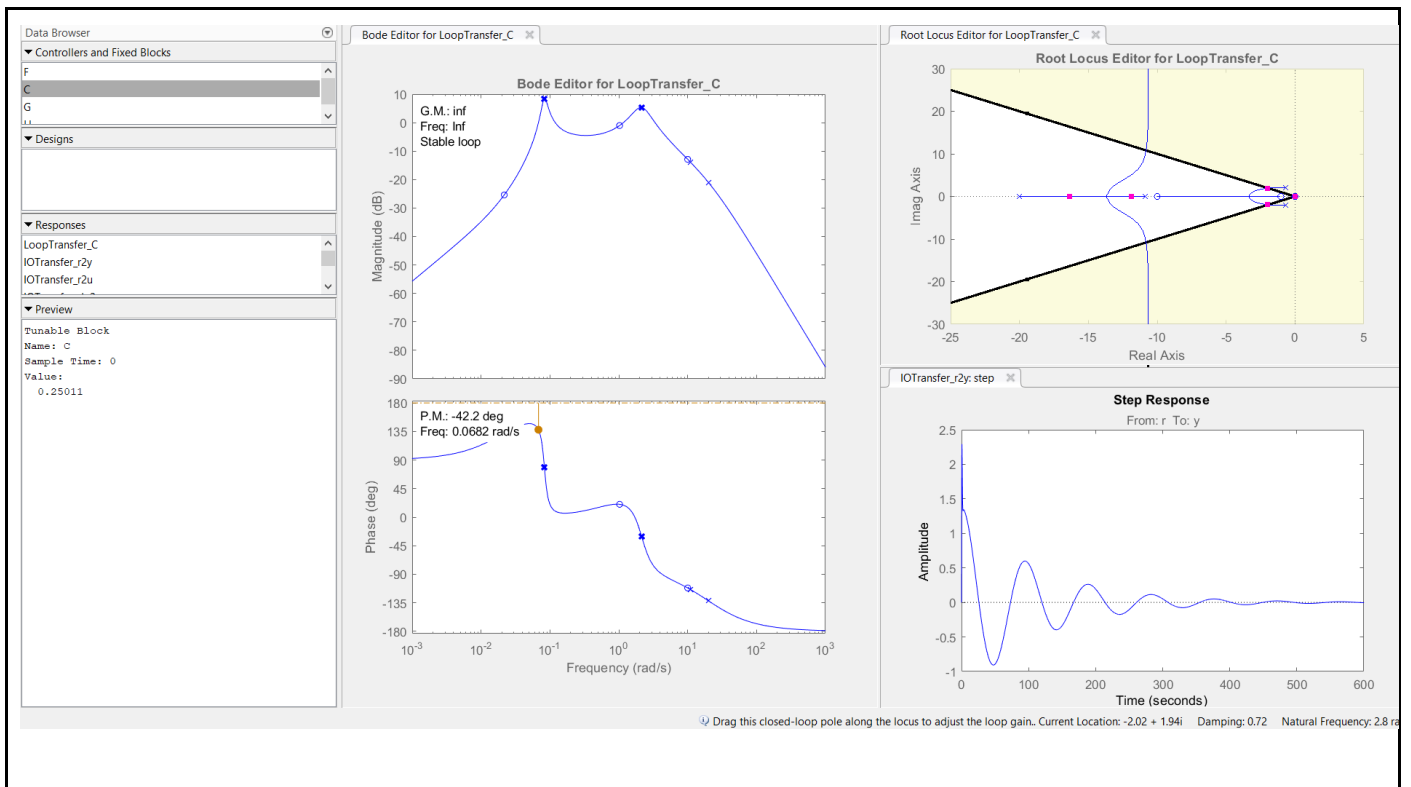


Figure 4 : Identification de la représentation d'état RE4

9. La boucle interne étant fermée, utiliser le « **sisotool** » pour régler le gain de la boucle externe à la valeur $kq = 0,25$. Commenter le lieu d'Evans ainsi obtenu.
Donner pour ce réglage les caractéristiques des modes en boucle fermée par lecture sur les figures du « **sisotool** ».

```
%
% Rappel : RE3 boucle interne fermée
% RE3= ss(Aaf_bf,Baf,Caf,0, 'StateName', {'v','alpha','theta','q','Dm','alphaF'},...
%      'InputName',{'ua'}, 'OutputName',{'alpham','qm','alphaFm'});
RE3_qm=ss(Aaf_bf,Baf,Caf(2,:),0);
%sisotool('rlocus',RE3_qm) % Architecture Sisotool avec retour - car Ks FTBO >0
kq=0.25;
%
```



Commentaire :

On remarque qu'il y a plusieurs modes :

- Un mode oscillation rapide
- Un mode non dominant
- Un mode oscillation lente

On observe que la boucle interne a 6 pôles.

Pôles réels : -11.9 -16.4	Oscillation rapide : zeta = 0.72 wn = 2.8 rad/s	Oscillation lente : zeta = 0.13 wn = 0.0674 rad/s
---------------------------------	---	---

10. Déterminer la représentation d'état (**RE4** Cf Fig. 4) du système boucle externe fermée i.e. retour en q_m actif) (entrée u_q , variables d'état $[v \ \alpha \ \theta \ q \ \delta m \ \alpha_F]^T$ et sortie $[\alpha_m \ q_m]^T$)..
En déduire les modes de cette boucle. On montrera que :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} Aaf - Baf * [kq \ ka] \begin{bmatrix} Caf(2,:) \\ Caf(3,:) \end{bmatrix} \end{bmatrix} * x + Baf * u_q \quad \text{et} \quad y = Caf(1:2,:) * x$$

$$\dot{x} = Aaf * x + Baf * u$$

$$u = u_q - ka * \alpha_F - kq * q = u_q - (ka * Caf(3,:) + kq * Caf(2,:)) * x$$

$$u = u_q - [kq \ ka] \begin{bmatrix} Caf(2,:) \\ Caf(3,:) \end{bmatrix} * x$$

$$\dot{x} = Aaf * x + Baf * \left[u_q - [kq \ ka] \begin{bmatrix} Caf(2,:) \\ Caf(3,:) \end{bmatrix} * x \right]$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} Aaf - Baf * [kq \ ka] \begin{bmatrix} Caf(2,:) \\ Caf(3,:) \end{bmatrix} \end{bmatrix} * x + Baf * u_q$$

$$y = Caf(1:2,:) * x$$

```
%
% RE boucles interne (alphaF) et externe(qm) fermées
K=[kq ka];
Aafq_bf=Aaf-Baf*K*Caf(2:3,:);
RE4= ss(Aafq_bf,Baf,Caf,0, 'StateName', {'v','alpha','theta','q','Dm','alphaF'},...
        'InputName',{'uq'}, 'OutputName',{'alphan','qm','alphaFm'})
%
% Pôles de la boucle interne
[wn_bo zeta_bo Poles_bo]=damp(Aaf), [wn_afq zeta_afq Poles_afq]=damp(Aafq_bf)
%
```

wn_afq =	zeta_afq =	Poles_afq =
16.3870	1.0000	-16.3870 + 0.0000i
11.8755	1.0000	-11.8755 + 0.0000i
2.8022	0.7201	-2.0178 + 1.9445i
2.8022	0.7201	-2.0178 - 1.9445i
0.0674	0.1303	-0.0088 + 0.0668i
0.0674	0.1303	-0.0088 - 0.0668i

11. Déterminer les fonctions de transfert $T_{\alpha/uq} = \frac{\alpha_m}{uq}(s)$ et $T_{q/uq} = \frac{q_m}{uq}(s)$.

Interpréter les conséquences, en terme de pilotage, du zéro à l'origine de $T_{q/uq}$.

```
%  
% Fonction de transfert  
T_uq=zpk(RE4)  
% Fonction de transfert Tal_uq  
disp('Transmittance alpham/uq = '), Tal_uq=T_uq(1)  
%  
% Fonction de transfert Tq_uq  
disp('Transmittance qm/uq = '), Tq_uq=T_uq(2)  
%
```

Transmittance alpham/uq =

From input "uq" to output "alpham":

2.4882 (s+10) (s+75) (s^2 + 0.01964s + 0.008892)

(s+16.39) (s+11.88) (s^2 + 0.01756s + 0.004542) (s^2 + 4.036s + 7.853)

Transmittance qm/uq =

From input "uq" to output "qm":

203.18 s (s+10) (s+1.027) (s+0.02174)

(s+16.39) (s+11.88) (s^2 + 0.01756s + 0.004542) (s^2 + 4.036s + 7.853)

12. Déterminer les valeurs en régime permanent de α_m et de q_m lorsque $uq = 1^\circ$.

```
%  
alm_max=dcgain(Tal_uq)  
qm_max=dcgain(Tq_uq)  
%
```

alm_max =

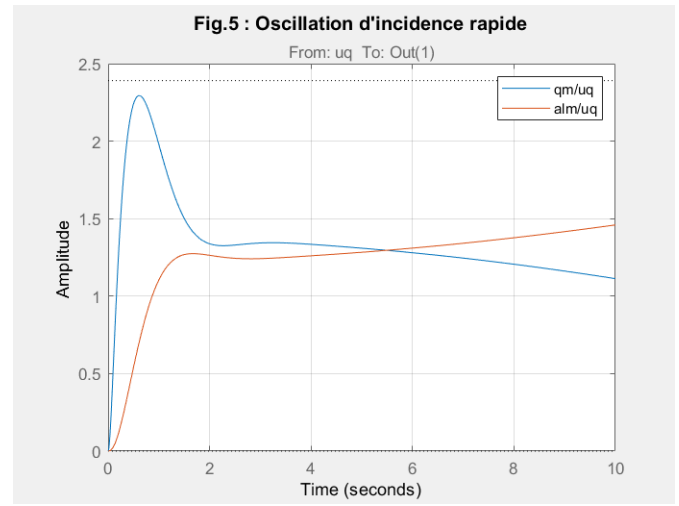
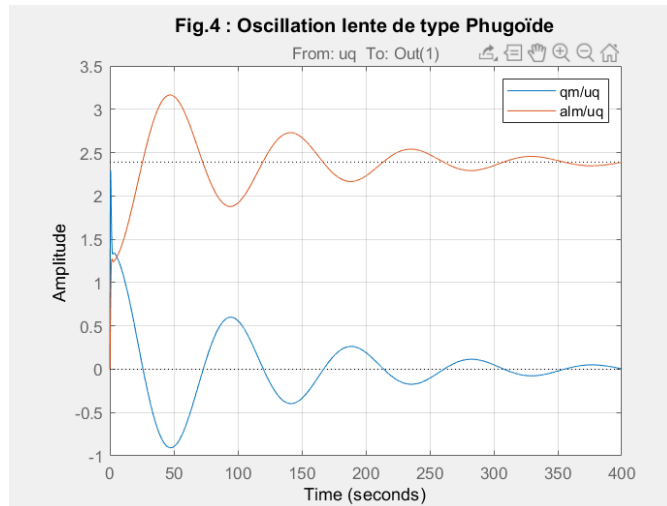
2.3909

qm_max =

0

13. Tracer les réponses indicielles de ces 2 fonctions de transfert.

```
%
% Réponses indicielles
figure(4);step(Tq_uq,Tal_uq,400);grid on ; legend('qm/uq','alm/uq')
title('\bfFig.4 : Oscillation lente de type Phugoïde','FontSize',12)
figure(5);step(Tq_uq,Tal_uq, 10);grid on ; legend('qm/uq','alm/uq')
title('\bfFig.5 : Oscillation d'incidence rapide','FontSize',12)
%
```



Cette étude montre que la boucle interne en incidence α stabilise le mode instable et fixe la pulsation propre non amortie de l'oscillation d'incidence.

La boucle externe en vitesse de tangage q détermine principalement son coefficient d'amortissement.

D. SIMULATION DU SYSTEME DE COMMANDE

14. Etablir le schéma de simulation du système de commande. On pourra s'inspirer du schéma de simulation (Fig. 5) ci-dessous.

Pour $u_q = 1^\circ$ enregistrer α_m et q_m pour un temps de simulation de 5 secondes

Commenter le comportement de l'avion stabilisé par les deux boucles de commande.

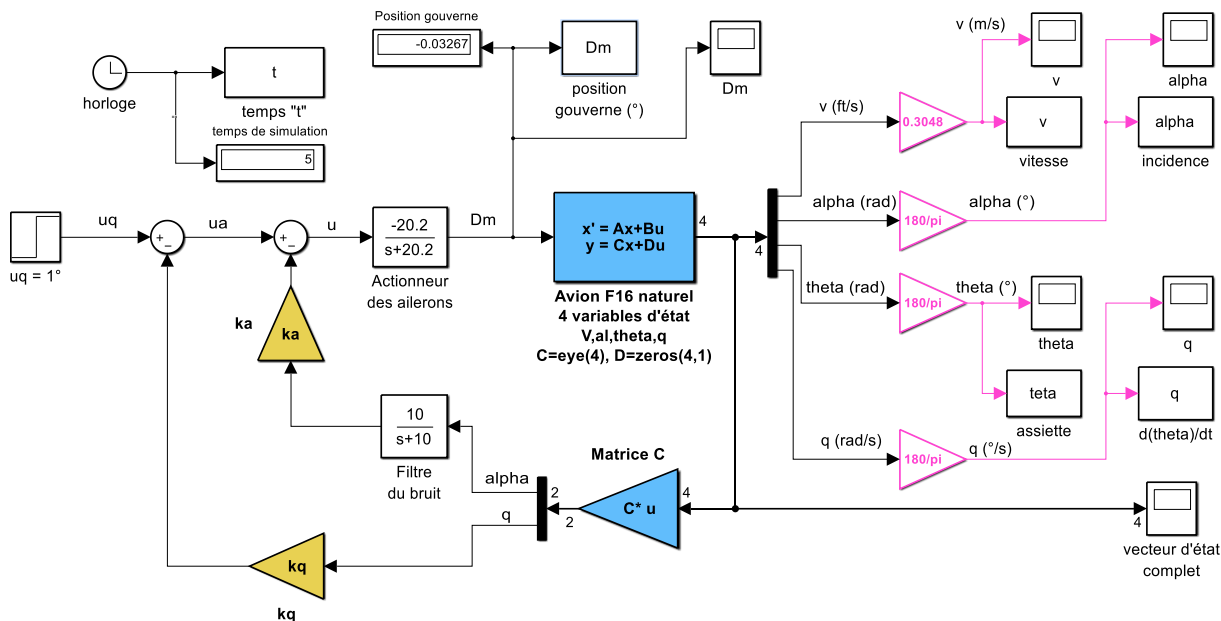
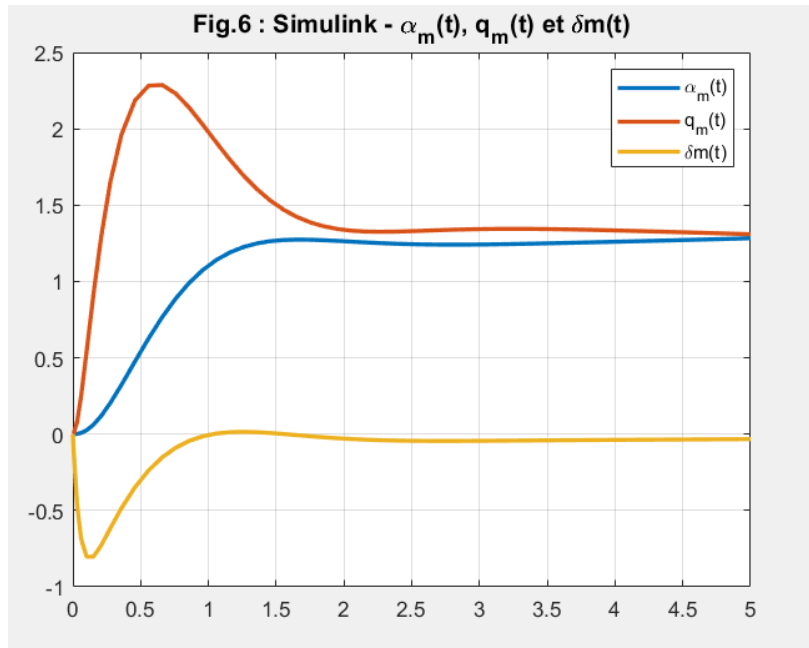


Figure 5 : Schéma de simulation du système de stabilisation du F 16

```
%
ka=0.5; kq=0.25;
Csim=eye(4); Dsim=zeros(4,1);
tsim=5;
sim('F16_alpha_q')
figure(6); plot(t,alphi_m,t,qm,t,Dm,'LineWidth',2);grid on
title('\bfFig.6 : Simulink - \alpha_m(t), q_m(t) et \deltam(t)','FontSize',12)
legend('\alpha_m(t)', 'q_m(t)', '\deltam(t)');
%
```



L'oscillation lente affecte l'ensemble des variables d'état. Pour remédier à ce phénomène on insèrera un régulateur de vitesse tel que $dv/dt = v = 0$. La réponse en incidence est très bien amortie avec des temps de réponse inférieurs à 2s.

E. AMELIORATION DES PERFORMANCES PAR L'INSERTION D'UN CORRECTEUR « A RETARD »⁵

Le système de commande met en œuvre de simples gains qu'il convient de choisir les moins élevés possible compte tenu de la fiabilité incertaine des capteurs. Aussi envisageons nous d'insérer un correcteur « à retard de phase » de transmittance $CRP(s) = kp \frac{s+Z}{s+P}$

de phase » de transmittance $CRP(s) = kp \frac{s+Z}{s+P}$

On adoptera les valeurs suivantes : $ka=0,1$ $kq=0,2$ $Z=3$ $P=1$ et $kp=1$.

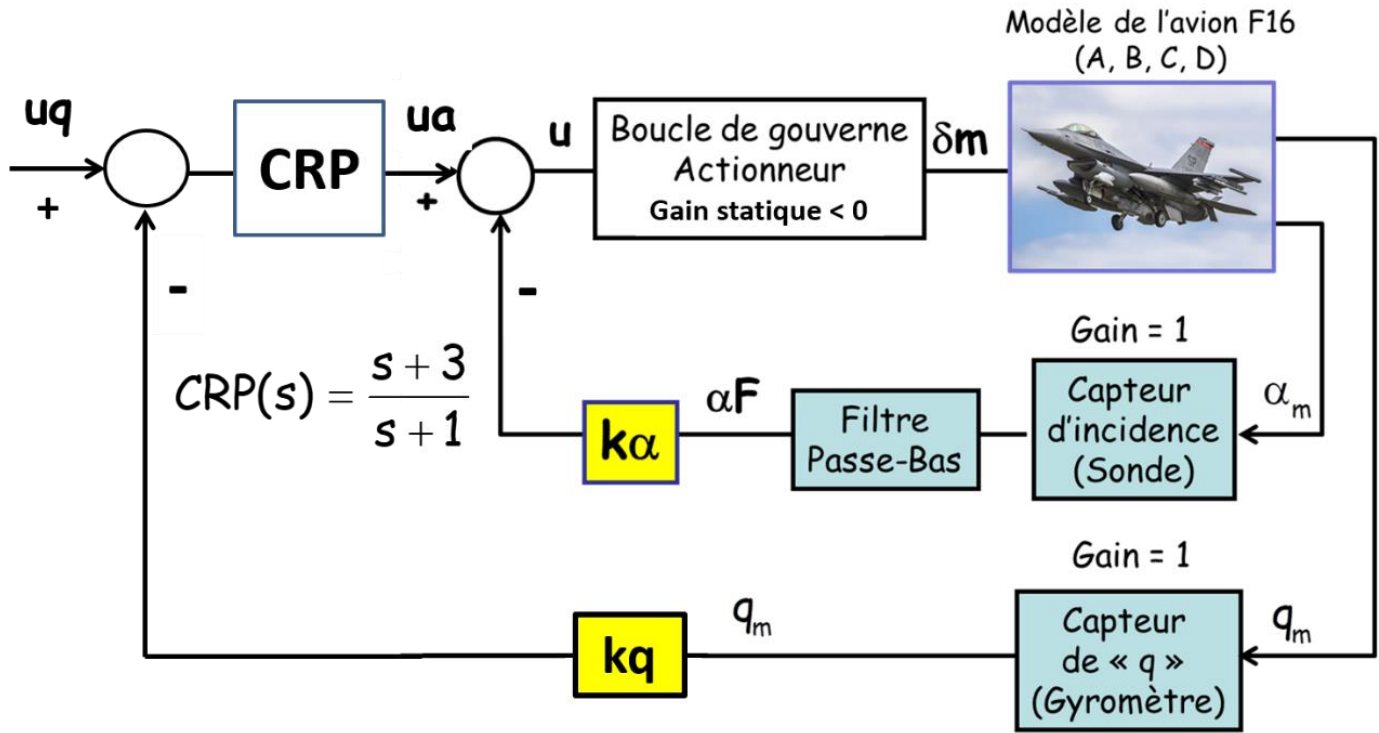


Figure 6 : Insertion d'un correcteur à retard de phase (CRP)

15. Etablir la représentation d'état **RECRP** du correcteur de transmittance $CRP(s) = kp \frac{s+Z}{s+P}$.

On a :

$$CRP(s) = kp \frac{s+Z}{s+P}$$

Donc :

$$kp \frac{s+Z}{s+P} = kp \frac{s+P+Z-P}{s+P} = kp + kp \frac{Z-P}{s+P} = \frac{ua(s)}{\varepsilon(s)}$$

⁵ Example 4.4-2: A Pitch-SAS Design page 293

Si on pose $z(s) = \frac{\varepsilon(s)}{s+P}$:

$$ua(s) = kp\varepsilon(s) + kp(Z - P)z(s)$$

On a donc :

$$RECRP = \begin{cases} \dot{z}(t) = -Pz(t) + \varepsilon(t) \\ ua(t) = kp(Z - P)z(t) + kp\varepsilon(t) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_{crp} = -P \\ B_{crp} = 1 \\ C_{crp} = kp(Z - P) \\ D_{crp} = kp \end{cases}$$

16. Etablir le schéma de simulation du système de commande avec CRP.

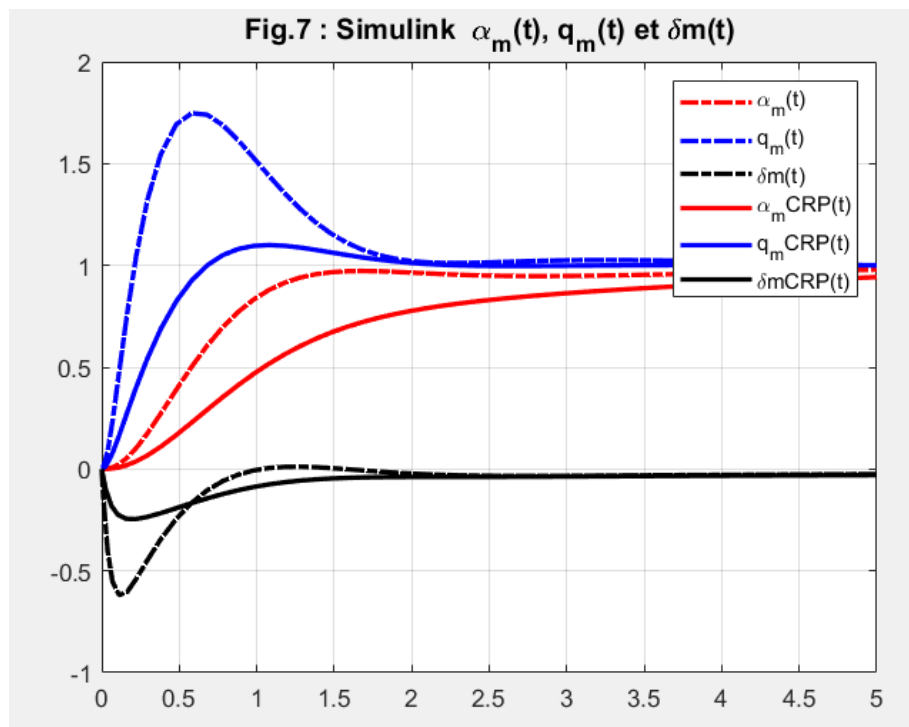
Pour $u_q = 1^\circ$ enregistrer α_m et q_m pour un temps de simulation de 5 secondes.

Comparez aux résultats obtenus à la question n°14.

⌘

```
ka2=0.1;kq2=0.2; Z=3; P=1; kP=1;Cde=-1; V=1/4.14;
Csim=eye(4); Dsim=zeros(4,1);
tsim=5;
figure(7);
plot(ans.t,ans.alpham,'-.r',ans.t,ans.qm,'-.b',ans.t,ans.Dm,'-
.k','LineWidth',2);hold on;
sim('F16_CRP_alpha_q')
plot(ans.t,ans.alpham,'r',ans.t,ans.qm,'b',ans.t,ans.Dm,'k','LineWidth',2);gr
id on; hold off;
title('\bfFig.7 : Simulink \alpha_m(t), q_m(t) et \deltam(t)','FontSize',12)
legend('\alpha_m(t)', 'q_m(t)', '\deltam(t)',...
'\alpha_mCRP(t)', 'q_mCRP(t)', '\deltamCRP(t)');
```

⌘



17. En utilisant le schéma de simulation du système de commande avec CRP déterminer la fonction de transfert **TCRPq_uq** et **TCRPa1_uq**

```
%
[a,b,c,d]=linmod('F16_CRP_alpha_q');
Ss_CRP=ss(a,b,c,d); T_CRP=zpk(Ss_CRP)
TPIanq_uq=T_CRP(1), TCRTal_uq=T_CRP(2)
%
```

TPIanq_uq =

$$49.077 \, s \, (s+10) \, (s+3) \, (s+1.027) \, (s+0.02174)$$

$$(s+18.02) \, (s+10.3) \, (s+1.025) \, (s^2 + 0.02143s + 0.0002007) \, (s^2 + 3.956s + 7.94)$$

TCRTal_uq =

$$0.60102 \, (s+75) \, (s+10) \, (s+3) \, (s^2 + 0.01964s + 0.008892)$$

$$(s+18.02) \, (s+10.3) \, (s+1.025) \, (s^2 + 0.02143s + 0.0002007) \, (s^2 + 3.956s + 7.94)$$

Après avoir étudié la problématique du « System Augmentation Stability » (SAS) nous allons évoquer le « Control Augmentation Systems » (CAS). Les auteurs de l'ouvrage de référence indiquent :

« Lorsqu'un aéronef est piloté manuellement (par opposition au pilote automatique), les systèmes d'augmentation de stabilité examinés précédemment sont, dans la plupart des cas, les seuls systèmes de commandes de vol automatiques nécessaires. Mais dans le cas des aéronefs militaires à hautes performances, où le pilote peut avoir à manœuvrer l'aéronef jusqu'à ses limites de ses possibilités et à effectuer des tâches telles que le suivi de précision des cibles, des CAS spécialisés sont nécessaires.

La technologie des commandes de vol a évolué au point où le système de commandes de vol (FCS) peut fournir au pilote des lois de commande adaptées aux tâches à réaliser. Par exemple, bien que le rôle d'un avion de chasse ait changé par son aptitude à délivrer des missiles à longue portée, l'importance du combat aérien rapproché classique est une capacité importante d'un avion de combat. Le combat aérien exige une grande maniabilité et une grande agilité (capacité à manœuvrer rapidement). Dans cette situation, la variable à commander est l'accélération normale de l'aéronef. C'est la composante de l'accélération selon z. Ce choix est notamment pertinent pour effectuer un virage à vitesse maximale. Le facteur de charge doit être contrôlable jusqu'aux limites structurelles de la cellule ou aux limites physiques du pilote. Par conséquent, pour un combat aérien, un système de commande «g-command» est un mode de fonctionnement approprié du système de commande de vol ».

F. AMELIORATION DES PERFORMANCES PAR L'INSERTION D'UN CORRECTEUR « P.I. »⁶

Le système de commande (SAS) met en œuvre de simples gains ce qui n'est pas satisfaisant pour un avion de combat. En effet pour certaines manœuvres le débattement de la gouverne de profondeur peut être important (plusieurs degrés) alors que les gains sont faibles ce qui implique des erreurs importantes. Il peut être intéressant d'insérer un correcteur de type PI (Proportionnel – Intégral) afin d'améliorer les performances en précision de la boucle de commande.

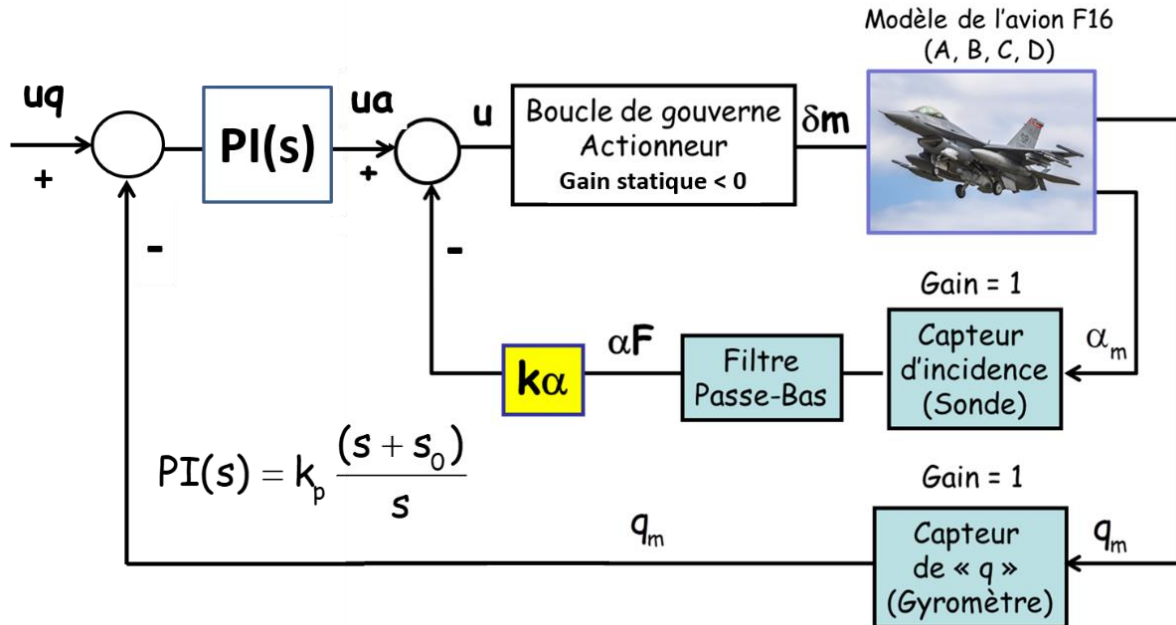


Figure 7 : Stabilisation du F16 avec insertion d'un correcteur PI

Afin de simplifier l'étude et de bien examiner l'impact des commandes sur l'oscillation rapide on s'appuiera sur un modèle simplifié de l'avion prenant en compte le seul mode d'oscillation rapide (α, q).

Dans la suite on supposera que la RE du modèle simplifié (**REnatS**) est la suivante :

AS =		BS =
-1.0189e+000	9.0506e-001	-2.1499e-003
8.2225e-001	-1.0774e+000	-1.7555e-001
CS =		DS =
5.7296e+001	0	0
0	5.7296e+001	0

On adopte un gain $k\alpha$ faible (0,2). En effet, comme nous l'avons déjà signalé, la sonde d'incidence est un capteur fortement bruité aussi cherche-t-on à réduire son influence donc le gain $k\alpha$.

⁶ Exemple 4.5-1: A Pitch-Rate CAS Design page 305

18. Expliquer en quoi ce type de correcteur est de nature à améliorer la précision du système de commande.

Etablir la représentation d'état **REnatS** du modèle simplifié.

Ce correcteur introduit une intégration dans la FTBO de la boucle de commande et annule de ce fait l'erreur en régime permanent pour une commande en échelon.

```
%
% Variables d'état = [alpha q]'
format short e
AS=[-1.0189e+00   +9.0506e-01; +8.2225e-01   -1.0774e+00];
%
% Commande de profondeur Dm
BS=[-2.1499e-03;  -1.7555e-01 ];
%
% Matrice des sortie alphas (°) et qm (°/s)
CS=[180/pi   0; 0   180/pi];
DS=[0;0];
REnatS= ss(AS,BS,CS,DS, 'StateName', {'alpha','q'},...
           'InputName',{'u'}, 'OutputName',{'alpham','qm'})
%
```

REnatS =

A =		alpha	q
alpha	-1.019	0.9051	
q	0.8223	-1.077	

B =		u
alpha	-0.00215	
q	-0.1756	

C =		alpha	q
alpham	57.3	0	
qm	0	57.3	

D =		u
alpham	0	
qm	0	

Dans ce modèle on a supprimé les variables d'état v et θ .

Pour résoudre les questions qui suivent il faut bien identifier pour chaque élément de la chaîne de commande les variables d'état, les vecteurs d'état, les variables d'entrée et celles de sortie.

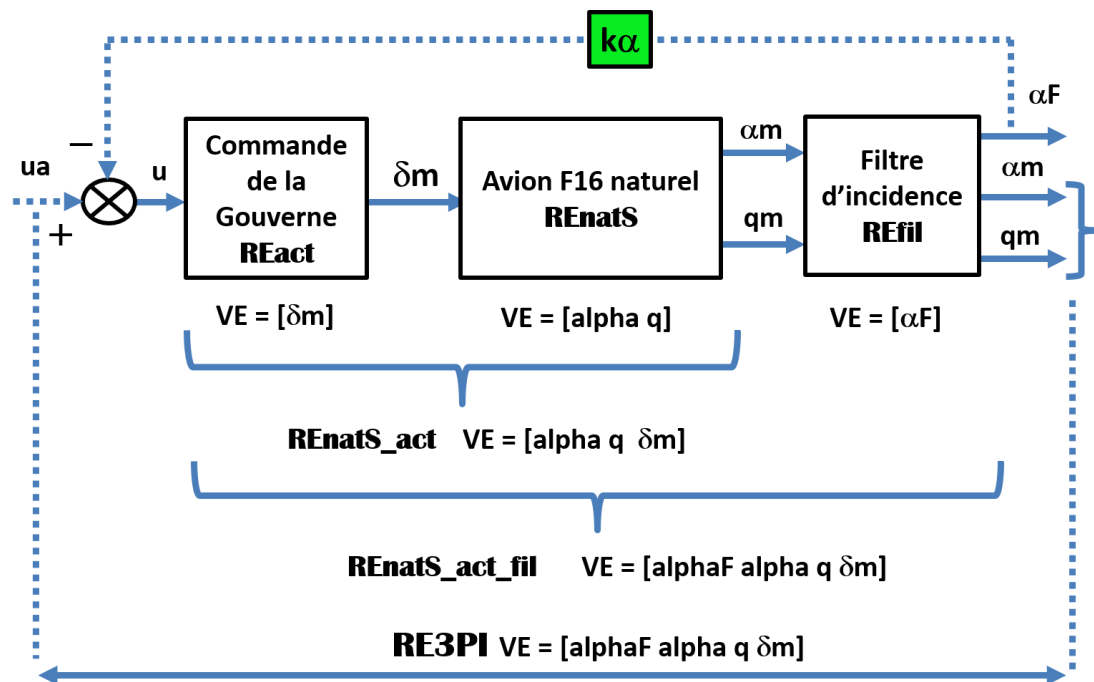


Figure 8 : RE des éléments de la chaîne de commande

19. Etablir la représentation d'état **RE3PI** du système en boucle fermée (retour αF actif) , formé par la mise en série de l'actionneur (**REact**), de l'avion simplifié (**REnatS**) et du filtre d'incidence (**REfil**) en retour avec $k\alpha = 0,2$. On utilisera l'instruction « **series** » (Cf. « **Help** »)
Donner les fonctions de transfert **alpham/ua** et **qm/ua**.
Tracer les réponses indicielles.

```
%
% Modèle de l'actionneur de la gouverne de profondeur
A_act=-20.2; B_act=-20.2; C_act=1; D_act=0;
REact=ss(A_act,B_act,C_act,D_act,'StateName',{'Dm'},...
          'InputName',{'u'},'OutputName',{'Dm'})
TFact=zpk(REact);           % Pour vérification
%
```

REact = A = <div style="text-align: right;">Dm</div> <div style="text-align: right;">Dm -20.2</div>	B = <div style="text-align: right;">u</div> <div style="text-align: right;">Dm -20.2</div>	C = <div style="text-align: right;">Dm</div> <div style="text-align: right;">Dm 1</div>	D = <div style="text-align: right;">u</div> <div style="text-align: right;">Dm 0</div>
---	--	---	--

```
%
% Insertion de l'actionneur - Cf. le "Help" de "series"
REnatS_act=series(REact,REnatS)
% VE =[alpha q Dm]; entrée = [u]; sorties = [alphan qm]
%
```

REnats_act =				B =		C =				D =	
A =											
	alpha	q	Dm		u		alpha	q	Dm		u
alpha	-1.019	0.9051	-0.00215	alpha	0	alpham	57.3	0	0	alpham	0
q	0.8223	-1.077	-0.1756	q	0	qm	0	57.3	0	qm	0
Dm	0	0	-20.2	Dm	-20.2						

```
%
% Modèle du filtre d'incidence
% VE= alphaFm;  entrée=[alparam qm]; sorties = [alphaFm alparam qm]
REfil=ss(-10,[10 0],[1;0;0],[0 0;1 0;0 1], 'StateName', {'alphaF'},...
        'InputName',{'alparam', 'qm'}, 'OutputName', {'alphaF', 'alparam', 'qm'})
%
```

REF1 = A = alphaF alphaF -10	B = alphaF qm alphaF 10 0	C = alphaF alphaF 1 alphaF 0 qm 0	D = alphaF qm alphaF 0 0 alphaF 1 0 qm 0 1
--	---	---	--

```
%
Tffil=zpk(REfil);           % Pour vérification
%
```

```
% Insertion du filtre d'incidence
REnatS_act_fil=series(REnatS_act,REfil)
%
```

REnatS_act_fil =					B =	
A =						
	alphaF	alpha	q	Dm		u
alphaF	-10	573	0	0	alphaF	0
alpha	0	-1.019	0.9051	-0.00215	alpha	0
q	0	0.8223	-1.077	-0.1756	q	0
Dm	0	0	0	-20.2	Dm	-20.2

C =					D =	
	alphaF	alpha	q	Dm		u
alphaF	1	0	0	0	alphaF	0
alpham	0	57.3	0	0	alpham	0
qm	0	0	57.3	0	qm	0

```
%  
%  
% Fermons la boucle interne  
[AafS,BafS,CafS_cf,DafS_bf]= ssdata(REnatS_act_fil) ;  
ka=0.2;  
AafS_bf=AafS-BafS*[ka 0 0]*CafS;  
RE3PI=ss(AafS_bf,BafS,CafS(2:3,:),0,'StateName', {'alpha','q','Dm','alpham'},...  
         'InputName',{'ua'}, 'OutputName',{'alpham','qm'})  
% VE= [alphaFm alpha q Dm];  entrée=[ua]; sorties = [alphaFm; qm]
```

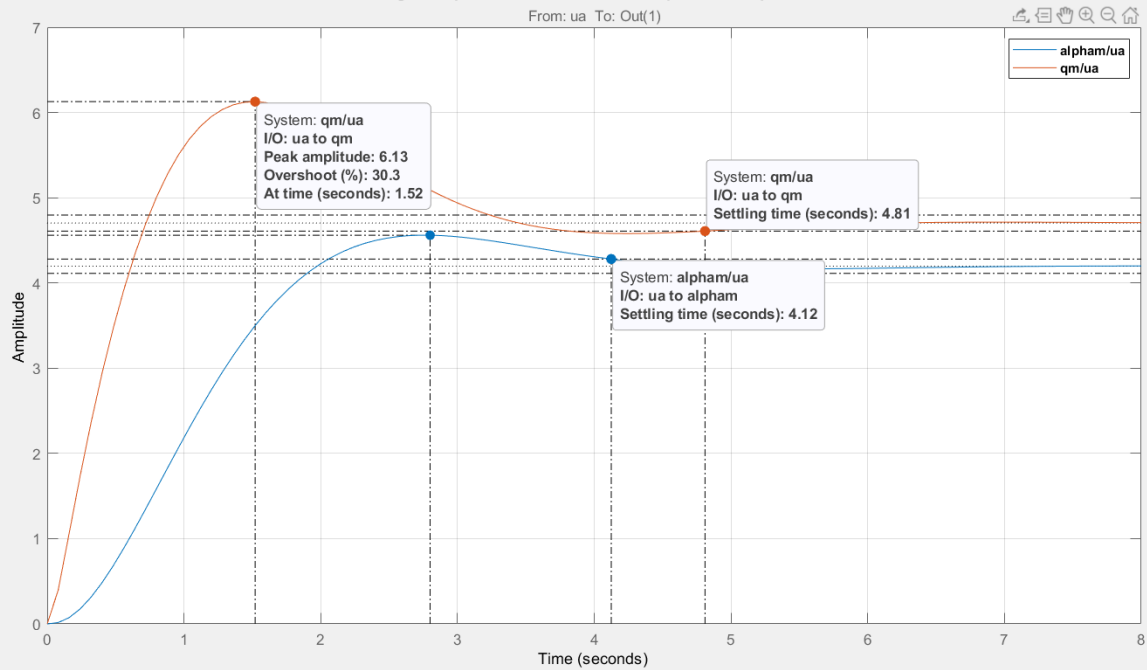
RE3PI = A =					B =	
	alpha	q	Dm	alpham		ua
alpha	-10	573	0	0		
q	0	-1.019	0.9051	-0.00215	alpha	0
Dm	0	0.8223	-1.077	-0.1756	q	0
alpham	4.04	0	0	-20.2	Dm	0
					alpham	-20.2

C =					D =	
	alpha	q	Dm	alpham		ua
alpham	0	57.3	0	0	alpham	0
qm	0	0	57.3	0	qm	0

```
%  
Talq_ua=zpk(RE3PI) % Fonction de transfert alm/ua et qm/ua  
%  
% Réponse indicielle  
figure(8);  
step(Talq_ua(1),Talq_ua(2),8);grid on  
title('\bfFig.8 : Réponses indicielles des TF alpham/ua et qm/ua')  
legend('\bfalpham/ua','\bfqm/ua','location','northeast')  
%
```

```
Talq_ua =  
  
          2.4882 (s+74.98) (s+10)  
alpham:  -----  
          (s+20.13) (s+10.38) (s^2 + 1.791s + 2.128)  
  
          203.18 (s+10) (s+1.029)  
qm:      -----  
          (s+20.13) (s+10.38) (s^2 + 1.791s + 2.128)
```

Fig.8 : Réponses indicielles des TF alpham/ua et qm/ua



20. Etablir la représentation d'état **REPI** du correcteur PI à partir du schéma de la figure 8 (sortie **ua**, entrée **ε**).

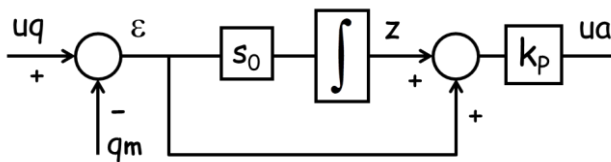


Figure 9 : Correcteur PI

On a **ua** en sortie et **ε** en entrée :

$$PI(s) = \frac{ua(s)}{\varepsilon(s)}$$

On a donc :

$$PI(s) = K_p \frac{s + s_0}{s} = K_p \left(1 + \frac{s_0}{s} \right)$$

Ce qui nous donne :

$$REPI = \begin{cases} \dot{z} = s_0 \varepsilon \\ ua = K_p z + K_p \varepsilon \end{cases}$$

```
%
% REPI du correcteur PI
s0=3;
API=0;BPI=s0;CPI=1;DPI=1;
REPI=ss(API,BPI,CPI,DPI)
TFPI=tf(REPI) % Vérification de la FT du PI
%
```

A =	B =	C =	D =
x1	u1	x1	u1
x1 0	x1 3	y1 1	y1 1

Pour vérification : $TFPI = \frac{s + 3}{s}$

21. Etablir la représentation d'état **RE4PI** du système formé par la mise en série du correcteur PI avec la boucle interne (retour en αF_m) fermée dans l'hypothèse où :

$$PI(s) = k_p \frac{(s + s_0)}{s} \quad \text{avec } s_0 = 3, \quad k_p = 1 \text{ et } k\alpha = 0,2$$

On utilisera l'instruction « **series** » (Cf. « **Help** »)

```
%
% Mise en série du PI avec la boucle interne fermée
RE4PI=series(REPI,RE3PI)
TFRE4PI=zpk(RE4PI)          % Vérification de la FT
%
```

RE4PI =

A =

	alpha	q	Dm	alpham	z
alpha	-10	573	0	0	0
q	0	-1.019	0.9051	-0.00215	0
Dm	0	0.8223	-1.077	-0.1756	0
alpham	4.04	0	0	-20.2	-20.2
z	0	0	0	0	0

B =

	u1
alpha	0
q	0
Dm	0
alpham	-20.2
z	3

C =

	alpha	q	Dm	alpham	z
alpham	0	57.3	0	0	0
qm	0	0	57.3	0	0

D =

	u1
alpham	0
qm	0

```
%
```

TFRE4PI =

2.4882 (s+74.98) (s+10) (s+3)

alpham: -----

s (s+20.13) (s+10.38) (s^2 + 1.791s + 2.128)

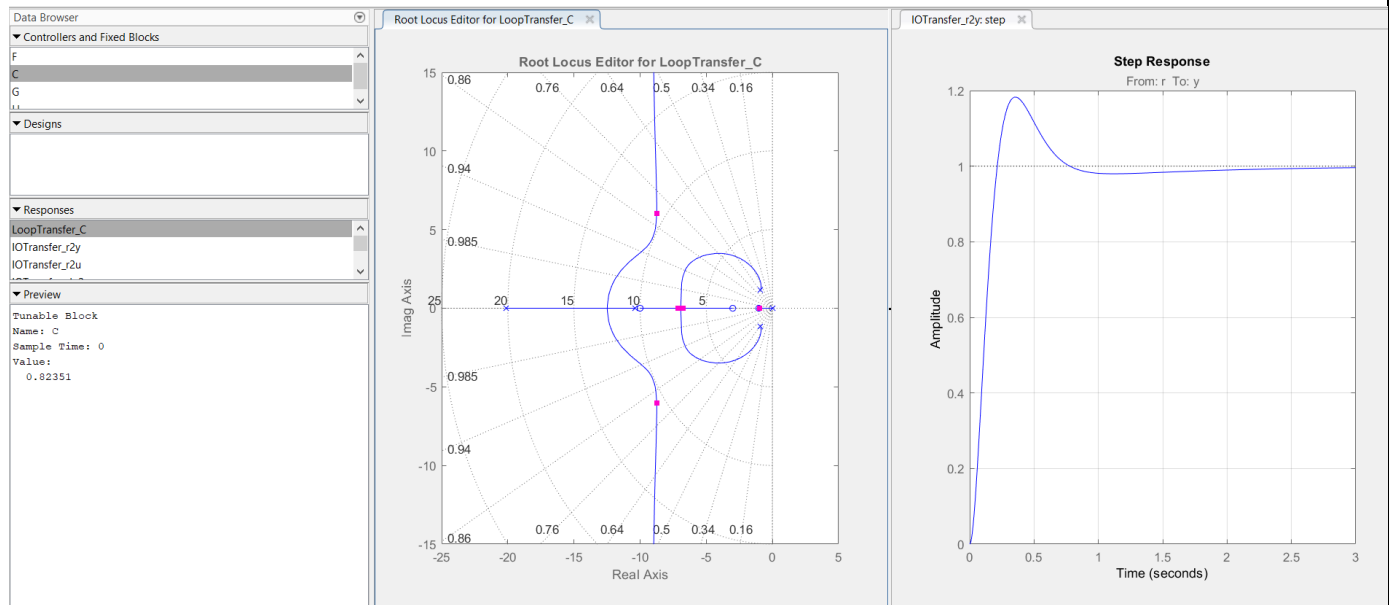
203.18 (s+10) (s+3) (s+1.029)

qm: -----

s (s+20.13) (s+10.38) (s^2 + 1.791s + 2.128)

22. Utiliser le « sisotool » et déterminer la valeur de k_{p0} la plus élevée donnant en boucle fermée une paire de pôles complexes, 1 paire de pôles doubles et un pôle simple. Donner les caractéristiques de ces pôles.

```
%
% Réglage de kP
sisotool('rlocus',sysPIaf_tf(2))
kP0=0.823;
%
```



Pour $k_{p0} = 0,823$ nous respectons le cahier des charges.

23. On ferme la boucle de retour en q_m . En supposant que $k_{p0} = 0,823$ déterminer les fonctions de transfert :

$$T_{alq_uq}(1) = \frac{\alpha_m}{uq}(p) \text{ et } T_{alq_uq}(2) = \frac{q_m}{uq}(p).$$

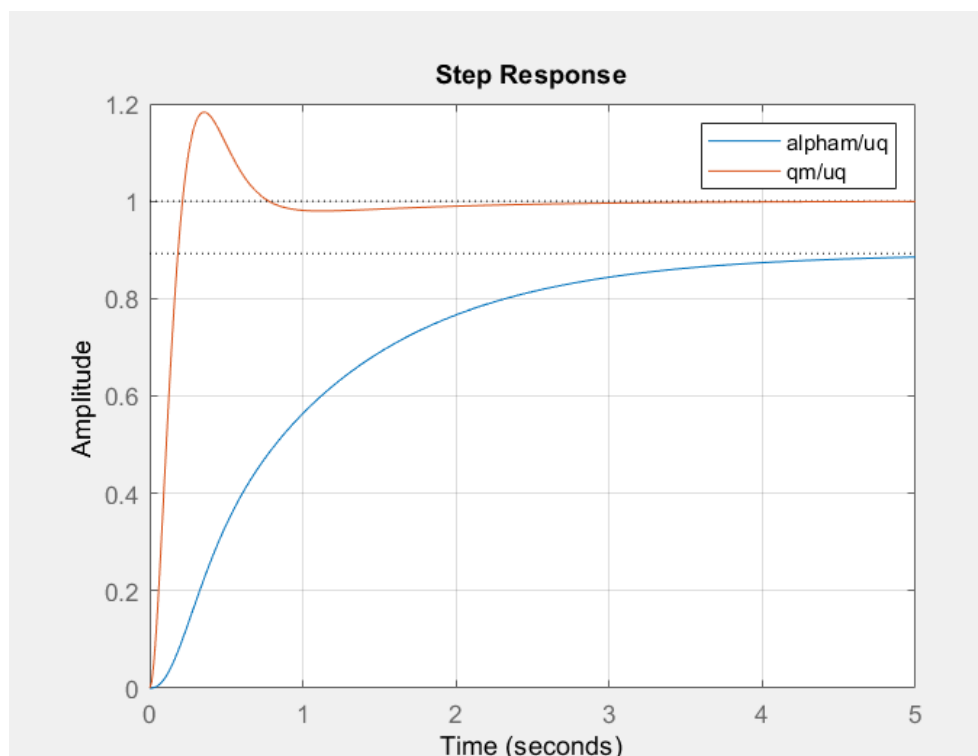
Tracer les réponses indicielles

```
%
% Fermons la boucle
[APIaf,BPIaf,CPIaf,DPIaf]=ssdata(RE4PI);
APIaf_bf=APIaf-kP0*BPIaf*CPIaf(2,:);
damp(APIaf_bf)
RE4PI_bf=ss(APIaf_bf,kP0*BPIaf,CPIaf,0);
Talq_uq=zpk(RE4PI_bf) % Fonction de transfert ua/q
%
```

Pole	Damping	Frequency (rad/TimeUnit)	Time Constant (TimeUnit)
-8.75e+00 + 6.02e+00i	8.24e-01	1.06e+01	1.14e-01
-8.75e+00 - 6.02e+00i	8.24e-01	1.06e+01	1.14e-01
-7.00e+00	1.00e+00	7.00e+00	1.43e-01
-6.85e+00	1.00e+00	6.85e+00	1.46e-01
-9.55e-01	1.00e+00	9.55e-01	1.05e+00

```
Talq_uq =
      2.0478 (s+10) (s+3) (s+74.98)
1:  -----
    (s+7.002) (s+6.848) (s+0.9548) (s^2 + 17.49s + 112.7)

      167.21 (s+10) (s+3) (s+1.029)
2:  -----
    (s+7.002) (s+6.848) (s+0.9548) (s^2 + 17.49s + 112.7)
```



24. Procéder à une simulation de la boucle de commande et enregistrer la réponse indicielle de l'incidence mesurée, de la vitesse de tangage mesurée ainsi que celle l'angle de braquage de la gouverne. On pourra s'inspirer du schéma de simulation suivant :

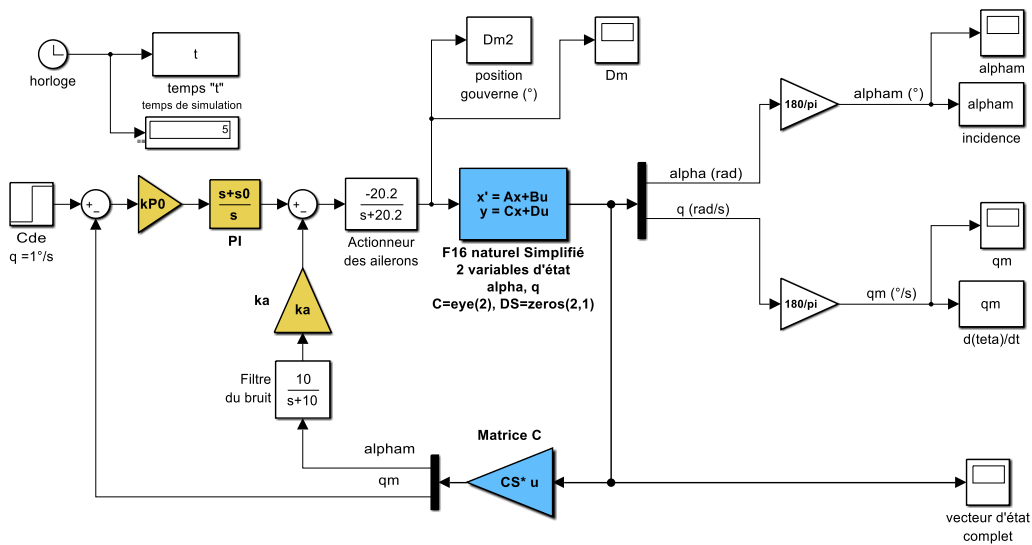
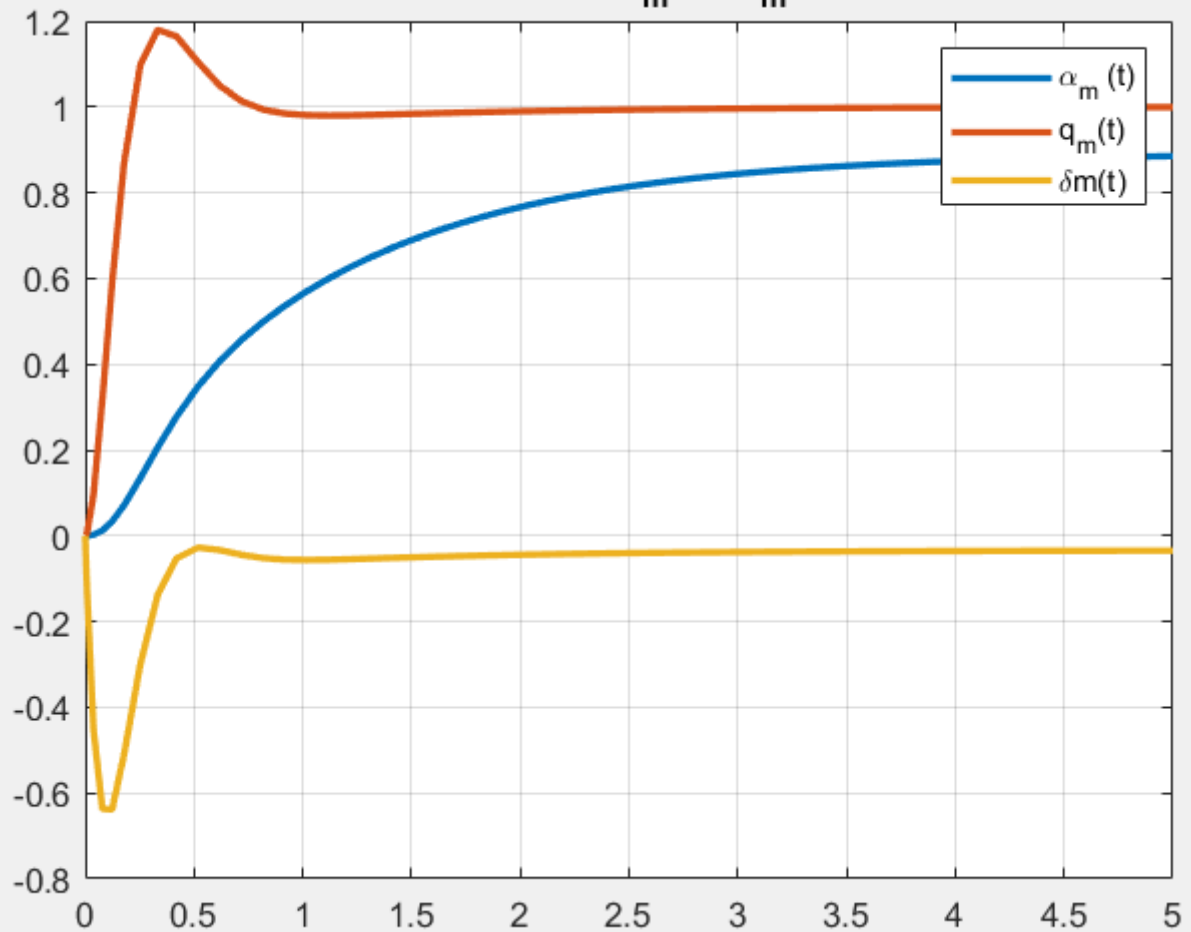


Figure 10 : Schéma de simulation du système de stabilisation du F 16 avec PI

```
%
% Simulation du dispositif
ka=0.2;kP0=0.823;tsim=5;
sim('F16_PI_alpha_q')
figure(10);plot(t,alphan,t,qm,t,Dm2,'LineWidth',2);grid on
title('\bfFig.10 : Simulink - \alpha_m(t), q_m(t) et \deltam(t)')
legend('\alpha_m(t)', 'q_m(t)', '\deltam(t)');
%
```

Fig.10 : Simulink - $\alpha_m(t)$, $q_m(t)$ et $\delta m(t)$



Pas d'erreur en régime permanent sur $q_m(t)$

G. INSERTION D'UN CORRECTEUR PI ASSOCIE A UN RETOUR EN FACTEUR DE CHARGE

Sur les avions de combat un accéléromètre aligné selon l'axe **z** et disposé à proximité de la « station de travail » du pilote sera utilisé comme capteur afin de créer une boucle de retour pour la commande des gouvernes de profondeur. Ce dispositif de commande permet au pilote de réagir correctement lors de manœuvres à facteur de charge élevé. Par ailleurs, si **1g** est soustrait à la mesure de l'accéléromètre, le système de commande maintient approximativement le niveau de vol constant sans intervention du pilote (tenue d'altitude). De plus, sachant que la mesure accélérométrique effectuée contient un terme proportionnel à l'angle d'incidence α , le retour en facteur de charge est à même de stabiliser un mode d'oscillation d'incidence instable. Ce retour est à privilégier car un accéléromètre est plus fiable et moins bruyé qu'un capteur d'incidence.

Pour le F16 au point de vol considéré, avec un accéléromètre installé à **15 ft** en avant du centre de gravité, le facteur de charge est donné par l'expression :

$$a_n = 16,262 \alpha + 0,97877 q - 0,048523 \delta_m \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a_n \text{ en g} \\ \alpha \text{ en rad} \\ q \text{ en rad/s} \\ \delta_m \text{ en } (^\circ) \end{cases}$$

Pour traiter cette question on s'inspirera de l'étude réalisée à la question précédente.

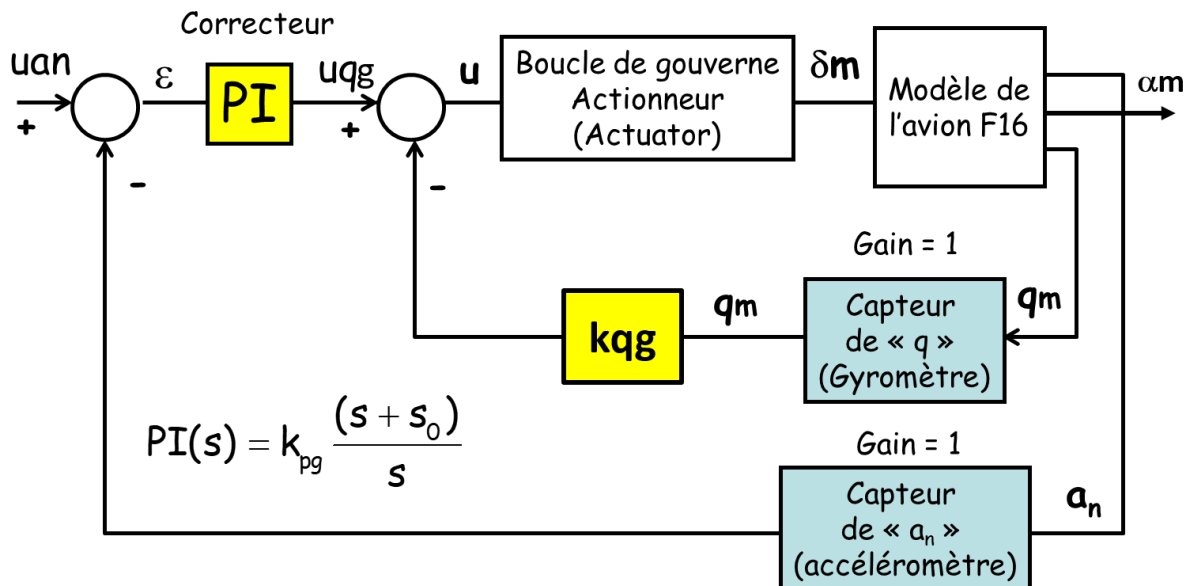


Figure 11 : Système de stabilisation du F16 avec PI et retour en facteur de charge

25. Etablir la représentation d'état $\mathbf{REnatSg} = [\mathbf{ASg}, \mathbf{BSg}, \mathbf{CSg}, \mathbf{DSg}]$ du modèle simplifié avec 3 sorties $[\alpha_m, q_m, a_n]^T$. Commenter la méthode d'obtention.
(Entrée : δ_m – Sorties : $[\alpha_m, q_m, a_n]^T$ – VE : $[\alpha, q]^T$).

```
% Rappel : Avion naturel simplifié - Variables d'état = [alpha q]'
format short e
AS=[-1.0189e+00   +9.0506e-01; +8.2225e-01   -1.0774e+00];
%
% Commande de profondeur Dm
BS=[-2.1499e-03;  -1.7555e-01];
%
% Matrice des sortie alphas (°) et qm (°/s)
CS=[180/pi  0;  0  180/pi];
DS=[0;0];
%
```

```

% Prise en compte du facteur de charge an
% Variables d'état = [alpha q]'
format short e
ASg=AS;
%
% Commande de profondeur Dm
BSg=BS;
%
% Matrice des sortie alpha (°), q (°/s) et an
CSg=[CS; 16.262  0.97877];
%
% Matrice de transmission directe
DSg=[DS;-0.048523];
%
REnatSg=ss(ASg,BSg,CSg,DSg,'StateName',{ 'alpha','q'},...
           'InputName',{'Dm'}, 'OutputName',{'alpham','qm','an'})

```

REnatSg =

A =

	alpha	q
alpha	-1.019	0.9051
q	0.8223	-1.077

B =

	Dm
alpha	-0.00215
q	-0.1756

C =

	alpha	q
alpham	57.3	0
qm	0	57.3
an	16.26	0.9788

D =

	Dm
alpham	0
qm	0
an	-0.04852

⌘

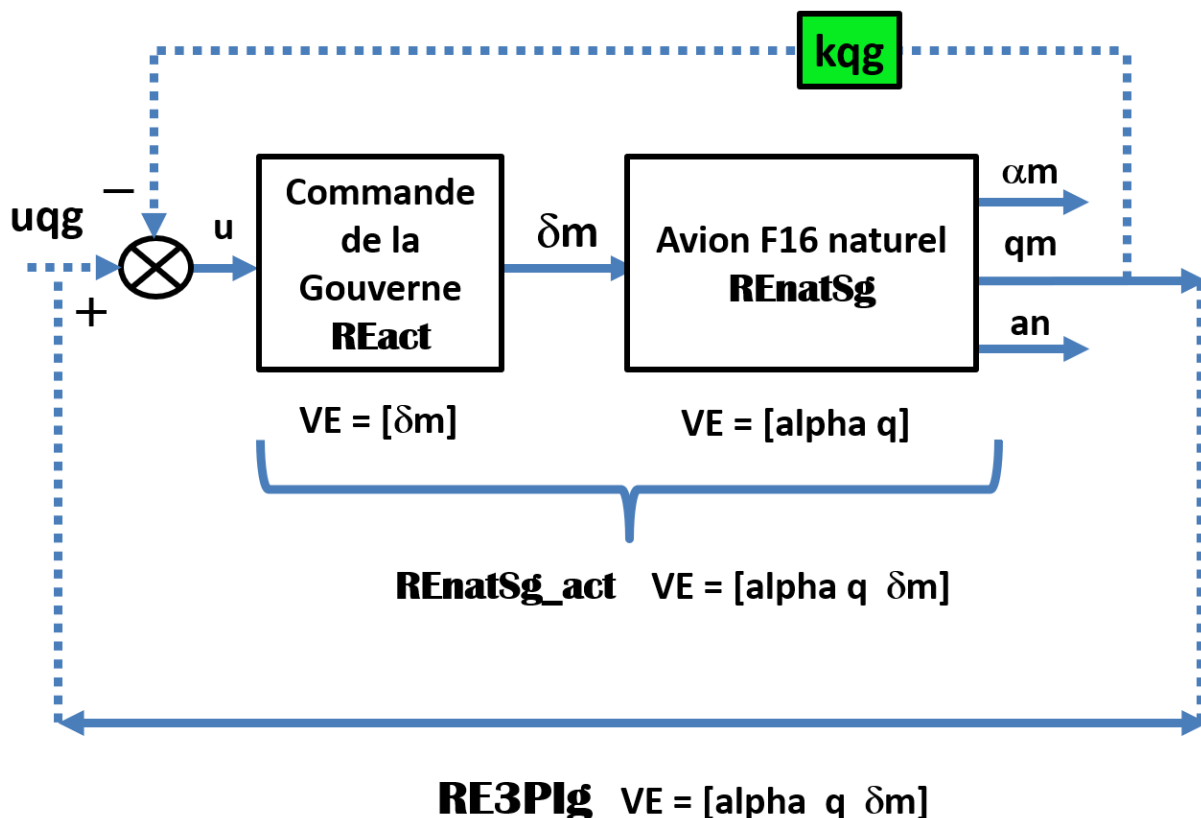


Figure 12 : RE des éléments de la chaine de commande

26. Déterminer la représentation d'état **REnatSg_act** = **[AactSg, BactSg, CactSg, DactSg]** correspondant à la mise en série de l'actionneur avec le modèle simplifié précédent du F16 naturel.
(Entrée : **u** – Sorties : **[α_m, q_m, an]^T** – VE : **[α, q, δm]^T**)

```
%
A_act=-20.2; B_act=-20.2; C_act=1; D_act=0;
REact=ss(A_act,B_act,C_act,D_act);
%
% Insertion de l'actionneur - Cf. le "Help" de "series"
REnatSg_act=series(REact,REnatSg)
% Entrée : u - VE : al, q, Dm - Sorties : al, q, an
[AactSg,BactSg,CactSg,DactSg]=ssdata(REnatSg_act)
REnatSg_act=ss(AactSg,BactSg,CactSg,DactSg,'StateName',{ 'alpha','q','Dm'},...
               'InputName',{'u'}, 'OutputName',{'alphan','qm','an'})
%
```

REnatSg_act =

A =

	alpha	q	Dm
alpha	-1.019	0.9051	-0.00215
q	0.8223	-1.077	-0.1756
Dm	0	0	-20.2

B =

	u
alpha	0
q	0
Dm	-20.2

C =

	alpha	q	Dm
alphan	57.3	0	0
qm	0	57.3	0
an	16.26	0.9788	-0.04852

D =

	u
alphan	0
qm	0
an	0

27. En déduire la matrice des fonctions de transfert notée **TactSg_u** et déterminer les pôles des termes de cette matrice.

```
%
TactSg_u=zpk(REnatSg_act)
[wn,zeta,Poles_TactSg_u]=damp(AactSg)
%
TactSg_u =
      2.4882 (s+74.98)
alphan:  -----
      (s+0.185) (s+1.911) (s+20.2)

      203.18 (s+1.029)
qm:      -----
      (s+0.185) (s+1.911) (s+20.2)

      0.98016 (s^2 + 6.358s + 58.02)
an:      -----
      (s+0.185) (s+1.911) (s+20.2)
```

wn = 1.8499e-01 1.9113e+00 2.0200e+01	zeta = 1 1 1	Poles_TactSf_u = -1.8499e-01 -1.9113e+00 -2.0200e+01
---	------------------------------	--

.

28. Sachant que l'on adopte $k_{qg} = 2$ déterminer la **RE3PIg** correspondant à la fermeture de la boucle de retour en **qm** soit **RE3PIg** = [AactSg_bf, BactSg_bf, CactSg_bf, DactSg_bf]

```
%
% Boucle interne fermée kqg
kqg=2;
AactSg_bf=AactSg-BactSg*[0 kqg 0]*CactSg;
RE3PIg=ss(AactSg_bf,BactSg,CactSg,DactSg,'StateName',{ 'alpha','q','Dm'},...
          'InputName',{'uqg'}, 'OutputName',{'alpham','qm','an'})
%
```

RE3PIg =

A =

	alpha	q	Dm
alpha	-1.019	0.9051	-0.00215
q	0.8223	-1.077	-0.1756
Dm	0	2315	-20.2

B =

	uqg
alpha	0
q	0
Dm	-20.2

C =

	alpha	q	Dm
alpham	57.3	0	0
qm	0	57.3	0
an	16.26	0.9788	-0.04852

D =

	uqg
alpham	0
qm	0
an	0

29. En déduire la matrice des fonctions de transfert notée **TactSg_uqg** et déterminer les pôles des termes de la matrice **TactSg_uqg**

Tracer les réponses indicielles des 3 composantes de la matrice **TactSg_uqg**

```
%
[AactSg_bf,BactSf_bf,CactSf_bf,DactSf_bf]=ssdata(RE3PIg)
TactSf_uq=zpk(RE3PIg)
[wn,zeta,Poles_TactSf_uq]=damp(AactSg_bf)
%
% Réponse indicielle
figure(11);step(TactSf_uq(1),TactSf_uq(2),TactSf_uq(3),5);grid on
title('\bfFig.11 : Réponses indicielles des TF \alpha_m/uqg, q_m/uqg et an/uqg')
legend('\alpha_m/uqg','q_m/uqg','an/uqg');
%
```

TactSg_uqg =

alpham: $\frac{2.4882 (s+74.98)}{(s+0.9939) (s^2 + 21.3s + 427.9)}$

qm: $\frac{203.18 (s+1.029)}{(s+0.9939) (s^2 + 21.3s + 427.9)}$

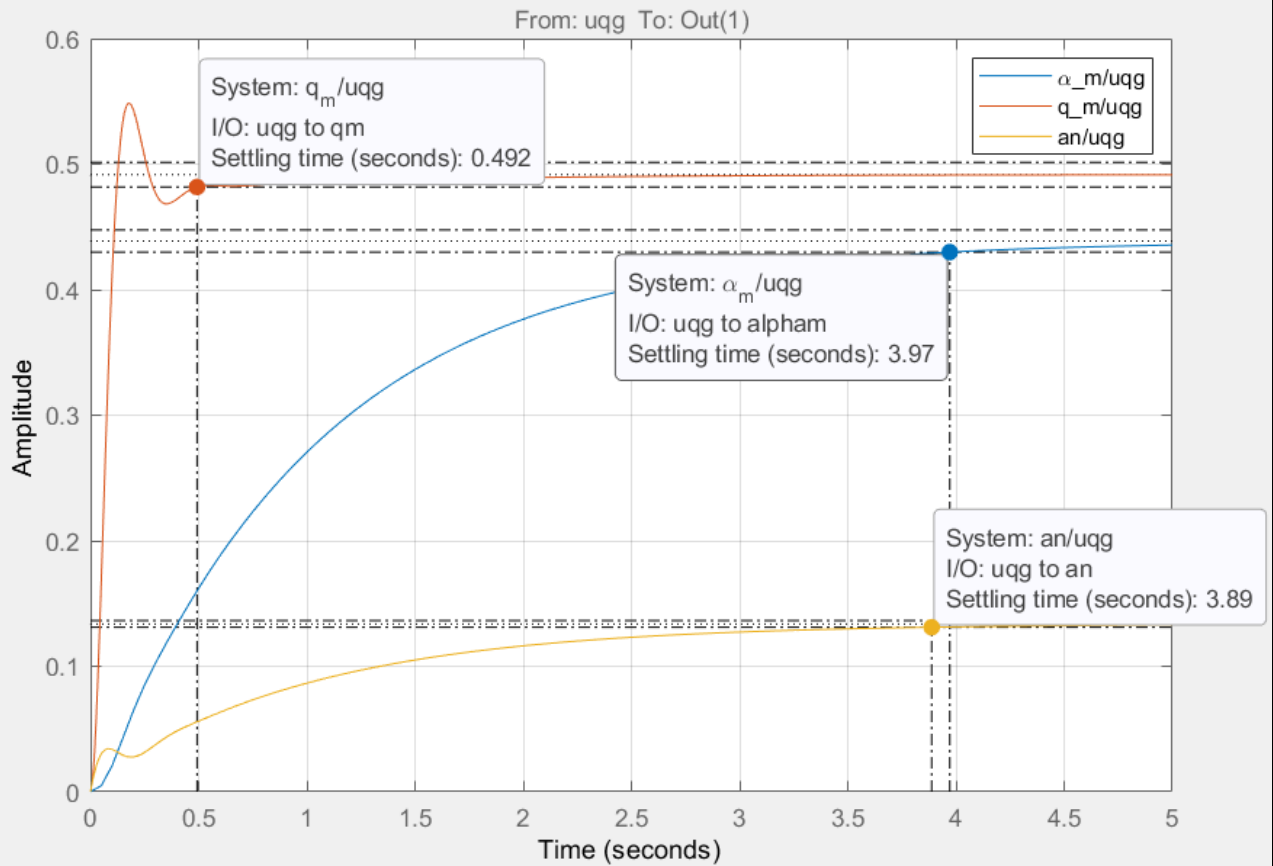
an: $\frac{0.98016 (s^2 + 6.358s + 58.02)}{(s+0.9939) (s^2 + 21.3s + 427.9)}$

wn =
9.9389e-01
2.0685e+01
2.0685e+01

zeta =
1.0000e+00
5.1492e-01
5.1492e-01

Poles_TactSg_uqg =
-9.9389e-01 + 0.0000e+00i
-1.0651e+01 + 1.7732e+01i
-1.0651e+01 - 1.7732e+01i

Fig.11 : Réponses indicielles des TF α_m/uqg , q_m/uq et an/uqg



30. Déterminer **RE4PIg** = [**APIactSg**, **BPIactSg**, **CPIactSg**, **DPIactSfg**] du système formé par la mise en série du correcteur PI avec la boucle interne (retour en **qm**) fermée

$$PI(s) = k_{pg} \frac{(s + s_0)}{s} \quad \text{avec } s_0 = 1, \quad k_{pg} = 1 \text{ et } k_{qg} = 2$$

```
%
% Amélioration des performances avec un PI
% Rappel : RE du correcteur PI
s0g=1; API=0;BPI=s0g;CPI=1;DPI=1;
REPIg=ss(API,BPI,CPI,DPI,'StateName',{'z'},...
          'InputName',{'epsilon'}, 'OutputName',{'ua'})
TFREPIg=tf(REPIg); % Pour vérification de la matrice des FT
```

```

%
% Mise en série du PI avec la boucle interne fermée
RE4PIg=series(REPIg,RE3PIg)
%RE4PIg=minreal(RE4PIg,0.001);
TFRE4PIg=zpk(RE4PIg); % Vérification de la FT
[APIactSg,BPIactSg,CPIactSg,DPIactSg]=ssdata(RE4PIg);
%

```

RE4PIg

A =

	alpha	q	Dm	z
alpha	-1.019	0.9051	-0.00215	0
q	0.8223	-1.077	-0.1756	0
Dm	0	2315	-20.2	-20.2
z	0	0	0	0

B =

	epsilon
alpha	0
q	0
Dm	-20.2
z	1

C =

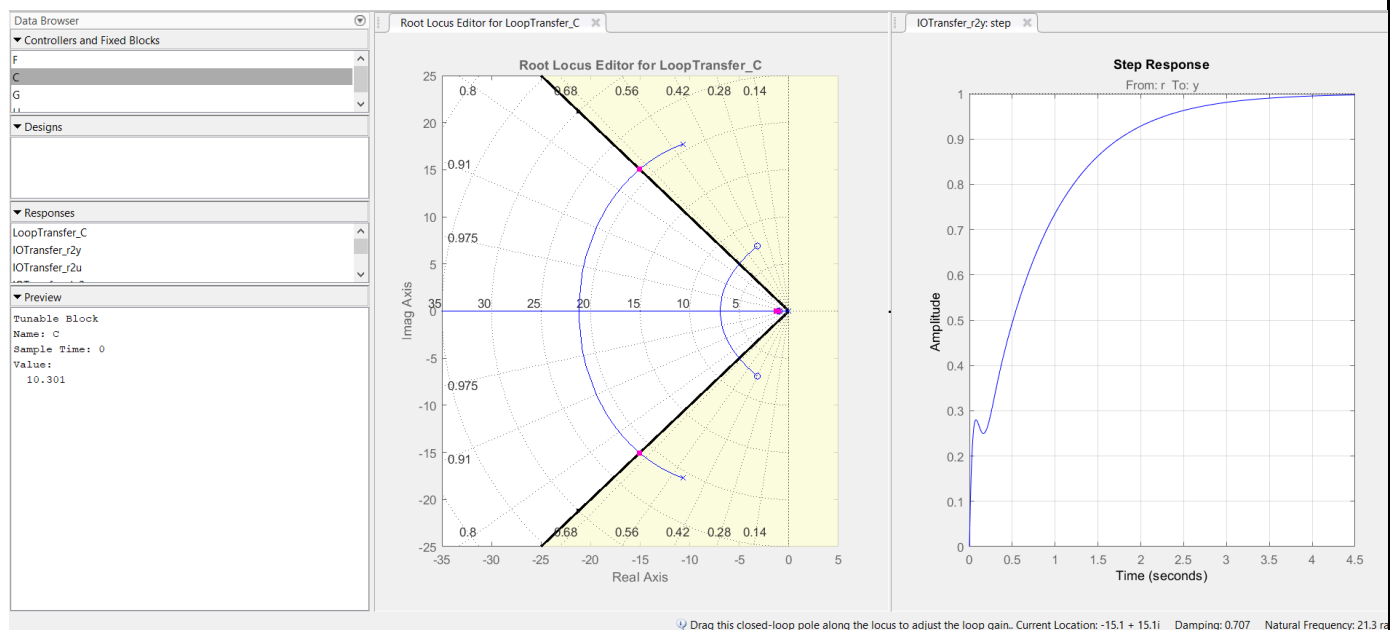
	alpha	q	Dm	z
alpham	57.3	0	0	0
qm	0	57.3	0	0
an	16.26	0.9788	-0.04852	0

D =

	epsilon
alpham	0
qm	0
an	0

31. Utiliser le « sisotool » pour déterminer la valeur de kpg donnant en boucle fermée une paire de pôles complexes d'amortissement égal à $\sqrt{2}/2$.
Donner les caractéristiques de ces pôles.

```
%
% Réglage de kP
%sisotool('rlocus',TFRE4PIg(3))
kP0g=10.3;
%
```



Wn=21,3 et zeta=0.707

32. Donner la RE **[APIactSf_bf,BPIactSf_bf,CPIactSf_bf,DPIactSf_bf]** du système en boucle fermée avec la valeur de kpg= 10,3 et indiquer les pôles de la boucle fermée.
En déduire la matrice des fonctions de transfert notée **TactSf_uan**
Déterminer les pôles des termes de la matrice **TactSf_uan**.
Tracer les réponses indicielles des 3 composantes de la matrice **TactSf_uan**.

```
%
% Fermons la boucle
APIactSg_bf=APIactSg-kP0f*BPIactSg*CPIactSg(3,:);
RE4PIg_bf=ss(APIactSg_bf,kP0f*BPIactSg,CPIactSg,0,...
    'StateName',{'alpha','q','Dm','z'},...
    'InputName',{'uan'}, 'OutputName',{'alpham','qm','an'})
% Matrice des fonctions de transfert
TPRE4PIg_uan=zpk(RE4PIg_bf)
% Caractéristiques de poles
[zeta wn poles]=damp(APIactSg_bf)
% Réponse indicielle
figure(12);
step(TPRE4PIg_uan(1),TPRE4PIg_uan(2),TPRE4PIg_uan(3),5);grid on
title('\bfFig.12 : Réponses indicielles des TF alpham/uan, qm/uan et an/uan')
legend('alpham/uan','qm/uan','an/uan');
%
```

RE4PIg_bf**A =**

	alpha	q	Dm	z
alpha	-1.019	0.9051	-0.00215	0
q	0.8223	-1.077	-0.1756	0
Dm	2201	2447	-26.77	-20.2
z	-109	-6.558	0.3251	0

B =

	uan
alpha	0
q	0
Dm	-135.3
z	6.7

C =

	alpha	q	Dm	z
alphan	57.3	0	0	0
qm	0	57.3	0	0
an	16.26	0.9788	-0.04852	0

D =

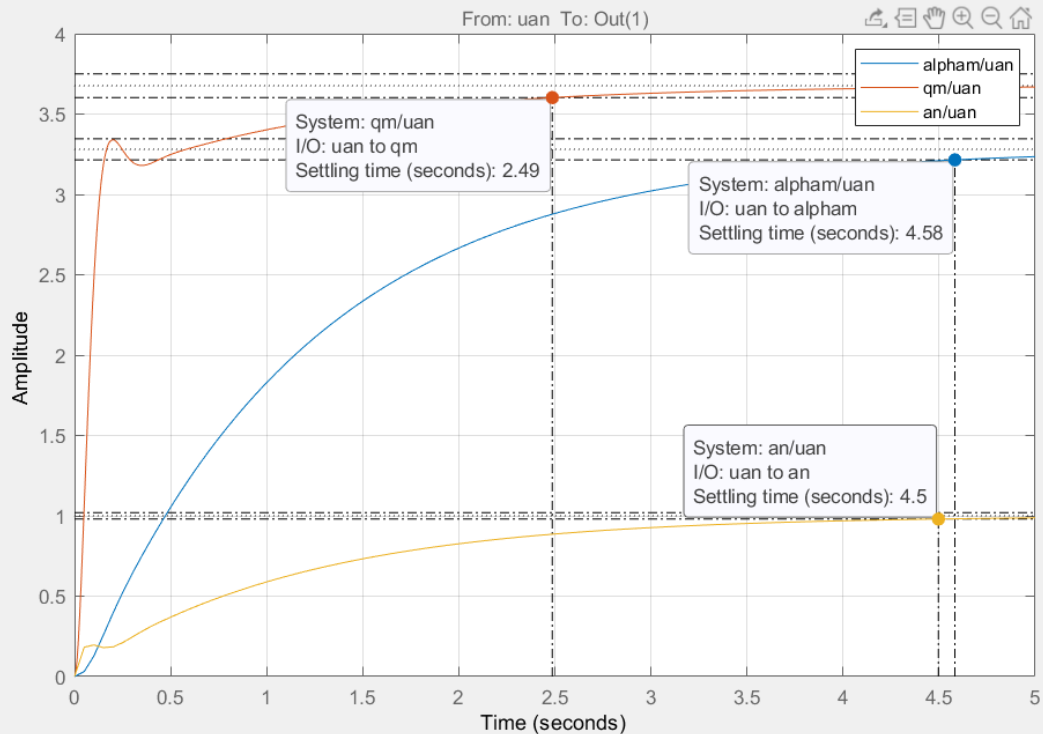
	uan
alphan	0
qm	0
an	0

TPRE4PIg_uan =

$$\text{alphan: } \frac{16.671 (s+74.98) (s+1)}{(s^2 + 1.847s + 0.8532) (s^2 + 27.02s + 446.6)}$$

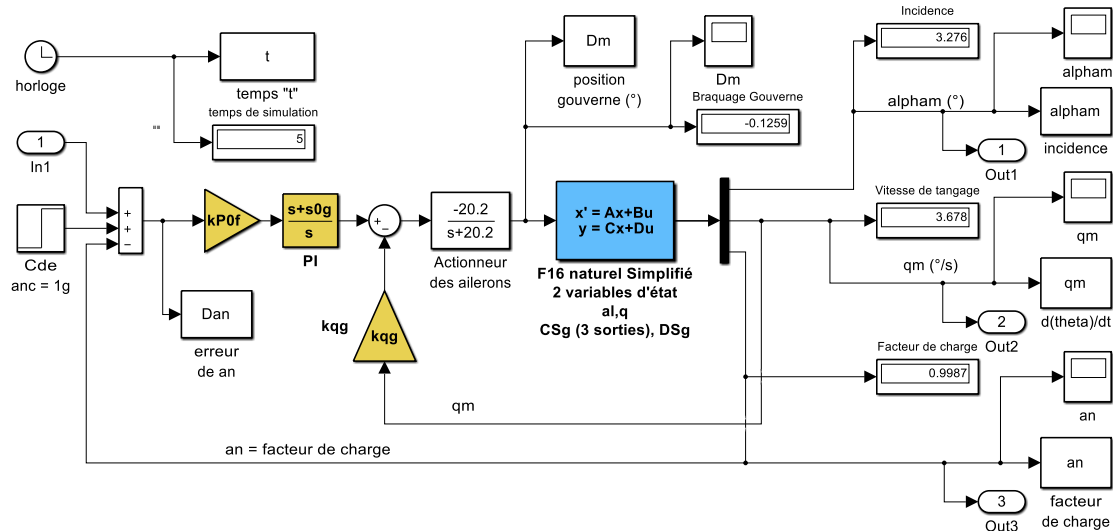
$$\text{qm: } \frac{1361.3 (s+1.029) (s+1)}{(s^2 + 1.847s + 0.8532) (s^2 + 27.02s + 446.6)}$$

$$\text{an: } \frac{6.5671 (s+1) (s^2 + 6.358s + 58.02)}{(s^2 + 1.847s + 0.8532) (s^2 + 27.02s + 446.6)}$$

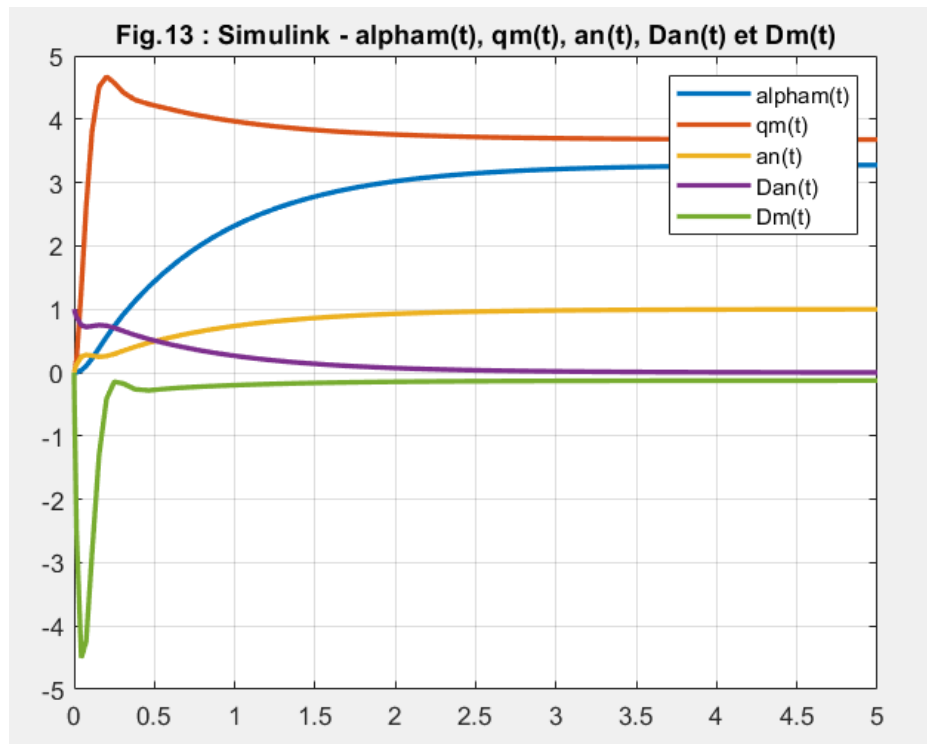
Fig.12 : Réponses indicielles des TF alphan/uan, qm/uan et an/uan

33. Adapter le schéma Simulink afin de procéder à la simulation de la boucle de commande en facteur de charge.

Enregistrer la réponse indicielle de l'incidence α_m , de la vitesse de tangage q_m , du facteur de charge an , de l'erreur en facteur de charge Dan ainsi que celle l'angle de braquage de la gouverne Dm . Conclusions.



```
%
% Simulation du dispositif de commande
tsim=5;
sim('F16_PI_alpha_q_an')
figure(13);plot(t,alpha_m,t,qm,t,an,t,Dan,t,Dm,'LineWidth',2);grid on
title('\bfFig.13 : Simulink - alpha_m(t), qm(t), an(t), Dan(t) et Dm(t)')
legend('alpha_m(t)', 'qm(t)', 'an(t)', 'Dan(t)', 'Dm(t)');
%
```



On remarque que toutes les courbes convergent en moins de trois secondes, on peut donc en conclure que l'avion se stabilise rapidement.

34. Utilisez le schéma Simulink afin de déterminer les fonctions de transfert α_m/an , q_m/anc , an/anc
Donner les gains statiques des transmittances.

```
%
[aan,ban,can,dan]=linmod('F16_PI_alpha_q_an');
Ss_an=ss(aan,ban,can,dan);
T_an=zpk(Ss_an);
TPIq_anc=T_an(1)
TPIal_anc=T_an(2)
TPIan_anc=T_an(2)
%
```

```
TPIq_anc =

          16.671 (s+74.98) (s+1)
-----
(s^2 + 1.847s + 0.8532) (s^2 + 27.02s + 446.6)
Continuous-time zero/pole/gain model.
```

```
TPIal_anc =

          1361.3 (s+1.029) (s+1)
-----
(s^2 + 1.847s + 0.8532) (s^2 + 27.02s + 446.6)
Continuous-time zero/pole/gain model.
```

ANNEXE QUELQUES CARACTERISTIQUES DU F16⁷

Mass Properties :

	Unités anglo saxonne	Unités SI
Weight	20 500 lbs	9 295,44 kg
Moments of Inertia (slug.ft ²) Ix	9 496 slug.ft ²	12 874,8 kg/m ²
Iy	55 814 slug.ft ²	75 673,6 kg/m ²
Iz	63 100 slug.ft ²	85 552,1 kg/m ²
Ixz	982 slug.ft ²	1 331,4 kg/m ²

Wing Dimensions :

	Unités anglo saxonne	Unités SI
Reference wing Span (b)	30 ft	9,144 m
Reference wing Area (S)	300 ft ²	27.87 m ²
\bar{c} = mac = Mean aerodynamic chord	11,32 ft	3,45 m ²

Reference CG Location : $X_{cg} = 0,35\bar{c}$

Control Surface Actuator Models :

	Deflexion limit	Rate limit	Time constant
Elevator	±25°	60°/s	0,05s
Ailerons	±21,5°	80°/s	0,05s
Rudder	±30°	120°/s	0,05s

Trimmed Flight Conditions :

V	α	θ	THTL	EI	Ail	RDR
502 ft/s	0,0369 rad	0,0369 rad	13,85%	-0,7588°	0°	0°
z	γ	\bar{q}	p	q	r	
0 ft	0 rad	300 psf	0 rad/s	0 rad/s	0 rad/s	

Variables d'état :	Variables de commande :
	δ_{th} - throttle setting, (0-1) δ_e - elevator deflection, rad δ_a - aileron deflection, rad δ_r - rudder deflection, rad

⁷ Table 3.6-3 page 195

V_T	-	Total velocity, m/s
α	-	angle of attack, rad
β	-	angle of sideslip, rad
ϕ	-	roll angle, rad
θ	-	pitch angle, rad
ψ	-	yaw angle, rad
q_0, q_1, q_2, q_3	-	quaternion components
p	-	body-axis roll rate, rad/s
q	-	body-axis pitch rate, rad/s
r	-	body-axis yaw rate, rad/s
x_E	-	x-position w.r.t. earth, m
y_E	-	y-position w.r.t. earth, m
z_E	-	z-position w.r.t. earth, m
pow	-	power setting, %

TABLE 3.6-3 Trimmed Flight Conditions for the F-16Nominal Condition: $h = 0$ ft, $\bar{q} = 300$ psf, $X_{cg} = .35\bar{c}$, $\dot{\phi} = \dot{\theta} = \dot{\psi} = \gamma = 0$

variable	CONDITION				
	Nominal	$X_{cg} = 0.3\bar{c}$	$X_{cg} = +0.38\bar{c}$	$X_{cg} = +0.3\bar{c}$ $\dot{\psi} = 0.3$ r/s	$X_{cg} = -0.3\bar{c}$ $\dot{\theta} = 0.3$ r/s
V_T (ft/s)	502.0	502.0	502.0	502.0	502.0
α (rad)	0.03691	0.03936	0.03544	0.2485	0.3006
β (rad)	$-4.0E-9$	$4.1E-9$	$3.1E-8$	$4.8E-4$	$4.1E-5$
ϕ (rad)	0	0	0	1.367	0
θ (rad)	0.03691	0.03936	0.03544	0.05185	0.3006
P (r/s)	0	0	0	-0.01555	0
Q (r/s)	0	0	0	0.2934	0.3000
R (r/s)	0	0	0	0.06071	0
THTL(0-1)	0.1385	0.1485	0.1325	0.8499	1.023
EL(deg)	-0.7588	-1.931	-0.05590	-6.256	-7.082
AIL(deg)	$-1.2E-7$	$-7.0E-8$	$-5.1E-7$	0.09891	$-6.2E-4$
RDR(deg)	$6.2E-7$	$8.3E-7$	$4.3E-6$	-0.4218	0.01655