Teori bilangan

Bilangan bulat → (... -2, -1, 0, 1, 2 ...)

Bilangan asli → Bilangan bulat positif

→ 1, 2, 3, 4, 5 ...

Bilangan cacah : Bilangan bulat non-negatif

0, 1, 2, 3, 4, 5 ...

Keterbagian : Misal ada a dan b

b habis dibagi a
a membagi b
b kelipatan dari a

bila ada m, $b = a \times m$

Faktor bilangan : bilangan positif yang habis membagi b.

Faktor : 16
1, 2, 4, 8, 16

Prima : hanya 2 faktor, yaitu 1 dan dirinya sendiri

Contoh, 2, 3, 5, 7, 11, 13 ...

Komposit : Bukan prima, lebih dari 2 faktor

16 → komposit,

1 → bukan prima & bukan komposit

Prime checking

Untuk mengecek apakah suatu bilangan itu prima,

Cukup cek hingga $\sqrt{n}$

100 → Cukup cek dari 1 → 10

1000 → Cukup cek dari 1 → 34

karena, misal a adalah faktor dari b

maka ada $c = b/a$, $c > \sqrt{b}$

a	1	2	3	5	6
c	30	15	10	6	

$\sqrt{30} = 5 \ldots$

$\lfloor \sqrt{30} \rfloor = 5$

30 → 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

16 →

a	1	2	$\boxed{4}$
c	16	8	$\boxed{4}$

4 → $\sqrt{16}$

Banyak faktor :

$n = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot p_3^{a_3} \cdots p_k^{a_k}$

Banyak faktor $= (a_1+1) \cdot (a_2+1) \cdot (a_3+1) \cdots (a_k+1)$

$36 \to 2^2 \cdot 3^2$

$\to (2+1) \cdot (2+1) = 9$

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

faktor : kombinasi dari faktor primanya

Dikenal faktor prima bisa dipakai atau tidak

$\boxed{2^2} \cdot \boxed{3^2} \to 0 \quad 1 \quad 2$

$\hookrightarrow 0 \quad 1 \quad 2 \quad 9$

$a_n + \boxed{1}$

Jumlahan faktor

36 → 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Jumlah = 91

$$n = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot p_3^{a_3} \cdots p_4^{a_4}$$

$$\left(\frac{p_1^{a_1+1}-1}{p_1-1}\right) \cdot \left(\frac{p_2^{a_2+1}-1}{p_2-1}\right) \cdot \left(\frac{p_4^{a_4+1}-1}{p_4-1}\right)$$

$36 \to 2^2 \cdot 3^2$

$$\left(\frac{2^{2+1}-1}{2-1}\right)\left(\frac{3^{2+1}-1}{3-1}\right)$$

$$\frac{2^3-1}{1} \cdot \frac{3^3-1}{2} = \frac{8-1}{1} \cdot \frac{27-1}{2}$$

$$= 7 \cdot \frac{26}{2} = 7 \cdot 13 = 91$$

FPB → Faktor Persekutuan Terbesar

= Faktor terbesar yang membagi kedua bilangan

12 = 1, 2, 3, 4, $\boxed{6}$, 12

18 = 1, 2, 3, $\boxed{6}$, 9, 18

$\boxed{\text{\_\_gcd()}}$

KPK -> bilangan terkecil yang dibagi a dan b

12 -> 12, 24, $\boxed{36}$, 48, 60 ...
18 -> 18, $\boxed{36}$, 54, ...

Cara mencari FPB

$f(a, b)$

-> Jika $a = 0$, FPB = b

-> FPB = $f(b \% a, a)$

12, 18

$f(12, 18) \Rightarrow f(\overbrace{18 \% 12}^{\text{Sisa pembagian}}, 12)$

$= f(6, 12)$

$\rightarrow f(12 \% 6, 6)$

$= f(0, 6)$

-> FPB //

Extended Euclidean

Modulo -> %

Sisa pembagian

23 mod 5 = 3 , 23 = 5 x 4 + 3
27 mod 3 = 0 , 27 = 9 x 3 + 0

-41 mod 9 = 4 , -41 = 9 · (-5) + 4

Kongruensi , ≡

a ≡ b mod c , a mod c = b mod c

38 mod 5 = 3 , 13 mod 5 = 3

38 ≡ 13 mod 5

Sifat kongruensi

a ≡ b mod m ,
a + c ≡ b + c mod m
a^c ≡ b^c mod m
a · p ≡ b · p mod m

a ≡ b mod m <=> b ≡ a mod m
a ≡ b mod m , b ≡ c mod m , a ≡ c mod m

-> a · p ≡ b · p mod (p · m)

$2^6 \equiv 1 \mod 7$

$6 \cdot 2^{100} + 5 \mod 7$

$6 \cdot (\underbrace{2^6}_{1})^{16} \cdot 2^4 + 5 \mod 7$

$6 \cdot 1^{16} \cdot 2^4 + 5 \mod 7$

$6 \cdot 2^4 + 5 \mod 7$

$6 \cdot \underbrace{16} + 5 \mod 7$ $\qquad$ $16 \mod 7 = 2$

$96 + 5 \mod 7$ $\qquad$ $6 \cdot 2 + 5 \mod 7$

$101 \mod 7$ $\qquad$ $12 + 5 \mod 7$

$3 \mod 7$ $\qquad$ $17 \mod 7$

$= 3$

Kongruens: linier

$ax \equiv b \mod n$

$$\boxed{5x \equiv 2 \mod 7}$$

$x \equiv 0 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 0 \mod 7$
$x \equiv 1 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 5 \mod 7$
$x \equiv 2 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 3 \mod 7$
$x \equiv 3 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 1 \mod 7$
$x \equiv 4 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 6 \mod 7$
$x \equiv 5 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 4 \mod 7$
$x \equiv 6 \mod 7 \rightarrow 5x \equiv 2 \mod 7$ ✓

$x \equiv 6 \mod 7$

$x > 100 \rightarrow 104$

Sifat modulo :

$(a+b) \mod m = (a \mod m + b \mod m) \mod m$
$(a-b) \mod m = (a \mod m - b \mod m + m) \mod m$

→ Jika $\underbrace{a \% m < b \% m}_{\text{↳ negatif}}$

$(a \cdot b) \mod m = (a \mod m \cdot b \mod m) \mod m$

Wilson theorem's : $(n-1)! \equiv -1 \bmod n$

Fermat little theorem : $a^p \equiv a \bmod p$

Jika a dan p coprime

FPB = 1

$a^{p-1} \equiv 1 \bmod p$

73
61

3 ganjil , 2 genap

46
59
84

kita tahu : ganjil + ganjil = genap
ganjil + genap = ganjil

genap + genap = genap

2 → satu-satunya bilangan prima genap.

$2 + n$

$73 \to n = 71$ ✓
$61 \to n = 59$ ✓
$59 \to n = 57 \to$ bukan prime

Bilangan terkecil dengan banyak faktor 30

$$\underbrace{(a_1+1)}\cdot\underbrace{(a_2+1)}\cdot\underbrace{(a_3+1)}\ldots$$

$30 \to 2 \times 3 \times 5$

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 4$

2, 3, 5

$5^1 \cdot 3^2 \cdot 2^4 = 5 \cdot 9 \cdot 16$

$= \boxed{720}$