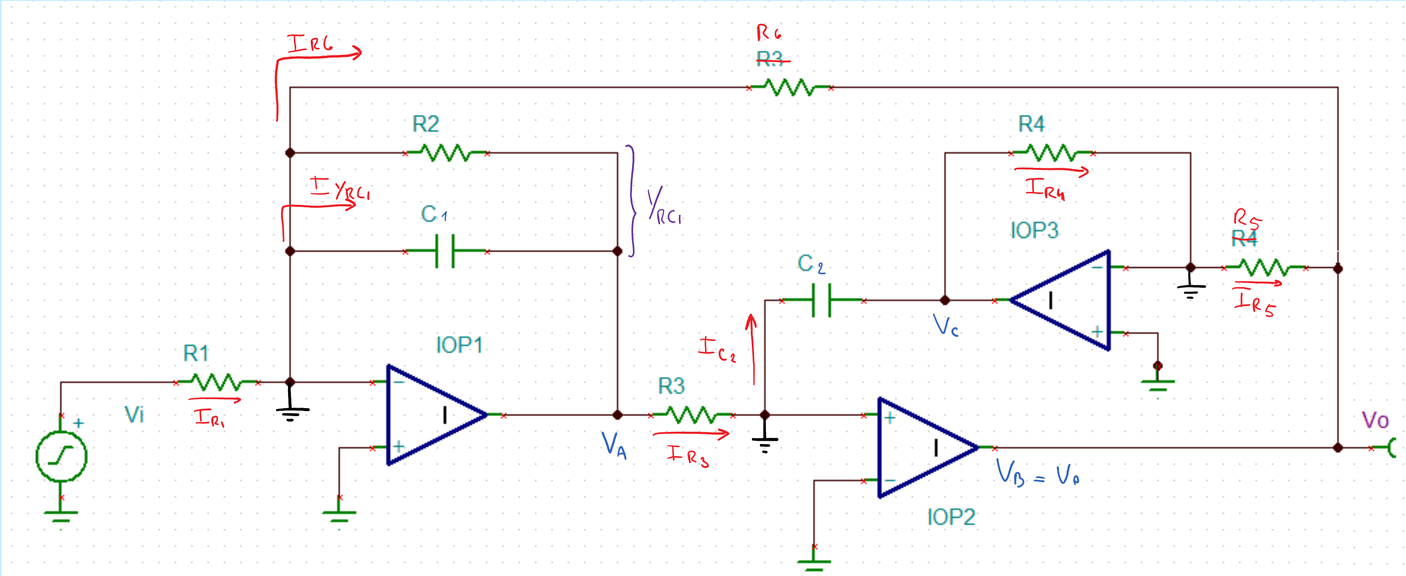
TS2

miércoles, 4 de mayo de 2022 1:14 p. m.

a) Hallar la transferencia $T = \frac{V_o}{V_i}$ en función de ω_o y Q.

b) Obtener el valor de los componentes del circuito de forma tal que $\omega_o = 1$ y $Q = 3$

c) Ajustar el valor de R_1 de forma tal que $|T(0)| = 20\,\mathrm{dB}$.



$R_5 = R_4 \qquad R_6 = R_3$

$I_{R_1} = I_{YRC_1} + I_{R6}$ (1) $\qquad I_{R3} = I_{C_2}$ (2) $\qquad I_{R4} = I_{R5}$ (3)

(1) $\frac{V_i}{R_1} = -V_A \cdot Y_{RC1} - \frac{V_o}{R_6}$ donde $Y_{RC_1} = \frac{1}{R_2} + SC_1 = \frac{1+SR_2C_1}{R_2}$

(2) $\frac{V_A}{R_3} = -V_C \cdot Y_{C_2}$

(3) $\frac{V_C}{R_4} = -\frac{V_0}{R_5} \xrightarrow{R_4 = R_5} V_C = -V_0$ (4)

(4) en (2)

$\frac{V_A}{R_3} = V_0 \cdot Y_{C_2} \longrightarrow V_A = V_0 \cdot Y_{C_2} \cdot R_3$ (5)

(5) en (1)

$$\frac{V_i}{R_1} = -V_0\, Y_{C_2}\, R_3\, Y_{RC1} - \frac{V_0}{R_6}$$

$$\frac{V_i}{R_1} = -V_0 \left(Y_{C_2} R_3 Y_{RC_1} + \frac{1}{R_6} \right)$$

$$\frac{V_0}{V_i} = T = \frac{-1}{R_1} \cdot \frac{1}{\left(Y_{C_2} R_3 Y_{RC_1} + \frac{1}{R_6} \right)}$$

$$T(s) = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{\left(SC_2 R_3 \frac{(1 + SR_2C_1)}{R_2} + \frac{1}{R_6} \right)}$$

$$T(s) = \frac{1}{R_1} \frac{1}{\left(SC_2 R_3 \frac{(1 + SR_2C_1)R_6 + R_2}{R_2 R_6} \right)}$$

$$T(s) = -\frac{R_2 R_6}{R_1} \frac{1}{SC_2R_3R_6 + S^2 R_2R_3R_6C_1C_2 + R_2}$$

$$T(s) = -\frac{\cancel{R_2}\cancel{R_6}}{R_1} \cdot \frac{1}{\cancel{R_2} R_3 \cancel{R_6} C_1C_2} \left(\frac{}{S^2 + \frac{S}{R_2C_1} + \frac{1}{R_3R_6C_1C_2}} \right)$$ donde $C_1 = C_2 \wedge R_6 = R_3$

$$T(s) = \frac{-\frac{1}{R_1R_3C^2}}{S^2 + S\frac{1}{R_2C} + \frac{1}{R_3^2C^2}}$$

$$|T(s)| = \frac{\frac{1}{R_1R_3C^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_3^2C^2} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{R_2C}\right)^2}}$$

$$|T(0)| = \frac{\frac{1}{R_1\cancel{R_3}\cancel{C^2}}}{\frac{1}{R_3^{\cancel{2}}\cancel{C^2}}} = \frac{R_3}{R_1}$$

c) Para $|T(0)|$

$$20 \log\left(\frac{R_3}{R_1}\right) = 20 \rightarrow \log\left(\frac{R_3}{R_1}\right) = 1 \rightarrow 10^1 = \frac{R_3}{R_1} \rightarrow$$

$$\boxed{\Rightarrow R_1 = \frac{R_3}{10}}$$

a)

$$T(s) = \frac{-\frac{1}{R_1R_3C^2}}{S^2 + S\frac{1}{R_2C} + \frac{1}{R_3^2C^2}} \Rightarrow \frac{-\frac{10}{R_3^2C^2}}{S^2 + S\frac{1}{R_2C} + \frac{1}{R_3^2C^2}}$$

$$T(s) = -10 \cdot \frac{\overbrace{\frac{1}{R_3^2C^2}}^{\omega_0^2}}{S^2 + S\underbrace{\frac{1}{R_2C}}_{\frac{\omega_0}{Q}} + \underbrace{\frac{1}{R_3^2C^2}}_{\omega_0^2}}$$

$$\therefore \boxed{T(s) = -10 \frac{\omega_0^2}{S^2 + \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}}$$

b) Normalizo en frecuencia $\longrightarrow \omega_0 = 1$

$$\frac{1}{R_3^2 C^2} = 1 \longrightarrow C = \frac{1}{R_3} \quad *$$

Para obtener $Q = 3$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{Q} = \frac{1}{R_2 C} \longrightarrow R_2 C = Q = 3 \Rightarrow R_2 = \frac{3}{C}$$ usando *

$$\boxed{R_2 = 3 \cdot R_3}$$

💎 Obtener los valores de la red normalizados en frecuencia e impedancia.

Adopto $\Omega_Z = R_3$ ya que aparece en varios calculos anteriores

$$R_1 = \frac{R_3}{10} \Longrightarrow R_{1N} = \frac{R_1}{\Omega_Z} = \frac{\cancel{R_3}}{10} \cdot \frac{1}{\cancel{R_3}} \Rightarrow \boxed{R_{1N} = \frac{1}{10}}$$

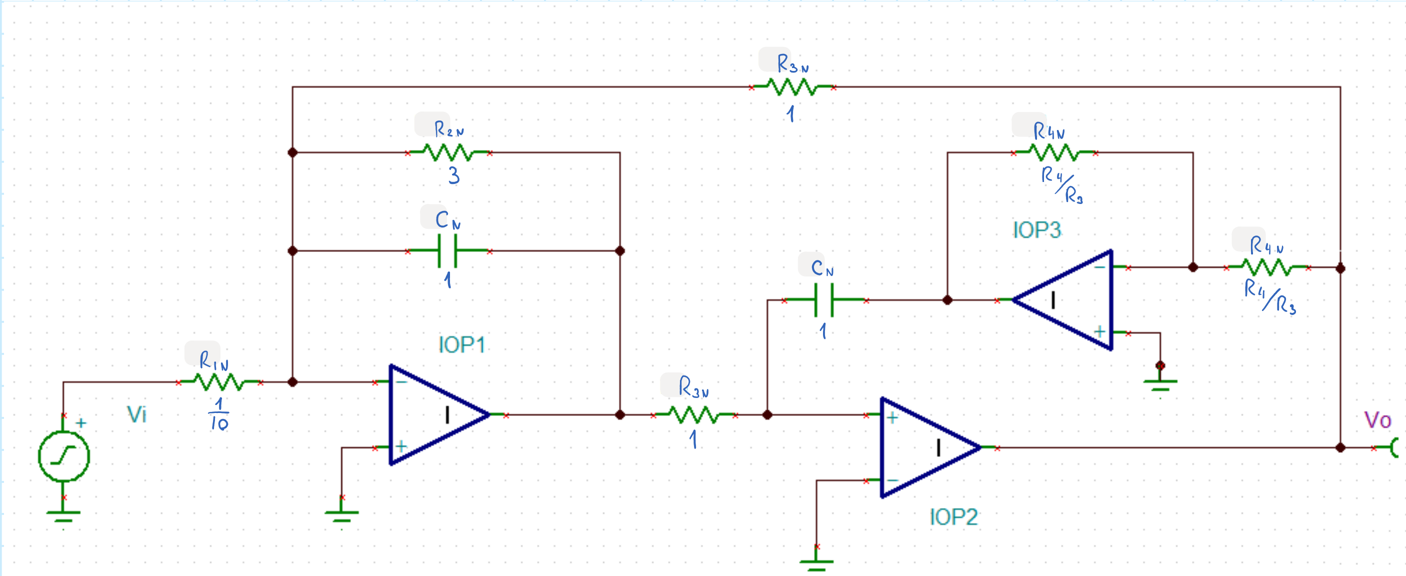
$$R_2 = 3 R_3 \Rightarrow R_{2N} = \frac{R_2}{\Omega_Z} = 3 \cancel{R_3} \cdot \frac{1}{\cancel{R_3}} \Rightarrow \boxed{R_{2N} = 3 = Q}$$

$$R_3 \Longrightarrow R_{3N} = \frac{R_3}{\Omega_Z} = \frac{R_3}{R_3} \Longrightarrow \boxed{R_{3N} = 1}$$

$$R_4 \Rightarrow R_{4N} = \frac{R_4}{\Omega_Z} \Rightarrow \boxed{R_{4N} = \frac{R_4}{R_3}}$$

$$C = \frac{1}{R_3} \Rightarrow C_N = C\,\Omega_\omega\,\Omega_Z = \frac{1}{\cancel{R_3}} \cdot 1 \cdot \cancel{R_3} \Rightarrow \boxed{C_N = 1}$$

Circuito Normalizado en Frecuencia e impedancia



Calcular las sensibilidades $S_C^{\omega_o}$, $S_{R_2}^Q$ y $S_{R_3}^Q$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{R_3^2 C^2} \longrightarrow \omega_o = \frac{1}{R_3 C} = \frac{C^{-1}}{R_3}$$

$$S_C^{\omega_o} = \frac{C}{\omega_o} \cdot \frac{\partial \omega_o}{\partial C} = \frac{\cancel{C}}{\omega_o} \cdot (-1) \cdot \frac{1}{C^{\cancel{2}} R_3} = -\frac{1}{\omega_o} \cdot \overbrace{\frac{1}{R_3 C}}^{\omega_o} = -\frac{1}{\cancel{\omega_o}} \cdot \cancel{\omega_o}$$

$$\boxed{S_C^{\omega_o} = -1}$$

Si $\omega_o = 1 \longrightarrow Q = R_2 C$

$$S_{R_2}^Q = \frac{R_2}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial R_2} = \frac{\overbrace{R_2 \cdot C}^{Q}}{Q} \Longrightarrow \boxed{S_{R_2}^Q = 1}$$

Si $\omega_o = 1 \rightarrow \frac{1}{R_3 C} = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{R_3}$; $Q = R_2 C \Rightarrow Q = \frac{R_2}{R_3} = R_2 . R_3^{-1}$

$$S_{R_3}^Q = \frac{R_3}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial R_3} = \frac{\cancel{R_3}}{Q} \cdot (-1) \frac{R_2}{R_3^{\cancel{2}}} = -\frac{1}{Q} \cdot \overbrace{\frac{R_2}{R_3}}^{Q} \Rightarrow -\frac{1}{\cancel{Q}} \cdot \cancel{Q}$$

$$\boxed{S_{R_3}^Q = -1}$$

Recalcular los valores de la red para que cumpla con una transferencia Butterworth.

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot \omega^{2m}}$$

Para Butterworth $\rightarrow \varepsilon = 1$

Para $m = 2$ (NUESTRO CASO) la Transferencia Butterworth tiene la siguiente forma:

$$T_B(S) = \frac{1}{S^2 + S.\sqrt{2} + 1}$$

Para recalcular los valores de nuestra $T(s)$, vemos que solo hay que modificar los componentes relacionados con Q

$\omega_o^2 = \frac{1}{R_3^2 C^2}$ Para $\omega_o = 1$ $\frac{1}{R_3 C} = 1 \rightarrow C = \frac{1}{R_3}$

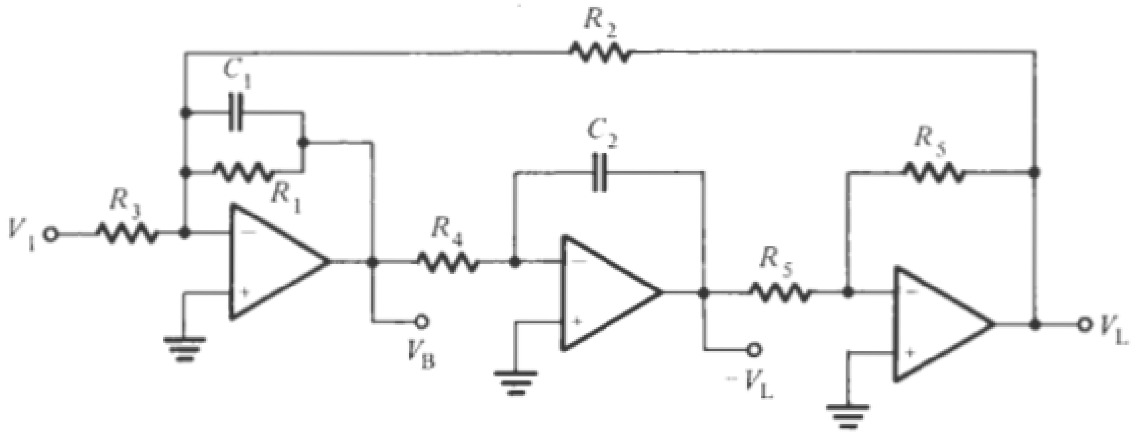
$$\frac{\overbrace{\omega_o}^{=1}}{Q} = \sqrt{2} \Rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Para $\omega_o = 1 \longrightarrow Q = R_2 . C = R_2 . \frac{1}{R_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\boxed{\therefore\ R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} . R_3 \cong 0{,}707 R_3}$$

+10 🎸 Cómo podría obtener un circuito pasabanda con los mismos componentes originales y con qué parámetros quedaría diseñado (Ver ejemplo 4.6 en Schaumann).

Si podemos reacomodar las conexiones (aunque es casi lo mismo), podríamos utilizar la configuración Tow-Thomas bicuadrada, y **salir por el primer operacional**



La transferencia para el pasa baja nos queda exactamente igual a la calculada.

$$T_L(s) = -\frac{1/(R_3R_4C_1C_2)}{s^2 + s/(R_1C_1) + 1/(R_2R_4C_1C_2)}$$

Solo que, como vemos en el capítulo 4.2:

$$V_L = \frac{1}{S} \cdot \underbrace{\left[-\frac{1}{S} \cdot V_H\right]}_{V_B} \Rightarrow V_B = -S \cdot V_L$$

Y haciendo una multiplicación en la trasferencia pasa-bajo original, llegamos al pasa-banda

$$T_B(s) = (-sC_2R_4) \times [-T_L(s)] = -\frac{(R_1/R_3)\cdot s/(R_1C_1)}{s^2 + s/(R_1C_1) + 1/(R_2R_4C_1C_2)} \qquad (4.27b)$$

Llevándolo a nuestro circuito, nos quedaría

$$T(s) = -\frac{\cancel{R_2}\cancel{R_6}}{R_1} \cdot \frac{1}{\cancel{R_2}R_3\cancel{R_6}C_1C_2} \left(\frac{1}{S^2 + \frac{S}{R_2C_1} + \frac{1}{R_3R_6C_1C_2}}\right)$$

$$T(s) = \frac{-\frac{1}{R_1\cancel{R_3}C_1\cancel{C_2}}}{S^2 + \frac{S}{R_2C_1} + \frac{1}{R_3R_6C_1C_2}} \cdot (-S \cdot \cancel{C_2} \cdot \cancel{R_3}) \cdot \frac{R_2}{R_2}$$

$$T(s) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{S \cdot \frac{1}{R_2C_1}}{S^2 + S \cdot \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_3R_6C_1C_2}} \qquad S: R_3 = R_6 \wedge C_1 = C_2$$

$$T(s) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{S \cdot \frac{1}{R_2C}}{S^2 + S \cdot \frac{1}{R_2C} + \frac{1}{R_3^2C^2}}$$

Donde vemos que cumple con la estructura de un pasabanda

$$T(S) = K \cdot \frac{S \cdot Bw}{S^2 + S \cdot Bw + W_o^2} \qquad \text{donde} \qquad B = W_2 - W_1 = \frac{W_o}{Q}$$

La amplitud K queda definido por:

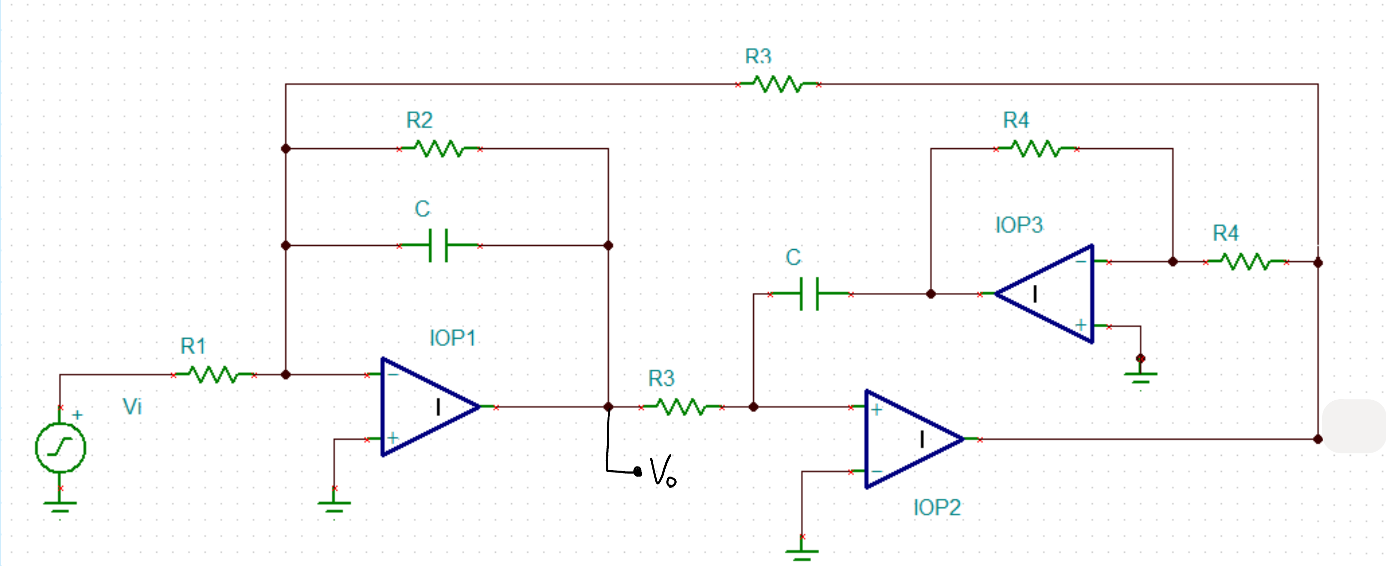
$$K = \frac{R_2}{R_1}$$

El ancho de banda sera:

$$Bw = \frac{1}{R_2 C} = \frac{W_o}{Q} = W_2 - W_1$$

y nuestra frecuencia quedara

$$W_o = \frac{1}{R_3 C}$$



Simulación circuital

Para el caso del punto b), donde tenemos para |T(0)| = 20db y Q=3, adopto una Wo = 1000 rad/s, por lo tanto desnormalizo mis componentes

Adopto $R_3 = 10K \rightarrow \Omega_z = 10K$

$R_1 = R_{1N} \cdot \Omega_z = \frac{10K}{10}\Omega \rightarrow R_1 = 1K\Omega$

$R_2 = R_{2N} \Omega_z = 3 \cdot 10K\Omega \rightarrow R_2 = 30K\Omega$

$R_4 = R_5 = 100K$ → Mientras sean iguales, no cambia nada

$C = \frac{C_N}{\Omega_z \cdot \Omega_w} = \frac{1}{10K \cdot 1000} \frac{s}{\Omega} \rightarrow C = 100pF$

Verifico Q

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_2 C} \longrightarrow Q = \omega_0 R_2 C = 1000 \cdot 30\times10^{3} \cdot 100\times10^{-9} \longrightarrow Q = 3$$

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} \longrightarrow f \cong 159{,}155\ Hz$$

Caso Butterworth $m=2$

Se modifica Q $\therefore$ R_2 y C

$\omega_0 = 1000$; $|T(0)| = 20\,dB$; adopto $R_3 = 10K = \Omega_z$

$$R_1 = \frac{R_{1N}}{\Omega_z} \longrightarrow R_1 = 1K\Omega$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \Omega_z \longrightarrow R_2 = 7071\Omega \xrightarrow[\text{Val. Comercial}]{\text{Normaliz.}} R_2 = 6K8\Omega\ 5\%$$ $6K98\Omega\ 1\%$

$$C = \frac{1}{\Omega\omega \cdot \Omega_z} \longrightarrow C = 100\,nF$$

$R_4 = R_5 = 100K$

Pasa Banda

$\omega_0 = 1000$ $\omega_2 = 1500$ $\omega_1 = 500$ $R_3 = 10K$

$$K = 10 \longrightarrow \frac{R_2}{R_1} = 10 \longrightarrow R_2 = 10 R_1$$

$$Bw = \frac{1}{R_2 C} = \frac{\omega_0}{Q} = \omega_2 - \omega_1 \longrightarrow Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{1000}{1500 - 500} \Rightarrow Q = 1$$

$$Q = 1 \longrightarrow \omega_0 = \frac{1}{R_2 C} \quad y \quad \omega_0 = \frac{1}{R_3 C}$$

$$\frac{1}{R_2 \cancel{C}} = \frac{1}{R_3 \cancel{C}} \longrightarrow R_2 = R_3$$

$$C = \frac{1}{R_3 \omega_0} = \frac{1}{10K \cdot 1000} \Rightarrow C = 100\,nF$$ $R_2 = 10K\Omega$ $R_3 = 10K\Omega$

$$R_1 = \frac{R_2}{10} = \frac{R_3}{10} \longrightarrow R_1 = 1K\Omega$$ $R_4 = R_5 = 100K\Omega$

$$f_1 = \frac{500}{2\pi} = 79{,}57\,Hz \qquad f_2 = \frac{1500}{2\pi} = 238{,}73\,Hz$$

⚽ Simulación circuital de todos los experimentos.

HECHO EN JUPYTER