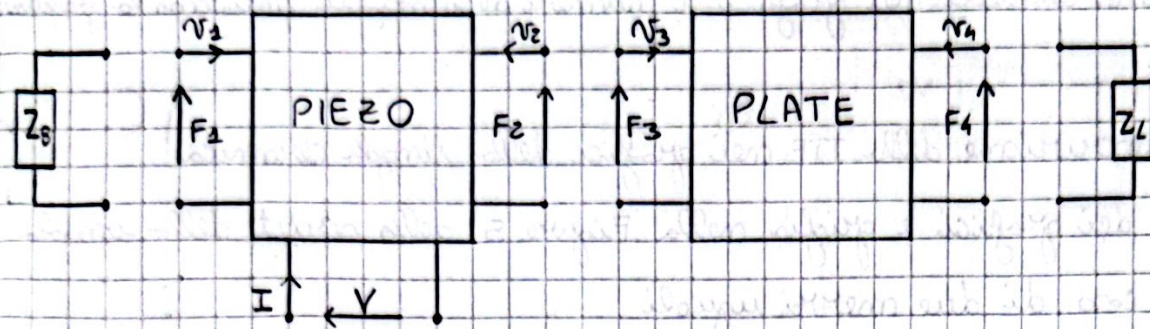


# Modellazione teorica di un trasduttore elettromeccanico a larga banda

Schematizzazione del problema con l'aiuto di reti due porte:



In generale per una porta  $p$  di un sistema, l'impedenza di ingresso (in inglese driving-point impedance) è il rapporto tra la variabile "forza" e la variabile "flusso" sulla stessa porta. Nel caso dell'elem. piezo, siccome siamo interessati alla conversione tens.elett.  $\rightarrow$  def. mecc., osservando dall'unica porta elettrica essa è definita come:

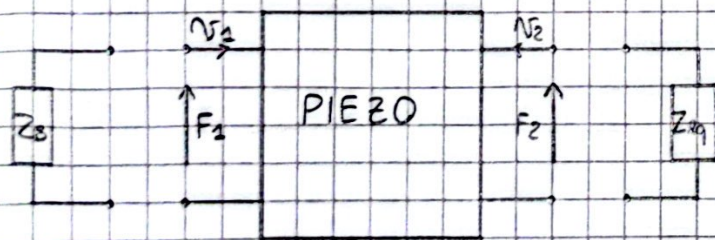
$$Z_{im,e} = \frac{V}{I}$$

Risultando è semplicemente l'impedenza vista ai morsetti della porta elettrica (ovvero la generale modellazione della resistenza per il regime di corrente alternata CA) con tutte le sorgenti indipendenti interne disattivate.

In altre parole la  $Z_{im}$  è esattamente l'impedenza equivalente di Thévenin  $Z_{th}$  della rete osservata ai morsetti della porta elettrica del piezo ( $Z_{im} = Z_{th}$ ).

Tutto questo per dire che dal punto di vista del calcolo di  $Z_{im}$  del piezo, nel caso in cui agiamo tra l'interfaccia (porta) destra del piezo e il carico un layer aggiuntivo (matching plate), è possibile sostituire il carico acustico  $Z_a$  con l'impedenza equivalente  $Z_{eq}$  vista alla porta meccanica 2 del piezo, che rappresenta plate + carico  $Z_a$ .

Il discorso precedente porta alla seguente semplificazione della rete:



Procedo quindi a calcolare  $Z_{eq}$ . Per farlo mi concentro sul sistema rappresentato dal plate + carico. Quest'ultimo è un sistema puramente meccanico quindi le eq. che lo descrivono sono ricavabili da quelle che descrivono la ceramica  $172$  cancellando il fattore di accoppiamento elettro-meccanico  $h_{33}$ :

$$\begin{bmatrix} F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} F_3 = M_{11} V_3 + M_{12} V_4 \\ F_4 = M_{21} V_3 + M_{22} V_4 \end{cases}$$

Termino (ovvero aggiungo) la porta 4 con  $Z_L = Z_2$ :

$$\begin{cases} F_4 = -Z_2 V_4 \\ F_3 = M_{11} V_3 + M_{12} V_4 \\ F_4 = M_{21} V_3 + M_{22} V_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} // \\ // \\ -Z_2 V_4 = M_{21} V_3 + M_{22} V_4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} // \\ // \\ V_4 = -\frac{M_{21}}{Z_2 + M_{22}} V_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} // \\ F_3 = M_{11} V_3 + M_{12} \left( -\frac{M_{21}}{Z_2 + M_{22}} V_3 \right) \\ // \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} // \\ F_3 = \left( M_{11} - \frac{M_{21} M_{12}}{Z_2 + M_{22}} \right) V_3 \\ // \end{cases} \Rightarrow \frac{F_3}{V_3} = M_{11} - \frac{M_{21} M_{12}}{Z_2 + M_{22}}$$

Per definizione, alla porta 3 plate + carico si comporta come un'impedenza meccanica  $Z_{eq}$  tale che  $Z_{eq} = F_3 / V_3$ . Quindi:

$$Z_{eq} = M_{11} - \frac{M_{12} M_{21}}{Z_2 + M_{22}}$$

Dato che il plate è uniforme, lineare e passivo, con le variabili e i regni definiti allo stesso modo alle due porte. Allora il plate (come viene anche evidenziato nelle slide) è simmetrico e quindi:

$$M_{11} = M_{22}$$

$$M_{12} = M_{21}$$

Allora  $Z_{eq}$  è esprimibile come:

$$Z_{eq} = M_{11} - \frac{M_{12}^2}{Z_2 + M_{11}}$$

(Nota: come questa forma è molto simile a quella di  $Z_{in}$  vista per il filtro, ma è necessario tenere a mente che qui compaiono gli elem. della mat.  $M$  che è puramente meccanica mentre lì compaiono gli elementi della mat.  $B$  che è elettromeccanica. Hanno quindi funzione totalmente differente)

È infine possibile una volta calcolata  $Z_{eq}$  utilizzare  $M_{11}$  o  $M_{12}$  a guida di  $Z_2$  per il calcolo dell' $Z_{in}$  del sistema allo solito maniera (ovvero utilizzando la mat.  $B$ ).