Ejercicio 3

lunes, 5 de diciembre de 2022 6:12 p. m.

Ejercicio #3

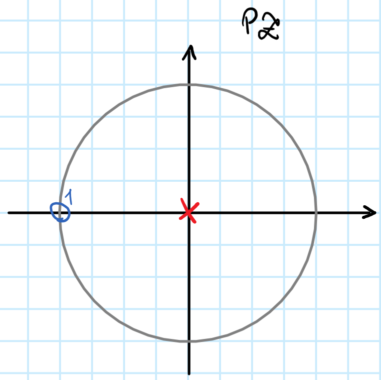
Dadas las siguientes respuestas al impulso se pide:

- Transferencia del sistema $H(z)$
- Singularidades en el plano z
- Respuesta de módulo y fase

a) ***Filtro de media móvil*** (*moving average*).

$h_1(k) = (1, 1)$ significa $h(0) = 1$ y $h(1) = 1$

$h_2(k) = (1, 1, 1)$



- $h_1 = (1,1) \longrightarrow H(z) = 1 + z^{-1} \longrightarrow \boxed{H(z) = \frac{1+z}{z}}$

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{e^{j\Omega}+1}{e^{j\Omega}} = \frac{e^{j\frac{\Omega}{2}} \cdot \left(e^{j\Omega/2} + e^{-j\Omega/2}\right)}{e^{j\Omega}} \frac{2}{2}$$

$$H(e^{j\Omega}) = e^{j\frac{\Omega}{2}} \cdot e^{-j\Omega} \cdot \frac{\left(e^{j\Omega/2} + e^{-j\Omega/2}\right)}{2} \cdot 2$$

IDENTIDAD

$$\cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$$

$$\sin z = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$$

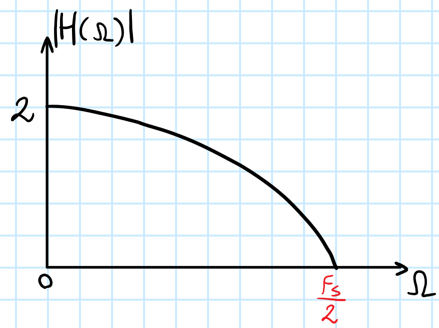
$$H(e^{j\Omega}) = 2\cos\left(\frac{\Omega}{2}\right) e^{-j\frac{\Omega}{2}}$$

Modulo

$$\boxed{|H(\Omega)| = \left|2\cos\left(\frac{\Omega}{2}\right)\right|}$$

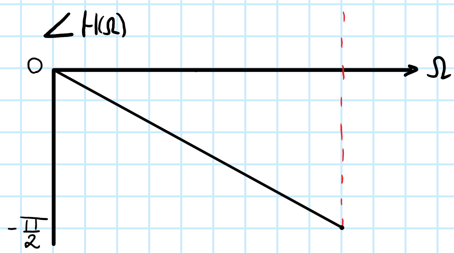
$|H(0)| = 2$

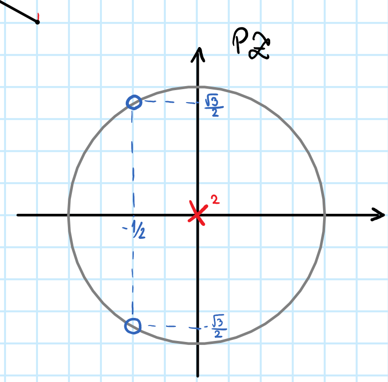
$|H(\pi)| = 0$



Fase

$$\boxed{\angle H(\Omega) = -\frac{\Omega}{2}}$$





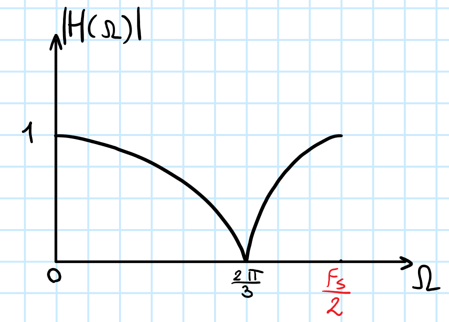
- $h_2 = (1,1,1) \longrightarrow H(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} \longrightarrow \boxed{H(z) = \frac{z^2+z+1}{z^2}}$

$$H(z) = \frac{e^{2j\Omega} + e^{j\Omega} + 1}{e^{2j\Omega}} = e^{-2j\Omega} \cdot e^{j\Omega}\left(e^{j\Omega} + 1 + e^{-j\Omega}\right)$$

$$H(z) = e^{-j\Omega} \cdot \left(\left(e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}\right)\frac{2}{2} + 1\right) = \left(2\cos(\Omega) + 1\right) e^{-j\Omega}$$

MODULO

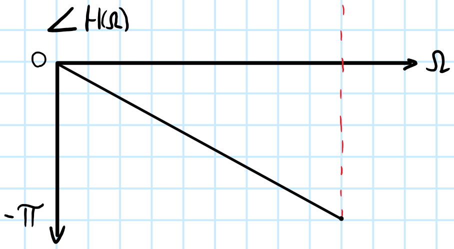
$$|H(\Omega)| = \boxed{|2\cos(\Omega)+1|}$$



$$\frac{2\pi}{3}$$

FASE

$$\boxed{\angle H(\Omega) = -1}$$



1. ¿Qué modificación debería implementarse para que la salida representa la media aritmética?

Los coeficientes de h(n) tienen que ser iguales, y la sumatoria de todos ellos debe ser unitaria

2. Para el último sistema, ¿qué frecuencia de muestreo se debería adoptar si se quisiera eliminar con dicho filtro la interferencia causada por la frecuencia de línea de 50 Hz?

$h_2 \rightarrow$ cero de transmisión en $\frac{2}{3}\pi$

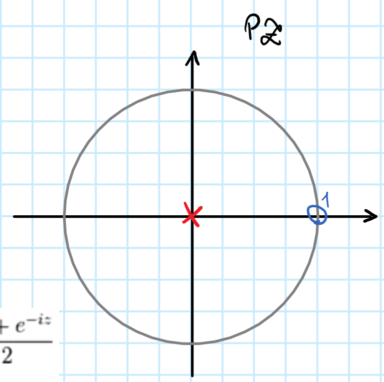
$\therefore \quad \frac{2}{3}\pi$ —— 50 Hz

$\pi \longrightarrow X = \frac{\cancel{\pi}\cdot 50\,Hz}{2\cancel{\pi}} \cdot 3 \rightarrow \frac{F_s}{2} = \frac{150\ Hz}{2} \quad \therefore \rightarrow \boxed{F_s = 150\ Hz}$

b) *Filtro diferenciador*

$h_1(k) = (1, -1)$***de primer orden***

$h_2(k) = (1, 0, -1)$***de segundo orden***



- $h_1(K) = (1, -1) \longrightarrow H(z) = 1 - z^{-1} \Rightarrow \boxed{H(z) = \frac{z-1}{z}}$

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{e^{j\Omega} - 1}{e^{j\Omega}} = e^{-j\Omega} \cdot e^{j\frac{\Omega}{2}} \left(e^{j\frac{\Omega}{2}} - e^{j\frac{\Omega}{2}} \right) \frac{2j}{2j}$$

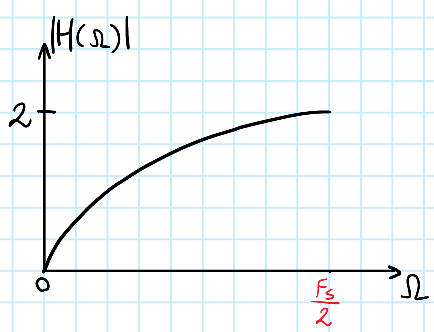
$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$H(e^{j\Omega}) = \left(2j \operatorname{sen}\left(\frac{\Omega}{2}\right)\right) e^{-j\frac{\Omega}{2}}$$

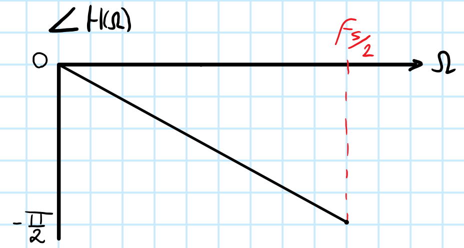
MODULO

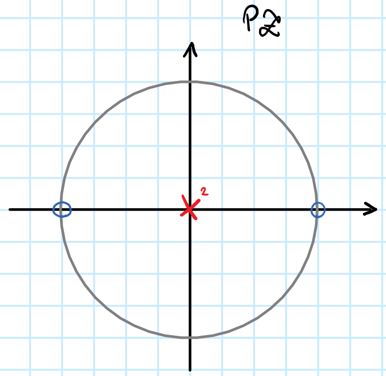
$$\boxed{|H(\Omega)| = \left|2 \operatorname{sen}\left(\frac{\Omega}{2}\right)\right|}$$



Fase

$$\boxed{\angle H(\Omega) = -\frac{1}{2}}$$





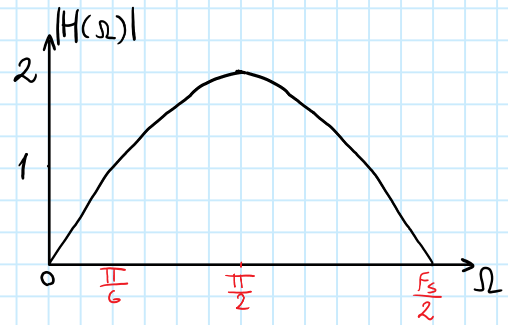
$$h_2 = (1, 0, -1) \longrightarrow H(z) = 1 - z^{-2} \Rightarrow \boxed{H(z) = \frac{z^2 - 1}{z^2}}$$

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{e^{2j\Omega} - 1}{e^{2j\Omega}} = e^{-2j\Omega} \cdot e^{j\Omega}\left(e^{j\Omega} - e^{-j\Omega}\right) \frac{2j}{2j}$$

$$H(e^{j\Omega}) = j2\,\text{sen}(\Omega)\, e^{-j\Omega}$$

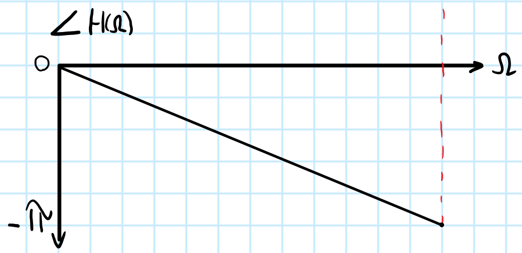
MODULO

$$\boxed{|H(\Omega)| = 2\,\text{sen}(\Omega)}$$



FASE

$$\boxed{\angle H(\Omega) = -1}$$



1. ¿Qué demora introducen ambos sistemas?

Ambos introducen una demora igual a su orden

2. Hasta qué frecuencias estos sistemas se comportan como un derivador ideal. Considere una tolerancia admisible del 5% respecto a su respuesta ideal $|H(\Omega)| = \Omega$.

Hecho en PYTHON