1 Diketahui himpunan B dengan tiga buah nilai
$\{0, 1, 2\}$ dan dua buah operator + dan . . kaidah
operasi dengan operator + dan . didefinisikan pada tabel

+	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	1
2	0	1	2

.	0	1	2
0	0	1	2
1	0	1	2
2	2	2	2

a. Dari ke 4 aksioma dasar (komutatif, distributif,
identitas, dan komplemen). Aksioma manakah yang
terpenuhi oleh kedua tabel diatas? . Apakah elemen
identitas untuk masing-masing operator + dan . ?
Jawab :

1 komutatif

(+) jika $a + b = b + a$

· $0 + 1 = 0$ dan $1 + 0 = 0$ * Memenuhi (komutatif)

· $0 + 2 = 0$ dan $2 + 0 = 0$

· $1 + 2 = 1$ dan $2 + 1 = 1$

(·) jika $a \cdot b = b \cdot a$

· $0 \cdot 1 = 1$ dan $1 \cdot 0 = 1$ * Memenuhi (komutatif)

· $0 \cdot 2 = 2$ dan $2 \cdot 0 = 2$

· $1 \cdot 2 = 2$ dan $2 \cdot 1 = 2$

2. Distributif

    a. $(b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

Contoh 1: $a \cdot b$. $1 \cdot c = 2$

hitung $b+c = 1+2 = 1$

hitung $a(b+c) = 1 \cdot 1 = 1$

hitung $(a \cdot b) + (a \cdot c) = (1 \cdot 1) + (1 \cdot 2)$

* $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) = 1$

Contoh 2: $a = 2$, $b = 1$, $c = 2$

hitung $b+c = 1+2 = 1$

hitung $a \cdot (b+c) = 2 \cdot 1 = 2$

hitung $(a \cdot b) + (a \cdot c) = (2 \cdot 1) + (2 \cdot 2) = 2 + 2 = 2$

* $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) = 2$

Setelah cek kombinasi, kedua tabel memenuhi
aksioma distributif.

3. Identitas

    - Operator (+)
                          * elemen untuk operator + adalah
    · $0 + 0 = 0$
                          0, karena $a + 0 = a$ untuk semua
    · $1 + 0 = 0$
                          $a \in B$
    · $2 + 0 = 0$

- Operator (·)

  · $0 \cdot 1 = 0$
  · $1 \cdot 1 = 1$
  · $2 \cdot 1 = 2$

  * Elemen Identitas untuk operasi ·
  adalah 1, karena $a \cdot 1 = a$ untuk
  semua $a \in B$

4. Komplemen

   Untuk operasi ini tidak dapat menentukan komplemen
   yang konsisten bagi setiap elemen, karena tidak ada
   elemen yang memenuhi persyaratan kedua operasi
   + dan ·.

b. Apakah himpunan B dengan dua buah operator diatas
   membentuk aljabar boolean? Jelaskan jawaban anda!

   Jawab :

   · Komutatif : kedua operasi bersifat komutatif

   · Distributif : kedua operasi memenuhi sifat distributif

   · Identitas = operasi + dan · masing-masing memiliki
                  identitas 0 dan 1

   · Komplemen = Tidak ada komplemen yang konsisten

   * karena himpunan B memenuhi aksioma komutatif,
   distributif, dan identitas, tetapi tidak memenuhi
   aksioma komplemen. Maka himpunan B tidak
   membentuk aljabar boolean

4 Nyatakan $f(a,b,c) = ([(ab)'c)]'((a'+c)(b'+c'))$ dalam bentuk baku SOP dan bentuk kanonik SOP

Jawab:

- Sederhanakan $([(ab)'c)]'$
  - Berdasarkan aturan demorgan $(ab)' = a'+b'$
  - $[a'+b']c$ komponen dari $(a'+b').c$ adalah
  $(a'+b')'+c$
  - kita dapat menyederhanakan menjadi $a.c' + b.c$

  $\ast$ $([(ab)'c)]' = ab + c$

- Sederhanakan $((a'+c)(b'+c'))$
  - Menurut aturan demorgan, komponen dari $(a'+c)$
  $(b'+c')$ adalah $(a'+c) + (b+c)$ dapat menyederhanakan
  menjadi $a.c' + b.c$

  $\ast$ $(a'+c)(b'+c') = a.c + b.c$

- Gabungkan kedua bagian
  $f(a,b,c) = (ab+c').(a.c + b.c)$

- Bentuk baku SOP
  Didistribusikan $(ab+c')$ dengan $(a.c'+b.c) + (a.b.c)$.
  $(ab.a.c) + (ab.b.c) + (c'.a.c) + (c.b.c)$

- Sederhanakan tiap suku

$\cdot\ ab \cdot \cdot a \cdot c' = ab \cdot c'$

$\cdot\ ab \cdot b \cdot c = ab \cdot c$

$\cdot\ c' \cdot a \cdot c' = a \cdot c'$

$\cdot\ c' \cdot b \cdot c = b \cdot c \cdot c'$

* Maka bentuk baru SOP dari $f(a,b,c)$ adalah:

$$f(a,b,c) = ab \cdot c' + ab \cdot c + a \cdot c'$$

• Bentuk Kanonik SOP

1. $ab \cdot c$ dalam bentuk minterm adalah $a=1, b=1, c=0$

yaitu $= ab \cdot c' = m6 = abc'$

2. $a \cdot b,c$ dalam bentuk minterm adalah $a=1, b=p$ dan

$c=1$. yaitu $ab \cdot c = m7 = abc$

3. $a \cdot c'$ dalam bentuk minterm adalah $a=1, b=B, c=B$

yaitu $a \cdot c = m4 = ab'c'$

* Bentuk kanonik SOP $f(a,b,c)$ adalah

$$f(a,b,c) = m4 + m6 + m7$$

atau bentuk ekspresinya

$$f(a,b,c) = ab'c + abc' + abc$$

6. Carilah komplemen dari fungsi $f(w, x, y, z)$

$$= x'z + w'xy' + wyz + w'xy$$

Jawab:

$$f(w, x, y, z) = x'z + w'xy' + wyz + w'xy$$

komponen dari $f(w, x, y, z)$ adalah $F(w, x, y, z)$

dengan aturan demorgan $F' = x'z + w'xy' + wyz + w'xy)$

Menurut aturan demorgan untuk mencari komponen dari sebuah ekspresi, kita harus mengubah penjumlahan menjadi perkalian

Sehingga: $F(x'z)' \cdot (w'xy') \cdot (wyz)' \cdot (w'xy)'$

— Cari kemampuan dari tiap suku
  - $(x'z) = x + z'$
  - $(w'xy') = w + y' + y$
  - $(wyz) = w' + y' + z'$
  - $(w'xy)' = w + x + y'$

$$f'(w, x, y, z) = (x + z')' \cdot (w + x' + y) \cdot (w' + y' + z') \cdot (w + x + y')$$

✳ Jika komplemen dari fungsi $f(w, x, y, z)$

$$= x'z + w'xy' + wxz + w'xy \text{ adalah}$$

$$f'(w, x, y, z) = (x + z') \cdot (w + x' + y) \cdot (w' + y + z')$$