**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA INFORMATICA E DELLE TECNOLOGIE DELL'INFORMAZIONE

**RELAZIONE ESERCITAZIONI**

Sensori, Rivelatori e Dispositivi Elettronici

Docente:

Prof. Antonio Iula

Studente:

Michael Pio Stolfi 68787

**ANNO ACCADEMICO 2024-2025**

Sommario

[Sommario 2](#_Toc214044752)

[Introduzione 3](#_Toc214044753)

[Progetto e simulazione di trasduttori piezoelettrici in MATLAB 4](#_Toc214044754)

[Caratterizzazione dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness 4](#_Toc214044755)

[Modello terminale dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness 7](#_Toc214044756)

[Estensione del modello terminale ad una coppia di ceramiche piezoelettriche 12](#_Toc214044757)

[Progetto di un trasduttore piezoelettrico a larga banda 17](#_Toc214044758)

[References 18](#_Toc214044759)

# Introduzione

Lo scopo del presente documento è quello di riassumere, analizzare e presentare i risultati ottenuti durante lo svolgimento delle tre esercitazioni svolte per il corso di Sensori, Rivelatori e Dispositivi Elettronici.

A tale scopo in tutto il documento verrà adottato il seguente approccio: verranno anzitutto introdotti i concetti teorici strettamente necessari alla trattazione dello specifico argomento; verranno poi discusse le scelte implementative adottate; verranno quindi analizzati i risultati ottenuti e infine quest’ultimi verranno confrontati con i risultati teorici attesi.

Le tre esercitazioni si muovono in tre campi differenti: la prima si articola nel campo della simulazione numerica di trasduttori piezoelettrici ed è stata svolta in MATLAB; la seconda si articola nel campo della simulazione FEM di trasduttori piezoelettrici ed è stata svolta in Ansys; infine l’ultima si articola nel campo dell’analisi di caratteristiche biometriche e anch’essa è stata svolta in MATLAB.

Per tutte e tre le esercitazioni, correttamente contestualizzato, verrà adottato l’approccio sopra discusso.

## Progetto e simulazione di trasduttori piezoelettrici in MATLAB

## Caratterizzazione dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness

Esistono delle geometrie per le quali è possibile assumere che, in un range di frequenze, esista un solo modo di vibrazione e che questo abbia un’unica direzione di propagazione; ad esempio, l’onda si propaga nella direzione z ed è indipendente dalle variabili x e y. Affinché ciò sia possibile la dimensione fisica corrispondente alla direzione di propagazione deve essere molto diversa (maggiore o minore) dalle altre due. Questa assunzione porta ad identificare alcune geometrie monodimensionali per le quali è possibile ricavare il modello matematico.

Considerando una ceramica piezoelettrica, avente lunghezza L, larghezza w e spessore l e tale per cui L e w siano molto maggiori di l (𝐿, 𝑤≫𝑙). La ceramica è polarizzata nella direzione z e le facce ortogonali a tale direzione sono metallizzate. Ai capi degli elettrodi è applicata una tensione sinusoidale V.



Figura 1: Geometria dell’elemento piezoelettrico che oscilla nel modo thickness.

Esistono principalmente due differenti tipologie di ceramiche piezoelettriche classificabili in base alla tipologia del drogaggio e alla mobilità dei domini ferroelettrici:

* Soft: con drogaggi donatori che favoriscono la mobilità dei domini; in media si ottengono alta sensibilità (d₃₃ elevato), alti fattori di accoppiamento, permittività più alta ma perdite dielettriche maggiori. Più facili da polarizzare ma anche più suscettibili a depolarizzazione e a limiti di frequenza (Soft vs. Hard Piezo Ceramics). Ambiti applicativi tipici sono quelli in cui servono sensibilità e spostamento: sensori (accelerometri, microfoni/trasduttori elettroacustici), attuatori a bassa potenza (FerroPerm Piezoceramics).
* Hard: con drogaggi accettori che “bloccano” i domini; in media perdite basse, stabilità sotto carichi meccanici/elettrici elevati, ma d₃₃ più basso e spostamenti inferiori a parità di campo. Più difficili da polarizzare ma più stabili in potenza (Soft vs. Hard Piezo Ceramics). Ambiti applicativi tipici sono quelli servono alta potenza e bassa perdita: saldatura ultrasonica, pulizia ultrasonica, terapia, sonar e trasduttori in risonanza con auto riscaldamento ridotto (FerroPerm Piezoceramics).

Considerando una ceramica piezoelettrica soft, avente:

* Densità volumetrica del materiale ρ;
* Costante di rigidezza elastica ;
* Costante di rigidezza piezoelettrica ;
* Costante di stress piezoelettrica ;
* Costante di impermeabilità dielettrica .

Dove il primo pedice indica la direzione della componente che vale 3 e corrisponde alla direzione dell’asse z nella presente notazione, mentre il secondo pedice indica la normale della superficie orientata sempre valente 3 e corrispondente a z.

In questa condizione nel materiale si propagano delle onde elastiche la cui velocità è calcolabile come segue:

Tali onde avranno invece una fase detta “fase di spessore” o “lunghezza elettrica” definita come segue:

Dove con ω è stata indicata la pulsazione ricavabile agevolmente dalla frequenza.

La frequenza alla quale nell’elemento piezoceramico si stabilisce un’onda stazionaria compatibile con le condizioni ai bordi del pezzo è detta frequenza di risonanza meccanica dell’elemento. Per il modo fondamentale tale frequenza è così definita:

Un parametro molto importante per riassumere e caratterizzare tale elemento piezoceramico a vuoto, ovvero meccanicamente isolato, è l’impedenza d’ingresso dell’elemento. Tale impedenza, come è possibile dimostrare, è calcolabile come segue:

Dove:

è la cosiddetta capacità statica della ceramica.

Come è possibile osservare l’equazione (1.3) presenta soltanto parametri noti della ceramica o calcolabili con le equazioni [(1.0) - (1.2)]; di conseguenza data la precedente base teorica l’implementazione atta a simulare numericamente il comportamento della funzione risulta banale. Inoltre l’implementazione segue pedissequamente quanto visto teoricamente e non presenta scelte implementative degne di essere trattate.

Di seguito vengono riportati i grafici del modulo e della fase dell’impedenza di ingresso della ceramica piezoelettrica avente seguenti caratteristiche: geometria delle facce circolare, , , tipologia della ceramica Ferroperm .

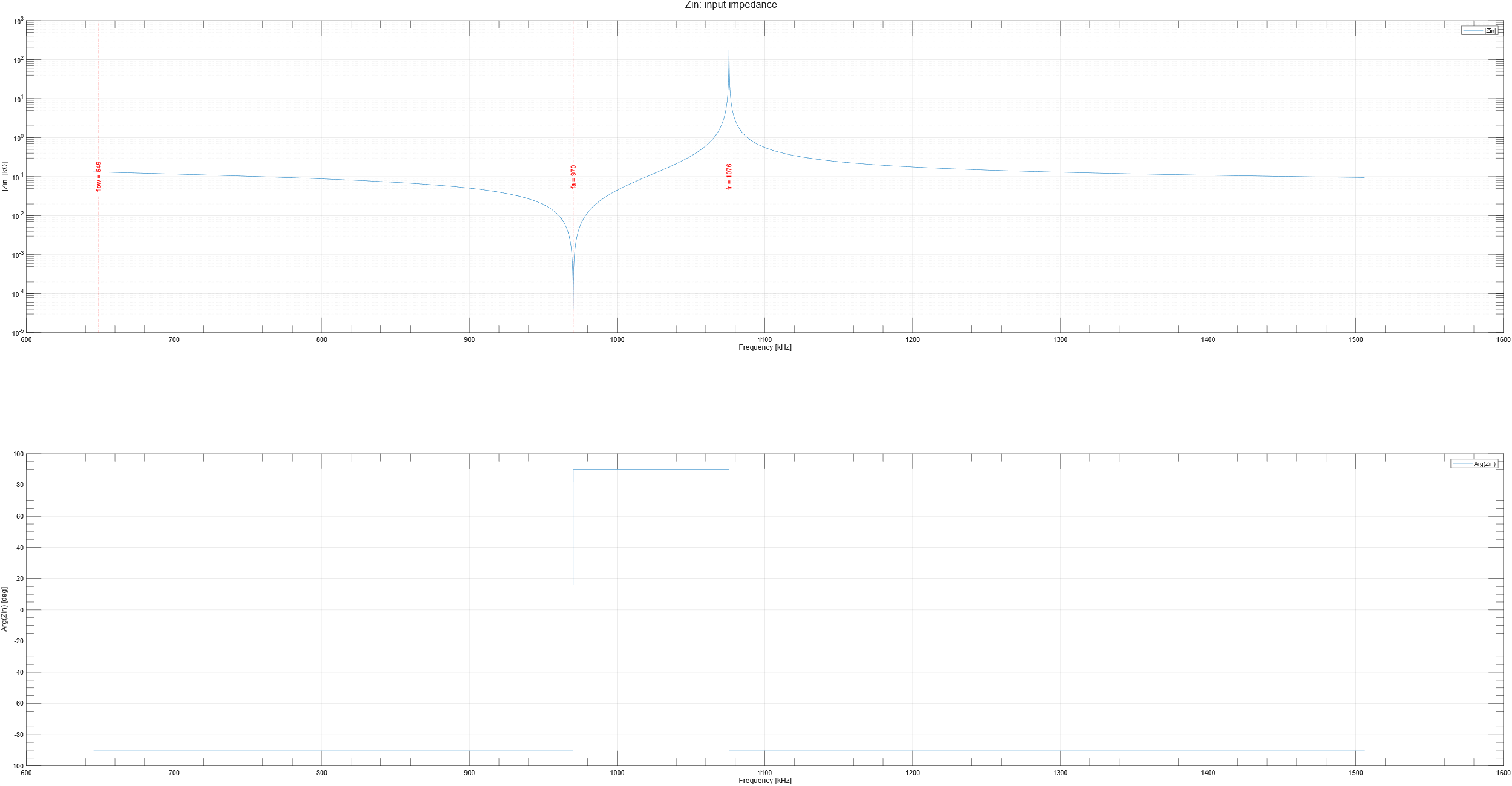


Figura 2: Impedenza elettrica d’ingresso dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness a vuoto.

Come è possibile osservare l’impedenza ha un minimo del modulo alla frequenza di antirisonanza ovvero per e un massimo del modulo alla frequenza di risonanza ovvero per ; è inoltre possibile osservare come per frequenze basse, ovvero sufficientemente piccole rispetto alla , ad esempio pari a la ceramica presenti un comportamento assimilabile a quello di un condensatore. Questi risultati corrispondo a quanto ci si aspetta dall’andamento a vuoto di una ceramica piezoelettrica ideale (quindi in totale assenza di rumore esterno e/o carichi).

## Modello terminale dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness

Il modello ricavato considerando l’elemento isolato meccanicamente permette di mettere in evidenza il comportamento meccanico ed elettrico e di capire come possono essere valutati, tramite delle misure elettriche e meccaniche, alcune delle costanti del materiale. Per analizzare invece il comportamento della ceramica piezoelettrica come trasduttore bisogna imporre delle condizioni al contorno che tengano conto che l’elemento è a contatto, tramite le superfici ortogonali all’asse z, con dei mezzi materiali con i quali scambia energia.

È possibile dimostrare che il comportamento della ceramica è schematizzabile da un sistema di equazioni, che utilizzando la notazione matriciale si presenta come segue:

Dove:

dove si è indicato con *ρ* l’impedenza acustica dell’elemento in direzione z, e con è il numero d’onda acustico del modo di spessore. Dalla precedente definizione risulta evidente che la matrice A è simmetrica e i suoi elementi sono immaginari puri; si può notare inoltre che: e .

L’elemento piezoelettrico può essere quindi schematizzato come un 3-bipolo, con due porte meccaniche ed una elettrica. Chiudendo le tre porte su bipoli elettrici o meccanici (attivi o passivi), si può caratterizzare il comportamento in frequenza dell’elemento piezoceramico come trasduttore, calcolando tutte le possibili funzioni di trasferimento.



Figura 3: L'elemento piezoelettrico schematizzato come un 3-bipolo.

Supponendo che le onde elastiche irradiate dalle pareti della ceramica siano onde piane; ciò è verificato con buona approssimazione lontano dall’elemento. Le onde piane sono costituite da un’onda progressiva e un’onda retrograda (riflessa). Se il mezzo in cui l’onda si propaga è non limitato e senza ostacoli, come si suppone, non vi è onda riflessa. In queste condizioni risulta:

Dove e sono le impedenze acustiche dei mezzi 1 e 2 viste dalla ceramica, che sono definite come il prodotto fra l’area della superficie radiante e le impedenze acustiche specifiche e , dove e sono la densità e la velocità di propagazione dell’onda nel mezzo i. Nel sistema di equazioni precedenti il segno meno è dovuto alla scelta fatta per i versi delle forze e delle velocità.

Sostituendo la prima equazione del set precedente nell’equazione (2.1) è possibile ottenere il seguente sistema di equazioni, anch’esso espresso in forma matriciale:

dove:

e inoltre anche la matrice ***B*** è simmetrica dato che .

È possibile dimostrare che con il sistema matriciale modellato e con le condizioni di carico acustico imposte, l’impedenza elettrica d’ingresso dell’elemento piezoceramico sarà:

dove il fatto che come carico si sia considerato il secondo materiale è dovuto al fatto che è stata sostituita la prima delle (2.2) nei passaggi precedenti.

Si definisce la funzione di trasferimento in trasmissione (abbreviata in FTT) dell’elemento ceramico, quando alla porta elettrica è applicato un generatore di tensione V:

Data la generalità della trattazione, la funzione di trasferimento in trasmissione, calcolate con riferimento alla porta 2, possono essere calcolate in modo analogo con riferimento alla porta 1. In particolare, se, la FTT per la porta 1 ha la stessa espressione della (2.6).

Come è possibile osservare le equazioni (2.5) e (2.6) presentano soltanto parametri noti della ceramica o calcolabili con le equazioni [(2.1) - (2.4)]; di conseguenza data la precedente base teorica l’implementazione atta a simulare numericamente il comportamento della funzione e della *FTT* risulta banale. Inoltre l’implementazione segue pedissequamente quanto visto teoricamente e non presenta scelte implementative degne di essere trattate.

Di seguito vengono riportati i grafici di modulo e fase dell’impedenza di ingresso e della funzione di trasferimento in trasmissione della solita ceramica piezoelettrica. Tali grafici sono stati prodotti per le seguenti situazioni:

* Mezzi diversi (aria → acqua);
* Mezzi uguali (aria → aria e acqua → acqua).

Sono stati usati i casi aria–acqua, aria–aria e acqua–acqua per evidenziare rispettivamente asimmetria del carico, limite free–free e limite heavy-loaded.

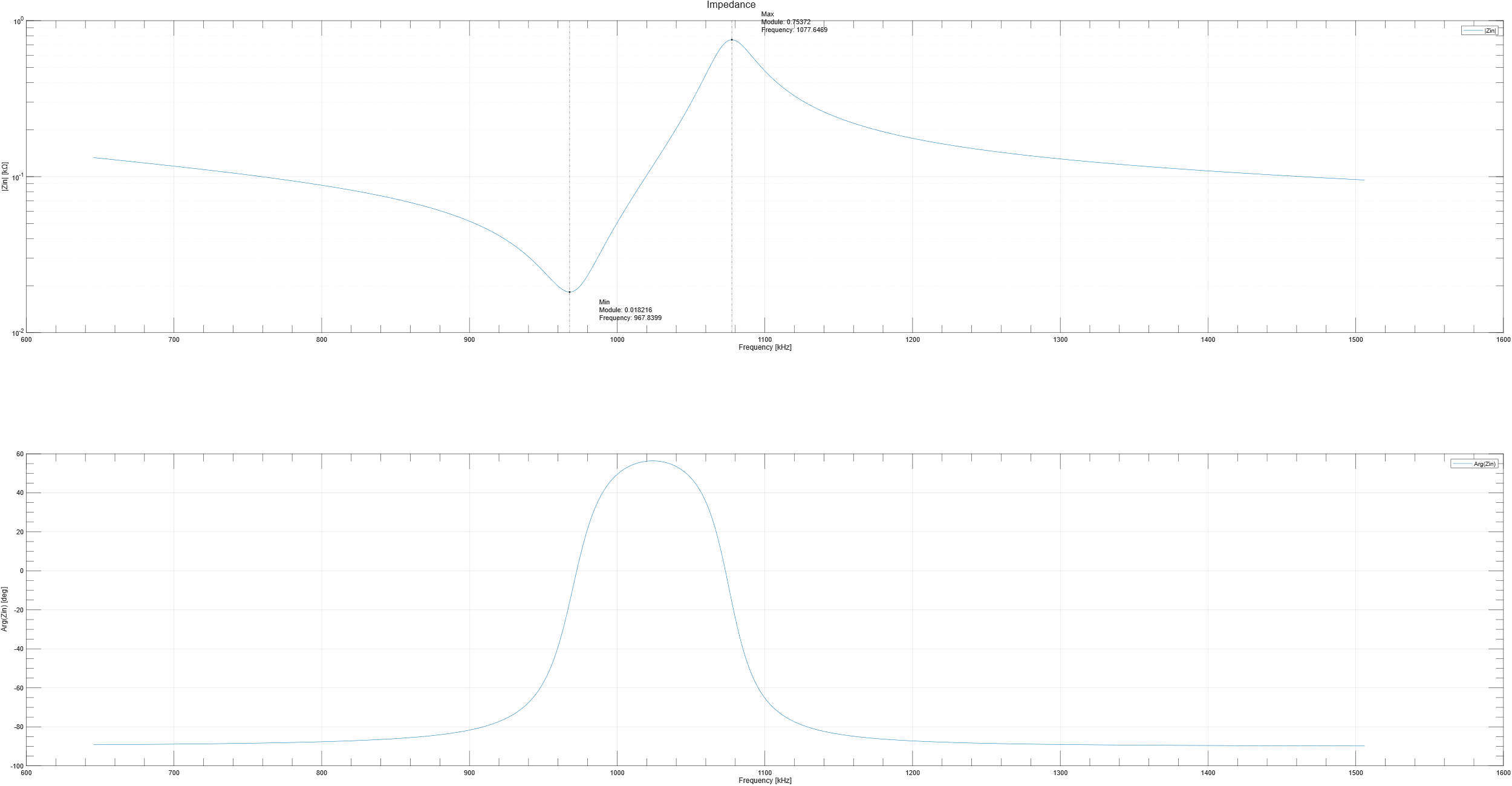


Figura 4: Impedenza elettrica d’ingresso dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness con carichi aria-acqua.

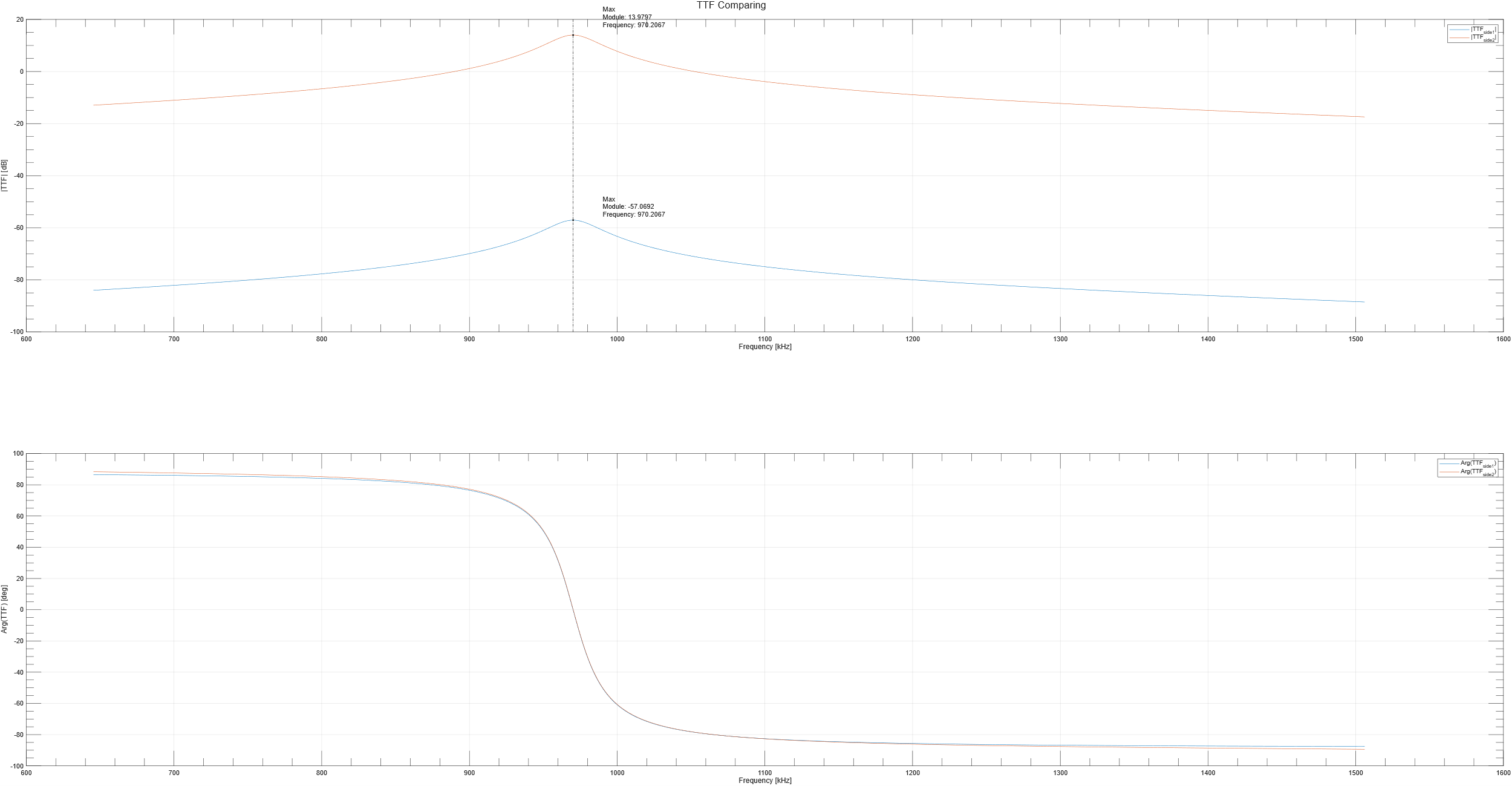


Figura 5: Funzioni di trasferimento in trasmissione dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness con carichi aria-acqua.



Figura 6: Comparativa dell'impedenza elettrica d'ingresso dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness con ambo i carichi aria e con entrambi i carichi acqua.

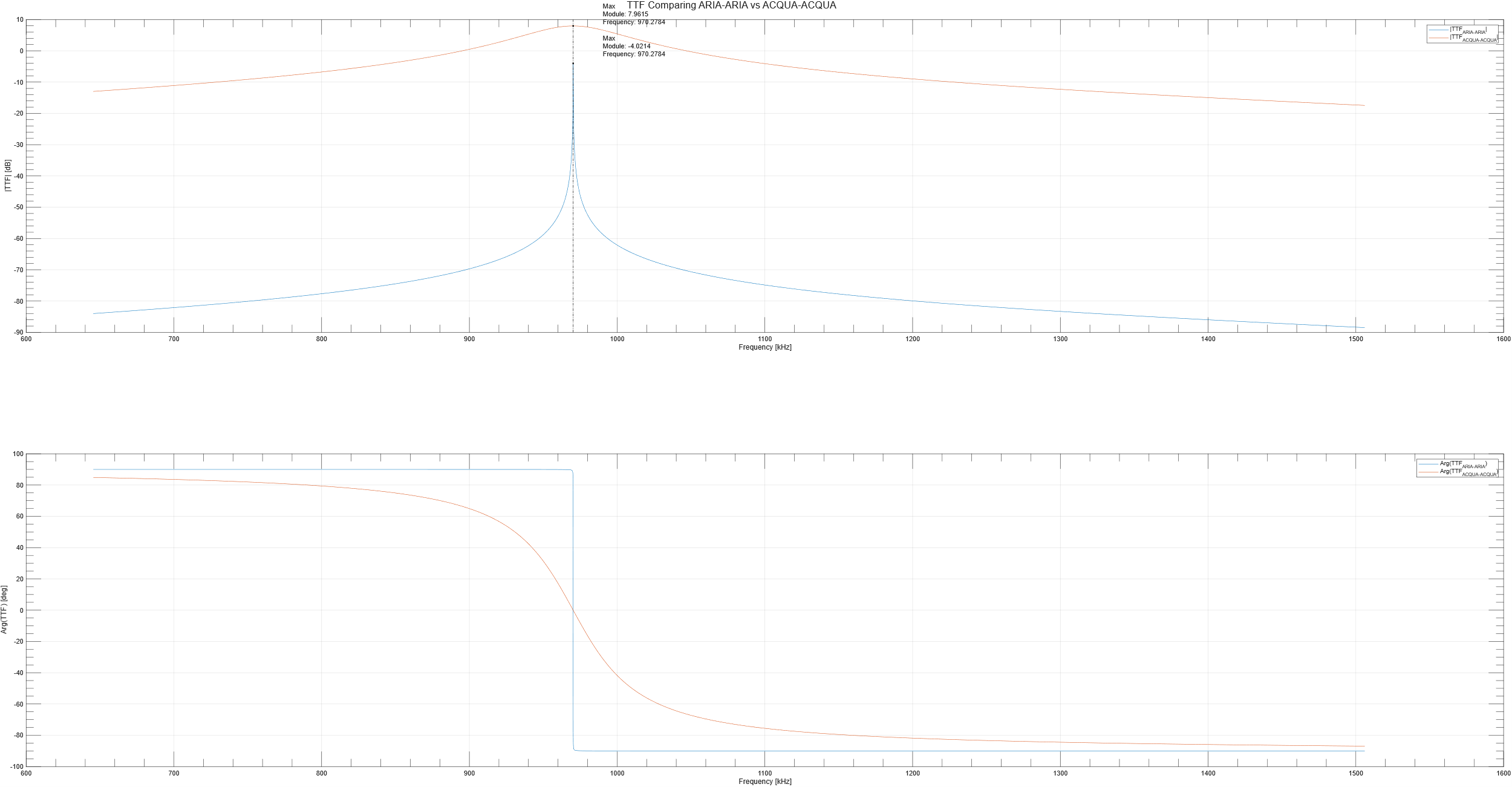


Figura 7: Comparativa della funzione di trasferimento in trasmissione dell’elemento piezoelettrico nel modo thickness con ambo i carichi aria e con entrambi i carichi acqua.

Variando il mezzo di trasmissione si modifica il carico acustico applicato alla ceramica: con doppia acqua si hanno smorzamenti maggiori e allargamento dei picchi (TTF più efficiente), mentre in doppia aria i picchi sono stretti e pronunciati. Questi risultati corrispondo esattamente a quanto ci si aspetta dato che l’acqua ha una impedenza acustica decisamente maggiore dell’aria. Quest’ultima ha in realtà una impedenza acustica talmente bassa da risultare una buona approssimazione del caso a vuoto.

## Estensione del modello terminale ad una coppia di ceramiche piezoelettriche

La rappresentazione della ceramica piezoelettrica tramite una rete 3-porte, modellata dalla notazione di tipo matriciale precedente, permette di estendere facilmente il modello monodimensionale a coppie di ceramiche. Ciò è di grande utilità in quanto, nella realizzazione pratica dei trasduttori ultrasonici, spesso, si affiancano ceramiche piezoelettriche poste in parallelo rispetto alla tensione di eccitazione V. Una tale configurazione consente di diminuire l’impedenza d’ingresso rispetto ad una struttura realizzata con una sola ceramica ottenendo un miglioramento nel pilotaggio del trasduttore. Considerando un pacchetto di piezoceramiche composto da due ceramiche a cui è applicata la stessa tensione di eccitazione come nella seguente figura:



Figura 8: Coppia di ceramiche piezoelettriche eccitate dalla stessa tensione V.

Entrambe le ceramiche possono essere schematizzate come reti 3-porte, e tali reti possono essere accorpate in una unica rete 3-porte equivalente, come mostrato nella figura seguente:



Figura 9: Coppia di ceramiche piezoelettriche, schematizzazione con reti 3-porte.

Il sistema di equazioni che modella la rete 3-porte equivalente è il seguente:

dove:

e i coefficienti della matrice sono così definiti:

Nelle equazioni precedenti i termini e con sono rispettivamente i coefficienti delle matrici della prima e della seconda rete 3-porte. È importante notare che i termini qui non c’entrano nulla con i coefficienti della matrice introdotta nel paragrafo precedente.

Come è possibile osservare l’equazione (3.1) presenta soltanto parametri noti o calcolabili delle ceramiche. Grazie ad essa è possibile ottenere una matrice riassuntiva del comportamento di entrambe le ceramiche e con essa calcolare e di tutto il sistema, così come è stato fatto nel paragrafo precedente per una singola ceramica. In questo caso la matrice viene usata a guisa della matrice .

In questo caso ci sono diversi dettagli implementativi che risulta interessante trattare.

Anzitutto la base teorica che è stata appena discussa è valida per n coppie di ceramiche; infatti gli effetti benefici dell’introduzione di una coppia di ceramiche al posto di una singola ceramica di spessore equivalente posso migliorare ulteriormente all’aumentare delle coppie. Per questo motivo nell’implementazione si permette all’utente di decidere il numero di coppie di ceramiche da metter in parallelo. Dato che l’obiettivo è quello di mantenere costante lo spessore totale della pila affinché non cambi la frequenza di risonanza del sistema, allora:

A causa di questa ulteriore generalizzazione, nell’implementazione *MATLAB* viene verificato il numero di coppie selezionate dall’utente, e se questo numero è superiore a 1 (una singola coppia, ovvero due ceramiche) il calcolo della matrice viene effettuato incrementalmente in un ciclo. In questo modo le coppie vengono accorpate incrementalmente fino ad ottenere una singola matrice equivalente.

Di seguito vengono riportati i grafici comparativi di modulo e fase dell’impedenza d’ingresso e della funzione di trasferimento in trasmissione della solita ceramica piezoelettrica, usando come mezzo l’aria ad ambo i lati: di una singola ceramica con una coppia di ceramiche; e di una singola ceramica con due coppie di ceramiche.



Figura 10: Comparativa dell'impedenza elettrica d'ingresso di una singola ceramica con una coppia di ceramiche con spessore totale equivalente.

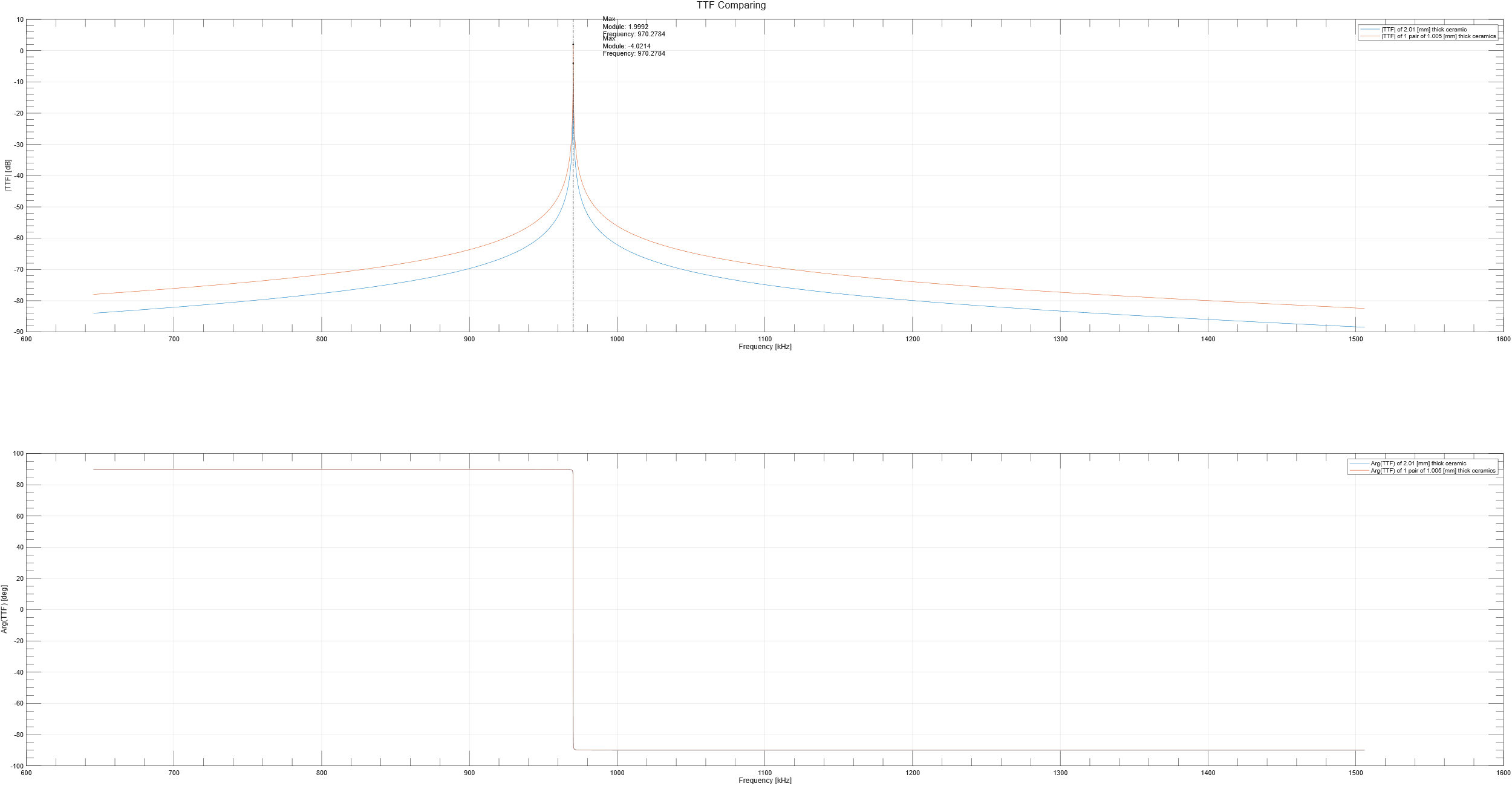


Figura 11: Comparativa della funzione di trasferimento in trasmissione di una singola ceramica con una coppia di ceramiche con spessore totale equivalente.

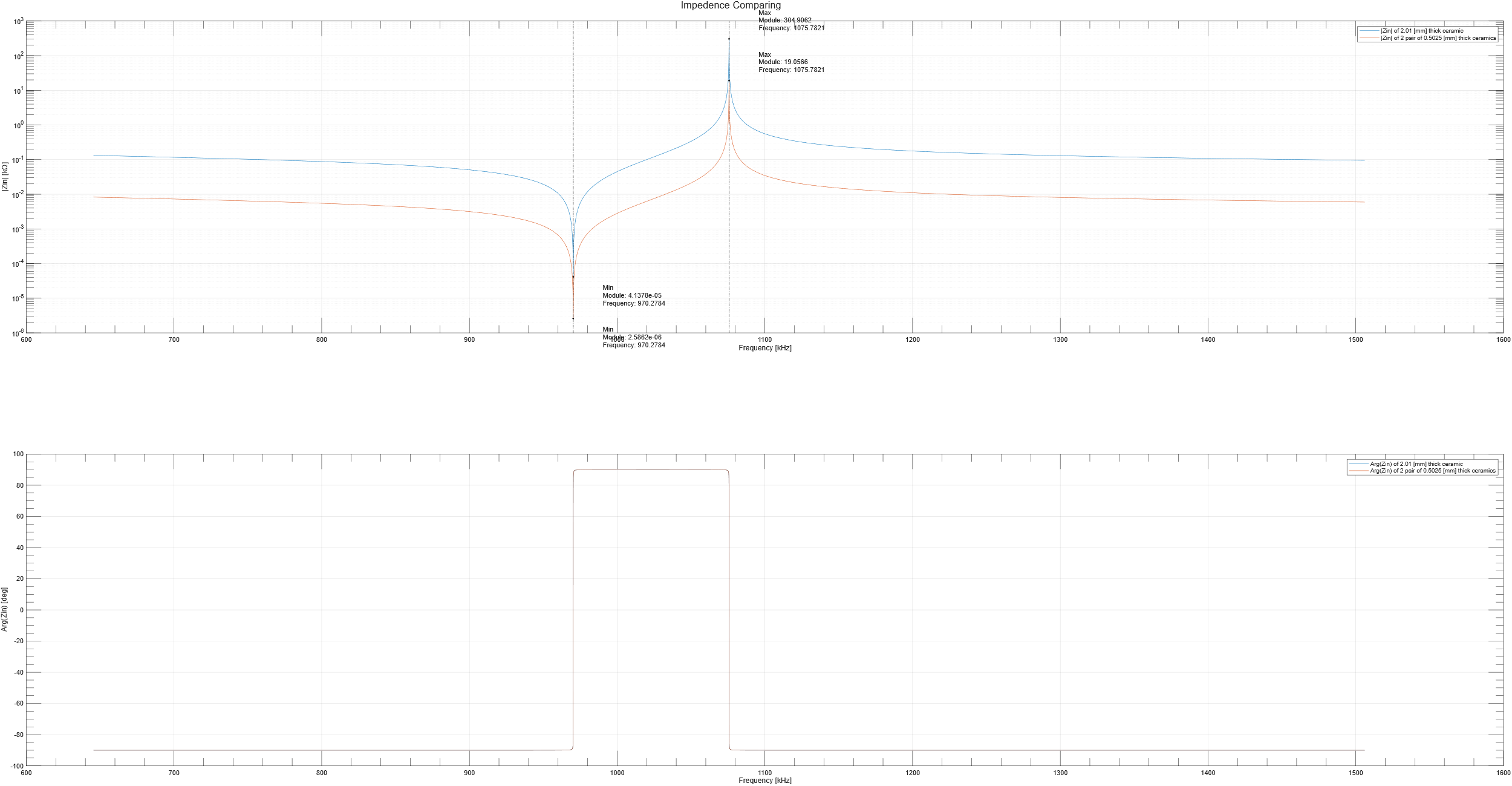


Figura 12: Comparativa dell’impedenza elettrica d’ingresso di una singola ceramica con due coppie di ceramiche con spessore totale equivalente.

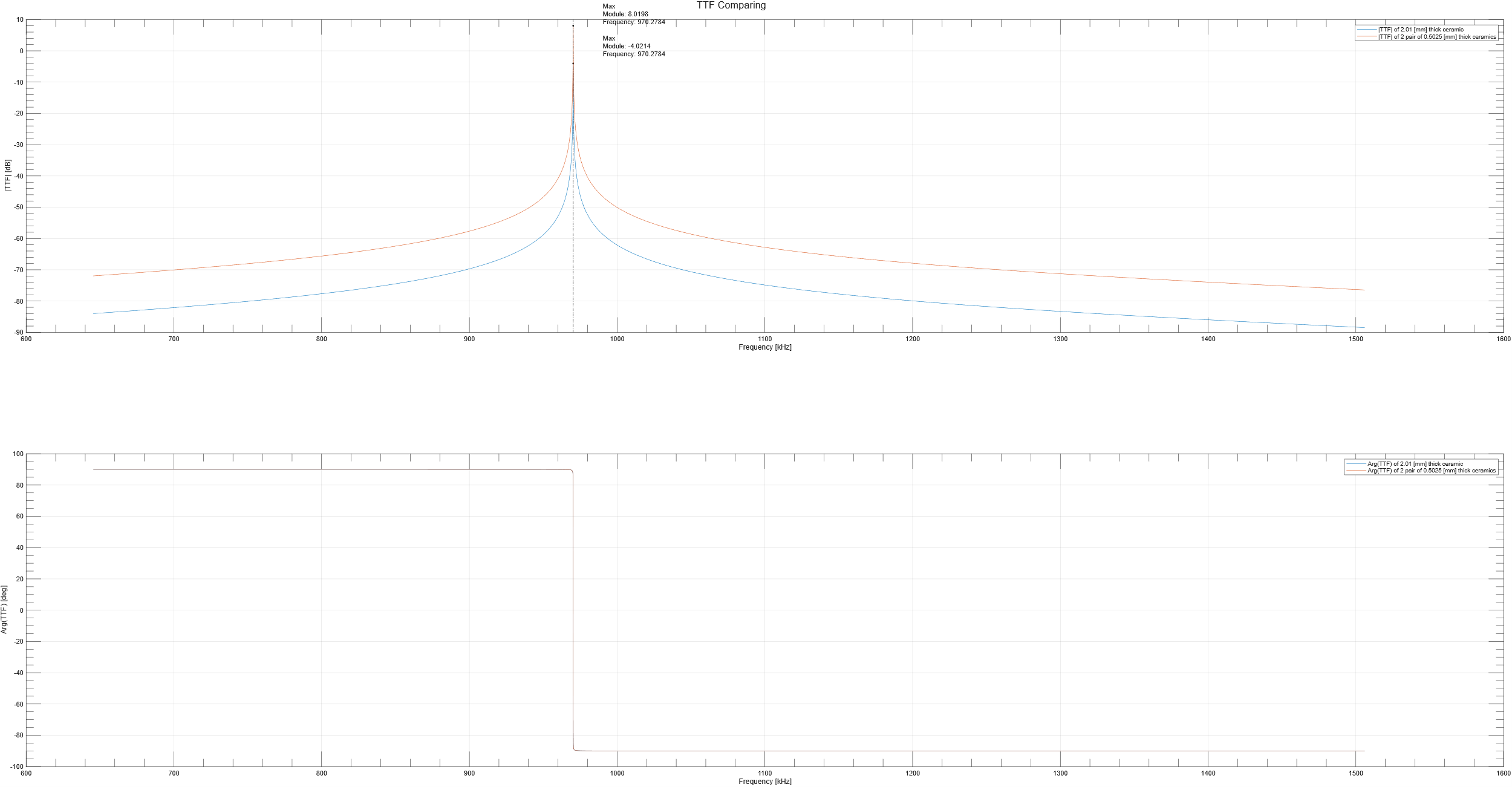


Figura 13: Comparativa della funzione di trasferimento in trasmissione di una singola ceramica con due coppie di ceramiche con spessore totale equivalente.

I due andamenti mettono in evidenza la diminuzione della nel caso di due ceramiche rispetto al caso di una singola ceramica. La medesima lunghezza totale delle due configurazioni, impone uguali frequenze di risonanza elettrica. Graficando gli andamenti della si è voluto evidenziare l’incremento della larghezza di banda nel caso di due ceramiche piezoelettriche poste in parallelo rispetto alla tensione di eccitazione. Infine graficando le stesse quantità per due coppie di ceramiche si è voluto mostrare come i vantaggi appena discussi siano ulteriormente incrementati. Questi risultati corrispondo esattamente a quanto ci si aspettava e si cercava di ottenere sostituendo una ceramica con n ceramiche di spessore totale equivalente, ovvero ricreando quella che in letteratura è chiamata pila o struttura a sandwich.

## Progetto di un trasduttore piezoelettrico a larga banda

Si è visto che l’elemento ceramico irradia onde elastiche da entrambe le superfici. In particolare, se , l’intensità di queste onde è uguale. Nella pratica, invece, il trasduttore deve irradiare da una sola superficie in un mezzo solitamente detto carico.

Il mezzo a contatto con l’altra superficie, il backing, viene scelto in modo tale da migliorare l’efficienza del trasduttore. Nelle applicazioni di segnale, il backing viene realizzato incollando sulla faccia posteriore della ceramica un volume di materiale fortemente assorbente di sezione uguale alla piastra ceramica, ma di spessore molto maggiore. Il backing è solitamente fatto da tungsteno-epossidico, che è una miscela di tungsteno disperso in una matrice epossidica che funge da legante. Essendo il tungsteno un metallo ad alta impedenza acustica l’impedenza acustica specifica di tutto il materiale risulta essere . L’effetto principale dell’inserimento del backing è un sensibile allargamento della banda passante a spese della potenza del segnale trasmesso.

La faccia radiante della ceramica non è a contatto diretto con il carico, ma interposto vi è una piastra di materiale piezoelettricamente inerte, il matching plate. Il motivo della presenza di questo strato è dovuto fondamentalmente al fatto che l’impedenza specifica della ceramica è alta (circa ), mentre l’impedenza del carico è piccola (aria , acqua ); ciò provoca un disadattamento e di conseguenza un trasferimento di potenza minore di quello che si avrebbe se le impedenze fossero uguali o comunque più vicine. Il valore dell’impedenza di adattamento è compreso tra quello della ceramica e quello del carico, in modo da rendere meno brusca la variazione di impedenza.

La struttura risultante dall’inserimento di questi due starti è mostrata nella figura sottostante:



Figura 14: Schematizzazione trasduttore piezoelettrico a larga banda composto da uno strato assorbente, una ceramica piezoelettrica e una piastra di adattamento d’impedenza a contatto con il carico.

Lo spessore ottimale del plate è calcolabile come segue:

dove è la velocità di propagazione nel materiale di adattamento e è la frequenza a cui si ha l’adattamento (matching) ed è definita come segue:

Mentre l’impedenza acustica specifica del plate è calcolabile come segue:

dove con si è indicata l’impedenza acustica specifica del carico (Load) e con l’impedenza acustica specifica della ceramica piezoelettrica (Ceramic). Con questa scelta si massimizza la banda passante, anche se si ha un leggero decremento del massimo livello di uscita; questo metodo viene utilizzato in tutte le applicazioni che richiedono bande passanti ampie e piatte.

Ovviamente è possibile, e in alcuni casi necessario, utilizzare due o più matching plate, per permettere una graduale discesa dell’impedenza da a .

Plate e Backing possono essere modellati, analogamente a quanto visto in precedenza, come doppi bipoli, che connessi al 3-bipolo piezoelettrico, forniscono il modello matriciale del trasduttore piezoelettrico:

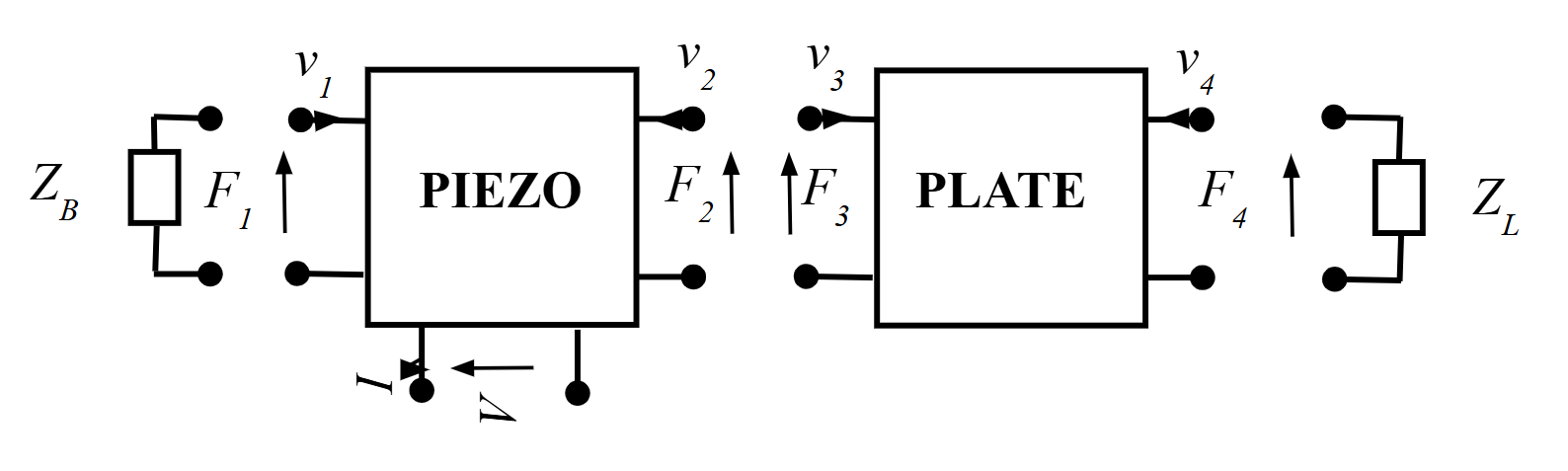


Figura 15: Trasduttore piezoelettrico a larga banda, schematizzazione con reti 3-porte.

Dal punto di vista del calcolo di della ceramica piezoelettrica, nel caso in viene aggiunto tra l’interfaccia destra del piezo e il carico, uno strato di adattamento, è possibile sostituire il carico acustico con l’impedenza acustica equivalente vista dalla porta meccanica 2 del piezo, che riassume plate+load.

Per calcolare è necessario concentrarsi sul sistema plate+load. Quest’ultimo è un sistema puramente meccanico quindi le equazioni che lo descrivono sono ricavabili da quelle che descrivono il piezo, cancellando il fattore di accoppiamento elettromeccanico :

Terminando la porta 4 con :

Per definizione, alla porta 3 il sistema plate+load si comporta come una impedenza meccanica tale che . Quindi:

Dato che il plate è per definizione: uniforme, lineare e passivo; con le variabili e i segni definiti allo stesso modo alle due porte, allora è simmetrico. Quindi:

Allora è scrivibile come:

È infine possibile una volta calcolato utilizzarlo a guisa di per il calcolo della del sistema, alla solita maniera:

Ciao

# References

*FerroPerm Piezoceramics.* (n.d.). Retrieved from FerroPerm Piezoceramics: https://www.ferropermpiezoceramics.com/wp-content/uploads/2019/03/Difference-hard-and-soft.pdf

*Soft vs. Hard Piezo Ceramics*. (n.d.). Retrieved from American Piezo: https://www.americanpiezo.com/knowledge-center/piezo-theory/ceramics/