

1. Perhatikan himpunan B dengan tiga buah nilai $\{0, 1, 2\}$ dan dua buah operator $+$ dan \cdot . Kestah operasi dengan operator $+$ dan \cdot didefinisikan pada tabel

| $+$ | 0 | 1 | 2 |
|-----|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 2 |

| \cdot | 0 | 1 | 2 |
|---------|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 0 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 |

- a. Dari 4 aksioma dasar (Komutatif, distributif, identitas, dan komplement). Aksioma manakah yang terpenuhi oleh kedua tabel diatas? Apakah elemen identitas untuk masing-masing operator $+$ dan \cdot ?
Jawab:

1. Komutatif

($+$) jika $a + b = b + a$

- \cdot $0 + 1 = 0$ dan $1 + 0 = 0$ * Memenuhi (komutatif)
- \cdot $0 + 2 = 0$ dan $2 + 0 = 0$
- \cdot $1 + 2 = 1$ dan $2 + 1 = 1$

(\cdot) jika $a \cdot b = b \cdot a$

- \cdot $0 \cdot 1 = 1$ dan $1 \cdot 0 = 1$ * Memenuhi (komutatif)
- \cdot $0 \cdot 2 = 2$ dan $2 \cdot 0 = 2$
- \cdot $1 \cdot 2 = 2$ dan $2 \cdot 1 = 2$



2. Distributif

$$a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Contoh 1: $a=1, b=1, c=2$

hitung $b+c = 1+2 = 3$

hitung $a(b+c) = 1 \cdot 3 = 3$

hitung $(a \cdot b) + (a \cdot c) = (1 \cdot 1) + (1 \cdot 2) = 1 + 2 = 3$

* $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) = 3$

Contoh 2: $a=2, b=1, c=2$

hitung $b+c = 1+2 = 3$

hitung $a(b+c) = 2 \cdot 3 = 6$

hitung $(a \cdot b) + (a \cdot c) = (2 \cdot 1) + (2 \cdot 2) = 2 + 4 = 6$

* $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) = 6$

Setelah cek kombinasi, kedua tabel memenuhi aksioma distributif.

3. Identitas

- Operator (+)

• $0+0=0$

• $1+0=1$

• $2+0=2$

* elemen untuk operator + adalah 0, karena $a+0=a$ untuk semua $a \in B$



- Operator (\cdot)

$\cdot 0 \cdot 1 = 0$

$\cdot 1 \cdot 1 = 1$

$\cdot 2 \cdot 1 = 2$

* elemen identitas untuk operasi \cdot

adalah 1, karena $a \cdot 1 = a$ untuk

semua $a \in B$

4. komplement

Untuk operasi ini tidak dapat menentukan komplement yang konsisten bagi setiap elemen, karena tidak ada elemen yang memenuhi persyaratan kedua operasi $+$ dan \cdot .

b. Apakah himpunan B dengan dua buah operator diatas membentuk aljabar boolean? Jelaskan jawaban anda!

Jawab:

- komutatif: kedua operasi bersifat komutatif
 - Distributif: kedua operasi memenuhi sifat distributif
 - Identitas = operasi $+$ dan \cdot masing-masing memiliki identitas 0 dan 1
 - komplement = Tidak ada komplement yang konsisten
- * karena himpunan B memenuhi aksioma komutatif, distributif, dan identitas, tetapi tidak memenuhi aksioma komplement. Maka himpunan B tidak membentuk aljabar boolean



4 Nyatakan $F(a, b, c) = ([ab]'c)'(a'+c)(b'+c')$ dan bentuk baku SOP dan bentuk kanonik SOP

Jawab:

- Sederhanakan $([ab]'c)'$

- Berdasarkan aturan De Morgan, $[ab]' = a' + b'$

- $[a' + b']c$ komponen dari $(a' + b')$, c adalah $[a' + b']' + c$

- Kita dapat menyederhanakan menjadi $a \cdot c' + b \cdot c$

$$* ([ab]'c) = ab + c$$

- Sederhanakan $(a' + c)(b' + c')$

- Menurut aturan De Morgan, komponen dari $(a' + c)$

- $(b' + c')$ adalah $(a' + c) + (b' + c')$ dapat menyederhanakan menjadi $a \cdot c' + b \cdot c$

$$* (a' + c)(b' + c') = a \cdot c + b \cdot c$$

- Gabungkan kedua bagian

$$f(a, b, c) = (ab + c') \cdot (a \cdot c + b \cdot c)$$

- Bentuk baku SOP

Distribusikan $(ab + c')$ dengan $(a \cdot c' + b \cdot c) + (a \cdot c + b \cdot c)$.

$$(ab \cdot a \cdot c) + (ab \cdot b \cdot c) + (c' \cdot a \cdot c) + (c' \cdot b \cdot c)$$



- Sederhanakan trap supu

$$\cdot ab \cdot a \cdot c' = ab \cdot c'$$

$$\cdot ab \cdot b \cdot c = ab \cdot c$$

$$\cdot c' \cdot a \cdot c' = a \cdot c'$$

$$\cdot c' \cdot b \cdot c = b \cdot c \cdot c'$$

* ~~gila~~ bentuk kanon SOP dari $F(a,b,c)$ adalah

$$F(a,b,c) = ab \cdot c' + ab \cdot c + a \cdot c'$$

• Bentuk kanonik SOP

1. $ab \cdot c$ dalam bentuk minterm adalah $a=1, b=1, c=0$
yaitu $= ab \cdot c' = m6 = abc'$

2. $a \cdot b \cdot c$ dalam bentuk minterm adalah $a=1, b=1, c=1$
yaitu $= ab \cdot c = m7 = abc$

3. $a \cdot c'$ dalam bentuk minterm adalah $a=1, b=0, c=0$
yaitu $= a \cdot c = m4 = ab'c'$

* Bentuk kanonik SOP $F(a,b,c)$ adalah

$$F(a,b,c) = m4 + m6 + m7$$

atau bentuk ekspresinya

$$F(a,b,c) = ab'c' + abc' + abc$$



6. Carilah komplemen dari fungsi $F(w, x, y, z)$
 $= x'z + w'xy' + wyz + w'xy$

Jawab:

$$F(w, x, y, z) = x'z + w'xy' + wyz + w'xy$$

komponen dari $F(w, x, y, z)$ adalah $F(w, x, y, z)$

dengan aturan Demorgan $F' = (x'z)' \cdot (w'xy')' \cdot (wyz)' \cdot (w'xy)'$

Menurut aturan Demorgan untuk mencari komplement dari sebuah ekspresi, kita harus mengubah penjumlahan menjadi perkalian

$$\text{Sehingga: } F' = (x'z)' \cdot (w'xy')' \cdot (wyz)' \cdot (w'xy)'$$

- Cari komplement dari tiap suku

$$\cdot (x'z)' = x + z'$$

$$\cdot (w'xy')' = w + x' + y$$

$$\cdot (wyz)' = w' + y' + z'$$

$$\cdot (w'xy)' = w + x + y'$$

$$F'(w, x, y, z) = (x + z') \cdot (w + x' + y) \cdot (w' + y' + z') \cdot (w + x + y')$$

* Jika komplemen dari fungsi $F(w, x, y, z)$

$$= x'z + w'xy' + wxz + w'xy \text{ adalah}$$

$$F'(w, x, y, z) = (x + z') \cdot (w + x' + y) \cdot (w' + y' + z')$$

