LIVRABLE 2

PROJET FAST & FURIOUS

SOMMAIRE

I. Contexte

Dom Toretto a été mis au défi par Owen Shawn de remporter une course appelée le « Double Loop Dare », le vainqueur repartira avec comme prix une Mazda RX-7.

Cette course se déroulera sur un circuit divisé en plusieurs parties :

Nous aurons 3 surfaces planes horizontales , une surface plane inclinée, un looping et un ravin divisant deux des surfaces planes horizontales.

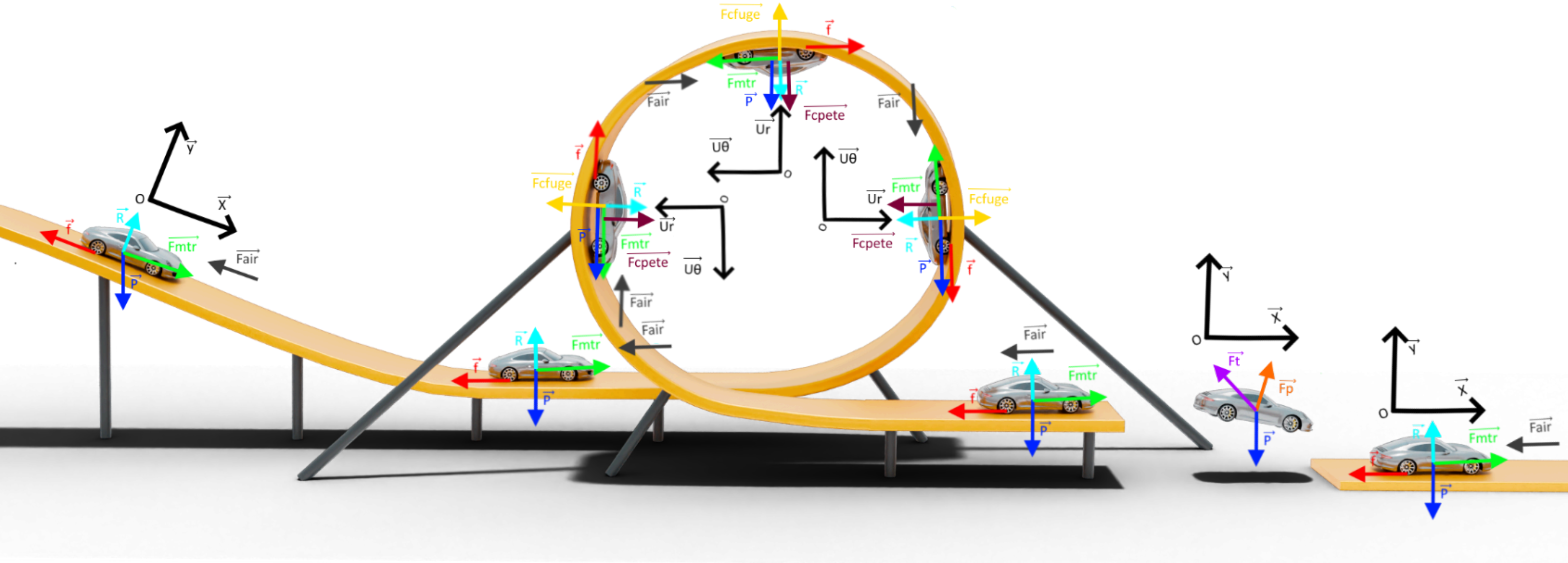
Dans ce deuxième livrable, il nous a été demandé de faire les différents calculs pour déterminer les modèles mathématiques du mouvement de la voitures sur les différentes parties du circuit et nous verrons cela à travers les différentes étapes ci-dessous :

- Les repères et référentiels utilisés

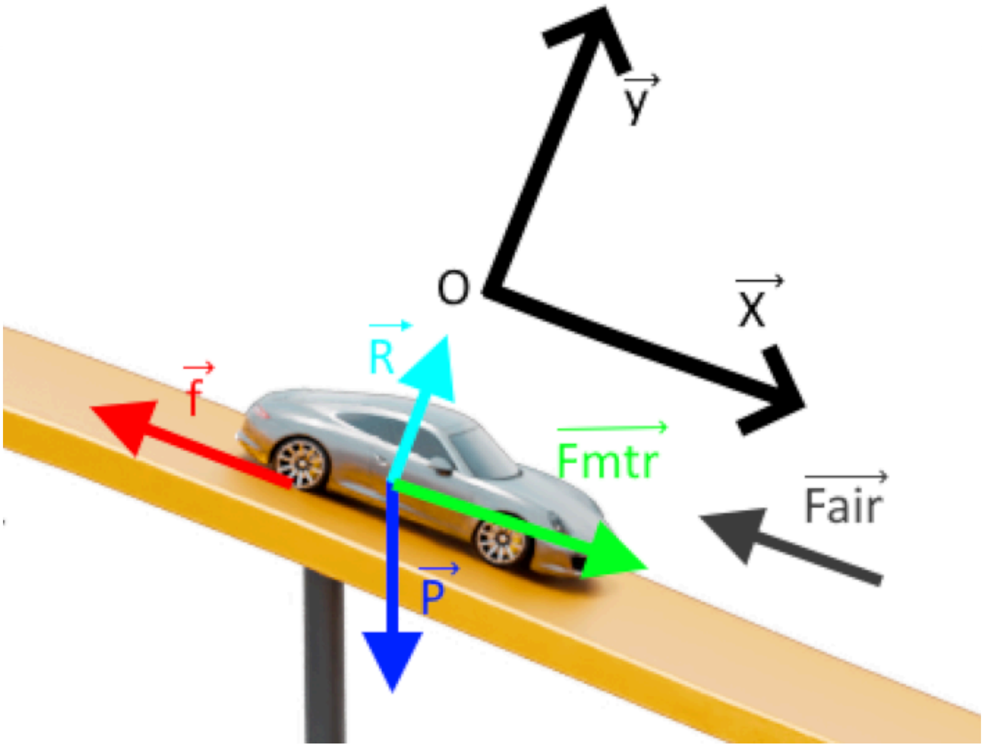
- Les hypothèses retenues pour le modèle et leur justification

- Les équations du modèle du mouvement de la voiture avec frottements (du sol et de l'air) à partir de la 2ème loi de Newton.

II. Les repères et référentiels utilisés

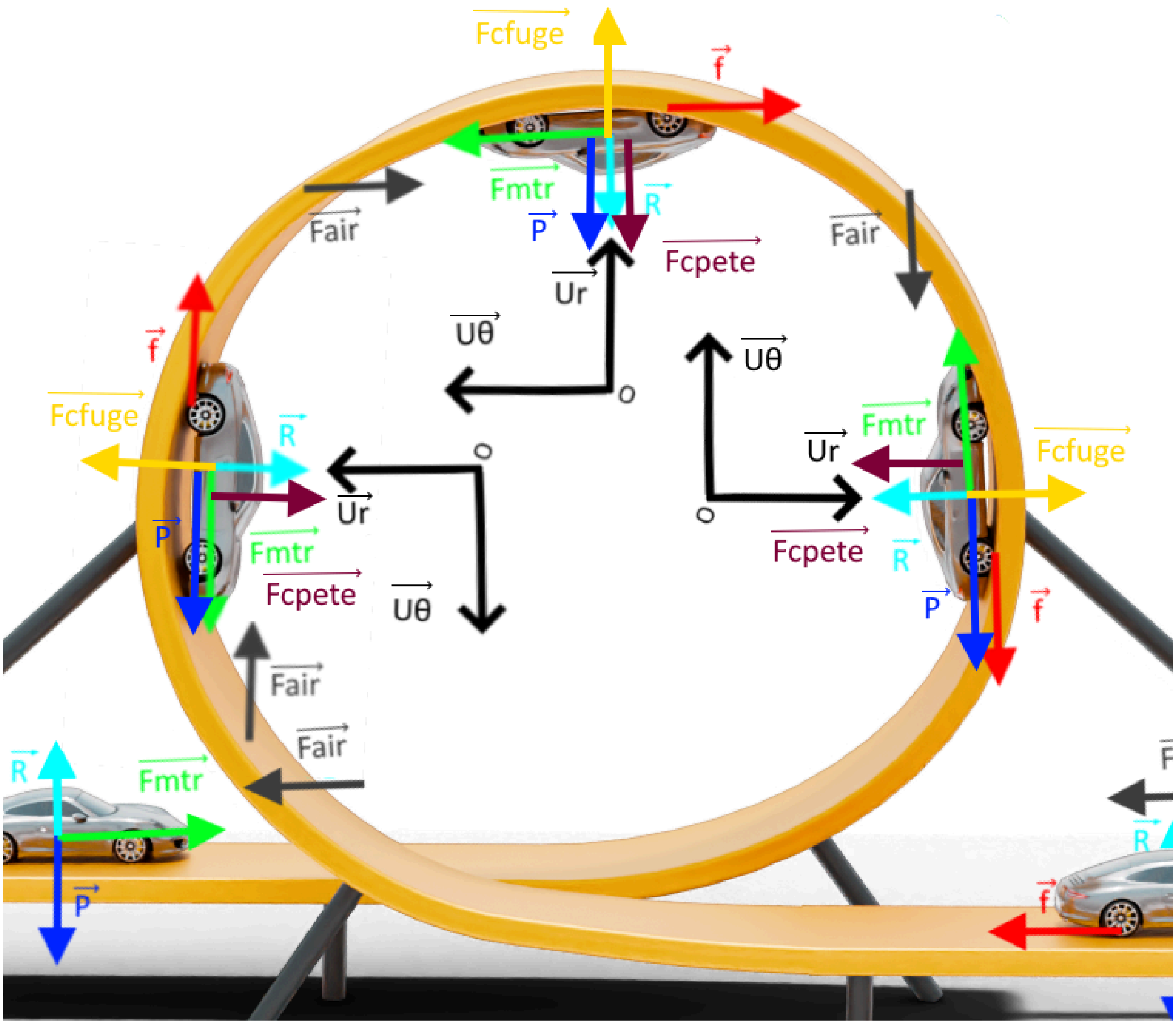


PENTE:



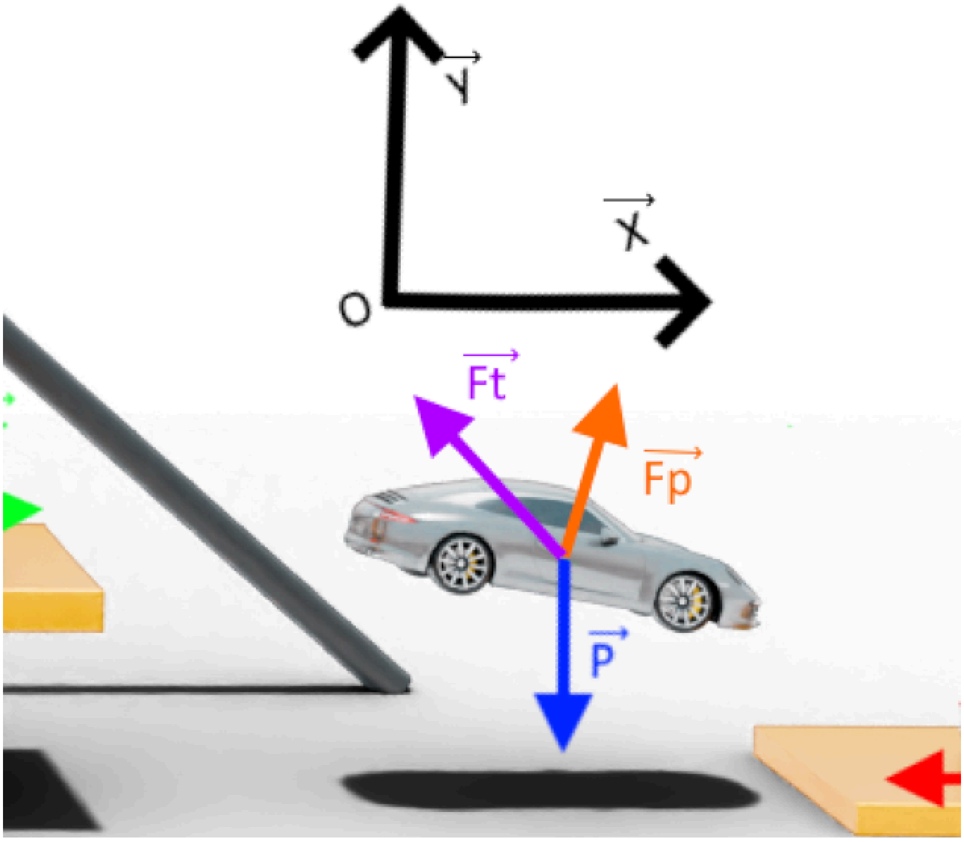
Pour étudier le mouvement de la voiture le long de la pente, on choisit un repère cartésien incliné pour que l'axe x soit dans le sens du mouvement et donc faciliter l'étude avec un référentiel galiléen.

LOOPING:



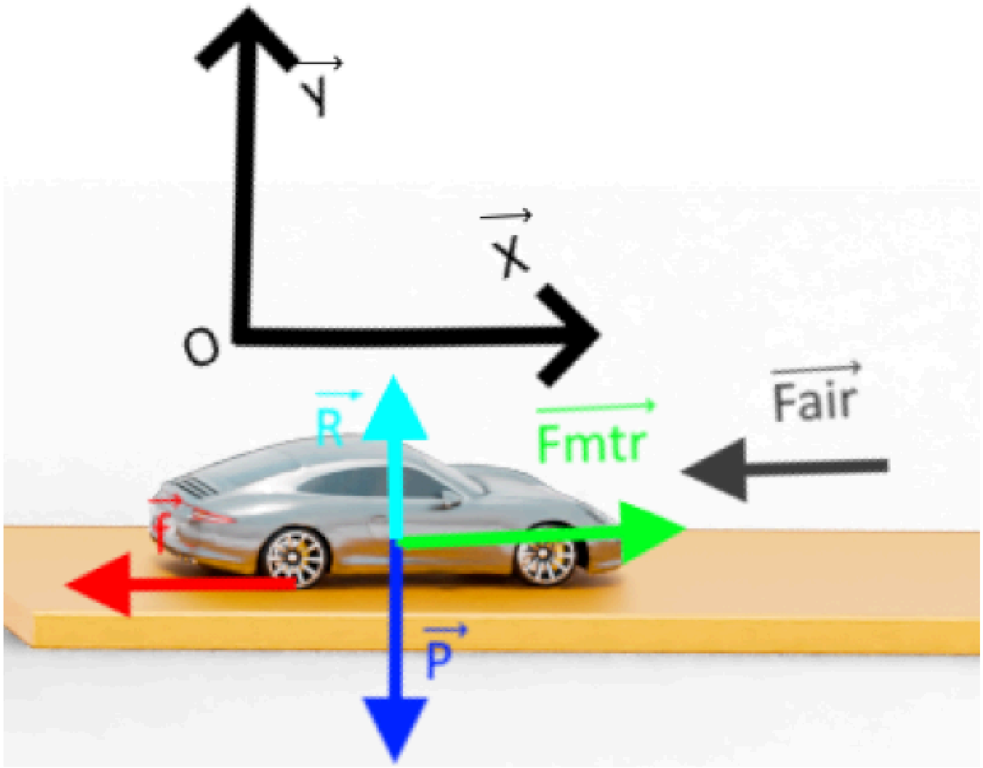
Pour étudier le mouvement de la voiture dans le looping, on choisit un repère polaire qui l'axe Ur qui est toujour orienté avec le centre du cercle du looping et Uθ qui est orienté vers le sens du mouvement de la voiture avec un référentiel galiléen.

RAVIN:



Pour étudier le mouvement de la voiture lors du passage par-dessus le ravin, on choisit un repère cartésien avec un référentiel galiléen.

FIN DE PISTE:



Pour étudier le mouvement de la voiture en fin de piste ou même dans les deux autres parties plates du circuit, on choisit un repère cartésien avec un référentiel galiléen.

III. LES HYPOTHÈSES RETENUES POUR LE MODÈLE ET LEUR JUSTIFICATION

hypothèse:

la voiture adéquate devrait pouvoir passer le looping et le ravin pour cela il faut l'équilibre parfait entre la masse et la vitesse (masse la plus légère possible,vitesse la plus haute possible)

sachant que la vitesse ici est lié à la la puissance du moteur de la voiture mais aussi à son aérodynamisme car moin d'aérodynamisme résulte en plus de frottement avec l'air donc une vitesse plus petite

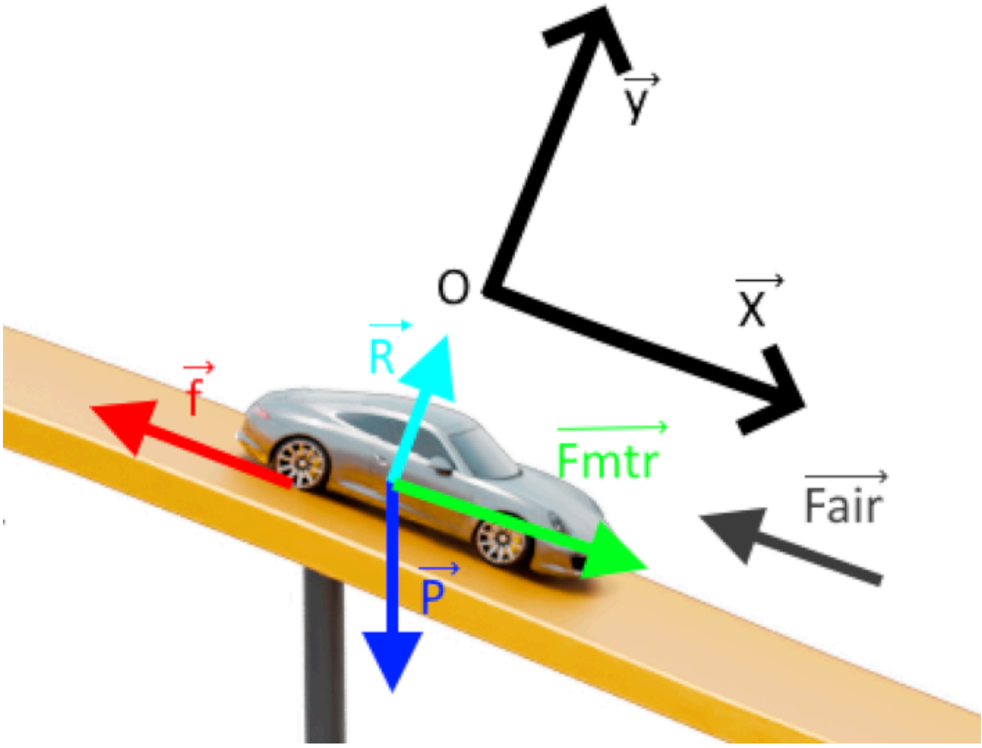
donc la voiture adéquate devrait avoir un bon profile aérodynamique, une importante puissance moteur et être légère.

parmis les voitures qui semble suivre au mieux ces critères:

Modèle 5 : Nissan Skyline GTR-R34, 1999

IV- LES ÉQUATIONS DU MODÈLE DU MOUVEMENT DE LA VOITURE AVEC FROTTEMENTS À PARTIR DE LA 2ÈME LOI DE NEWTON

PENTE:



forces:

$$\vec{f} \Rightarrow force\ de\ frottement\ avec\ le\ sol$$

$$\vec{R} \Rightarrow normale\ R$$

$$\vec{P} \Rightarrow poid$$

$$\overrightarrow{Fmtr} \Rightarrow force\ motrice\ du\ moteur\ de\ la\ voiture$$

$$\vec{Fair} \Rightarrow force\ de\ frottement\ avec\ l'air$$

<u>sans frottements:</u>

seconde loi de newton:

$$m\vec{a} = \Sigma\vec{Fext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{Fmtr}$$

sur l'axe (x)

$$m\vec{a}_x = \vec{Fair} + \vec{Fmtr}$$

$$ma_x = Px + Fmtr$$

$$m\frac{dv}{dt} = mg.sin(\alpha) + m.am$$

sur l'axe (y)

$$m\vec{a}_y = \vec{P} + \vec{R}$$

$$ma_y = -Py + R$$

$$ma_y = -m.g.cos(\alpha) + R = 0$$

<u>avec frottements:</u>

seconde loi de newton:

$$m\vec{a} = \Sigma\vec{Fext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{Fair} + \vec{Fmtr}$$

sur l'axe (x)

$$m\vec{a}_x = \vec{f} + \vec{Fair} + \vec{Fmtr}$$

$$ma_x = Px + Fmtr - f - Fair$$

$$m\frac{dv}{dt} = mg.sin(\alpha) + m.am - \mu.mg.cos(\alpha) - k.v^2$$

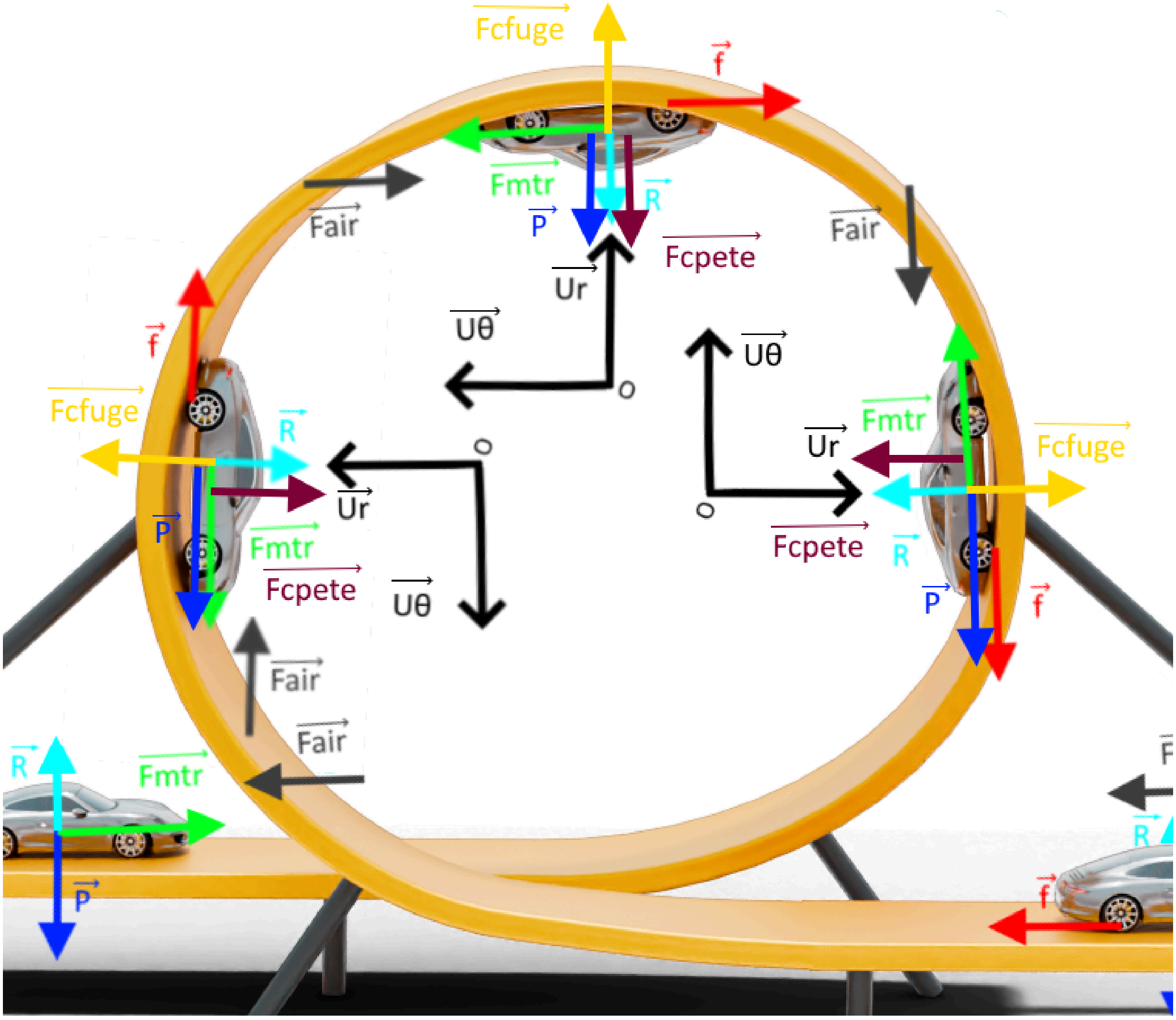
sur l'axe (y)

$$m\vec{a}_y = \vec{P} + \vec{R}$$

$$ma_y = -Py + R$$

$$ma_y = -m.g.cos(\alpha) + R = 0$$

LOOPING:



Fcfuge
f
Fmtr
R
P
Fcpete
Ur
Uθ
o
Fair
Fair
Uθ
Fmtr
Ur
Fcfuge
Fcpete
R
P
f
f
Fcfuge
R
P
Ur
Fmtr
Fcpete
Uθ
o
Fair
Fair
R
Fmtr
P
R
f

forces:

$$\vec{f} \Rightarrow force\ de\ frottement\ avec\ le\ sol$$

$$\vec{R} \Rightarrow normale\ R$$

$$\vec{P} \Rightarrow poid$$

$$\vec{Fmtr} \Rightarrow force\ motrice\ du\ moteur\ de\ la\ voiture$$

$$\vec{Fair} \Rightarrow force\ de\ frottement\ avec\ l'air$$

$$\vec{Fcfuge} \Rightarrow force\ centrifuge$$

$$\vec{Fcpete} \Rightarrow force\ centripète$$

déterminer les coordonnés polaires:

$\vec{ur} = cos(\theta)\ \vec{ux} + sin(\theta)\ \vec{uy}$

$\vec{u\theta} = -\ sin(\theta)\ \vec{ux} + cos(\theta)\ \vec{uy}$

distance OM:

$\vec{OM} = r.\vec{ur}$

dérivé de OM pour trouver v:

nous avons: $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = r.\frac{d\vec{ur}}{dt}$

donc: $\frac{d\vec{ur}}{dt} = \frac{d\vec{ur}}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \times \frac{d\vec{ur}}{d\theta}$

$\frac{d\vec{ur}}{d\theta} = \frac{d(cos(\theta)\vec{ux}+sin(\theta)\vec{uy})}{d\theta} = -\ sin(\theta)\ \vec{ux} + cos(\theta)\ \vec{uy} = \vec{u\theta}$

$\dot{\theta} \times \frac{d\vec{ur}}{d\theta} = \dot{\theta} \times \vec{u\theta}$

$\vec{v} = r \times \dot{\theta} \times \vec{u\theta}$

dérivé de v pour trouver a (accélération):

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$\vec{a} = r.\ddot{\theta}.\ \vec{u\theta} - r.\dot{\theta}^{2}.\ \vec{ur}$

<u>sans frottements:</u>

seconde loi de newton:

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{Fext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{Fmtr}$$

projection sur $\vec{ur}$ **:**

$$m(-r.\dot{\theta}^2) = \vec{P} + \vec{R}$$

$$m(-r.\dot{\theta}^2) = P.cos(\theta) - R$$

$$m(-r.\dot{\theta}^2) = m.g.cos(\theta) - R$$

$$-r.\dot{\theta}^2 = g.cos(\theta) - \frac{R}{m}$$

projection sur $\vec{u\theta}$ **:**

$$m(r.\ddot{\theta}) = \vec{P} + \vec{Fmtr}$$

$$m(r.\ddot{\theta}) = -m.g.sin(\theta) + m.am$$

<u>avec frottements:</u>

seconde loi de newton:

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{Fext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{Fair} + \vec{Fmtr}$$

projection sur $\vec{ur}$ **:**

$$m(-r.\dot{\theta}^2) = \vec{P} + \vec{R}$$

$$m(-r.\dot{\theta}^2) = P.cos(\theta) - R$$

$$m(-r.\dot{\theta}^2) = m.g.cos(\theta) - R$$

$$-r.\dot{\theta}^2 = g.cos(\theta) - \frac{R}{m}$$

projection sur $\vec{u\theta}$ **:**

$$m(r.\ddot{\theta}) = \vec{P} + \vec{Fmtr} + \vec{f} + \vec{Fair}$$

$$m(r.\ddot{\theta}) = -m.g.sin(\theta) + m.am - \mu.R - k.v^2$$

on remplace R **et** v^2 **a partir de:**

$$-r.\dot{\theta}^2 = g.cos(\theta) - \frac{R}{m} \Rightarrow R = m.(r.\dot{\theta}^2 + g.cos(\theta))$$

$$\vec{v} = r \times \dot{\theta} \times \vec{u\theta} \Rightarrow v^2 = r^2 \times \dot{\theta}^2$$

donc:

$$m(r.\ddot{\theta}) = - m.g.sin(\theta) + m.am - \mu.(m.r.\dot{\theta}^{2} + m.g.cos(\theta)) - k.r^{2}.\dot{\theta}^{2}$$

$$m(r.\ddot{\theta}) = - m.g.sin(\theta) + m.am - \mu.m.r.\dot{\theta}^{2} - \mu.m.g.cos(\theta) - k.r^{2}.\dot{\theta}^{2}$$

$$m(r.\ddot{\theta}) = - m.g(\mu.cos(\theta) + sin(\theta)) - \dot{\theta}^{2}.(\mu.m.r + k.r^{2}) + m.am$$

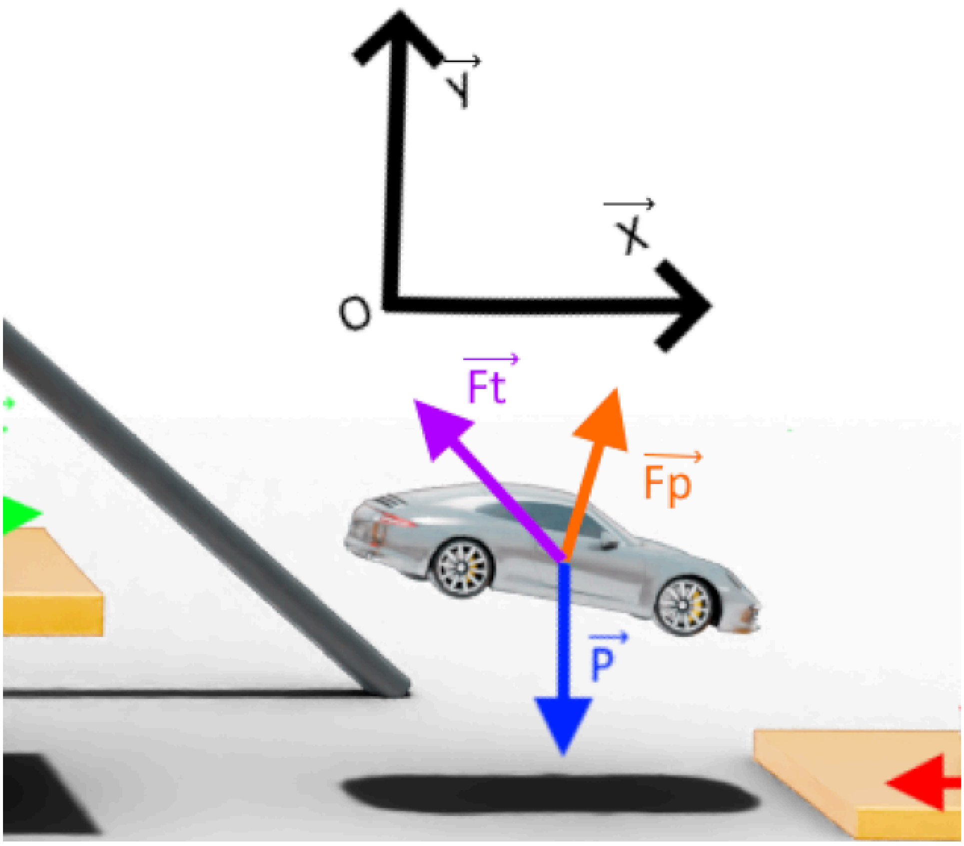
vitesse angulaire:

$$\omega(t) = a.t + \omega_{0}$$

donc:

$$\theta(t) = \frac{a}{2} \times t^{2} + \omega_{0} \times t + \theta_{0}$$

RAVIN:



forces:

$\vec{P} \Rightarrow poid$

$$\vec{Ft} \Rightarrow force\ de\ traînée$$

$$\vec{Fp} \Rightarrow force\ de\ portance$$

<u>sans frottements:</u>

seconde loi de newton:

$m\vec{a} = \Sigma \vec{Fext} = \vec{P}$

sur l'axe (x)

$m\vec{a_x} = \vec{0}$

$ma_x = 0$

$a_x = 0$

$v_x(t) = vx_0$

$x(t) = vx_0 . t$

sur l'axe (y)

$m\vec{a_y} = \vec{P}$

$ma_y = - m.g$

$a_y = - g$

$v_y(t) = - g.t + vy_0$

$y(t) = - \frac{1}{2} g.t^2 + vy_0 . t + y_0$

<u>avec frottements:</u>

seconde loi de newton:

$m\vec{a} = \Sigma \vec{Fext} = \vec{P} + \vec{Ft} + \vec{Fp}$

sur l'axe (x)

$\alpha \Rightarrow angle\ d'attaque\ de\ la\ voiture$

$m\vec{a_x} = \vec{Ft} + \vec{Fp}$

$ma_x = - Ft.cos(\alpha) + Fp.sin(\alpha)$

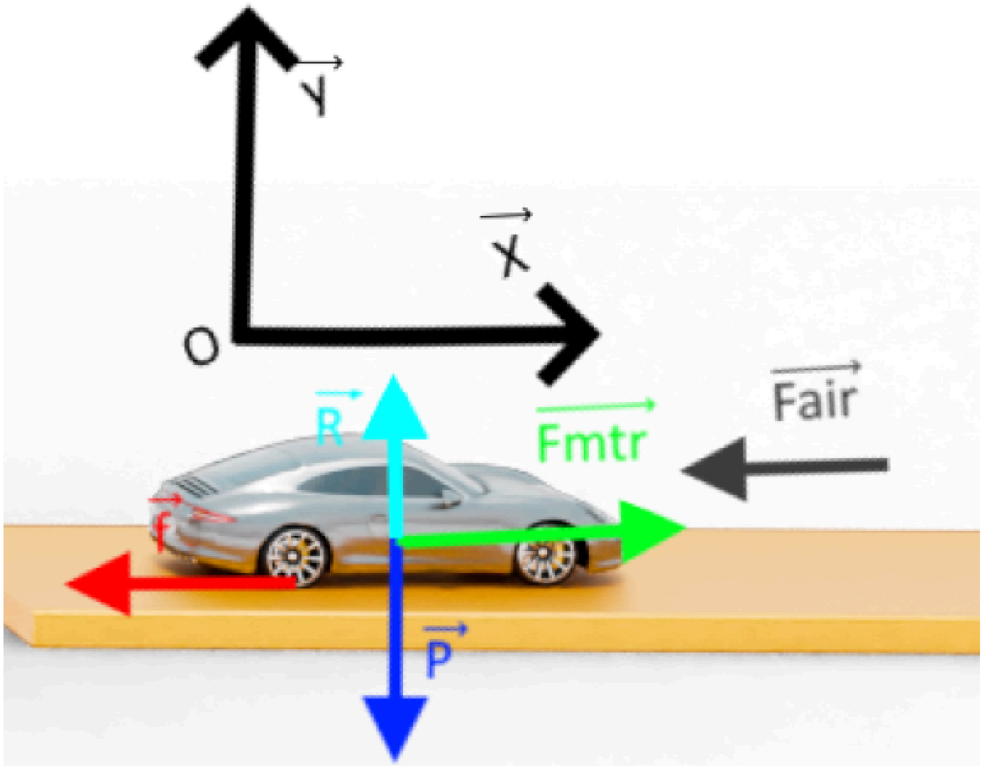
$ma_x = - \frac{1}{2} \rho . C_x . S . v^2$

sur l'axe (y)

$m\vec{a}_y = \vec{P} + \vec{Ft} + \vec{Fp}$

$ma_y = -m.g + \frac{1}{2}\rho.C_z.S.v^2$

FIN DE PISTE



forces:

$\vec{f} \Rightarrow force\ de\ frottement\ avec\ le\ sol$

$\vec{R} \Rightarrow normale\ R$

$\vec{P} \Rightarrow poid$

$\vec{Fmtr} \Rightarrow force\ motrice\ du\ moteur\ de\ la\ voiture$

$\vec{Fair} \Rightarrow force\ de\ frottement\ avec\ l'air$

sans frottements:

seconde loi de newton:

$m\vec{a} = \Sigma\vec{Fext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{Fmtr}$

sur l'axe (x)

$m\vec{a}_x = \vec{Fmtr}$

$ma_x = Fmtr$

$ma_x = m.am$

sur l'axe (y)

$\vec{ma_y} = \vec{P} + \vec{R}$

$ma_y = -P + R$

$ma_y = -m.g + R = 0$

<u>avec frottements:</u>

seconde loi de newton:

$\vec{ma} = \Sigma\vec{Fext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{Fair} + \vec{Fmtr}$

sur l'axe (x)

$\vec{ma_x} = \vec{f} + \vec{Fair} + \vec{Fmtr}$

$ma_x = Fmtr - f - Fair$

$ma_x = m.am - \mu.R - k.v^2$

sur l'axe (y)

$\vec{ma_y} = \vec{P} + \vec{R}$

$ma_y = -P + R$

$ma_y = -m.g + R = 0$

V. CONCLUSION

Ces études ont été cruciales pour déterminer les équations mathématiques du mouvement de la voiture sur les différentes parties du circuit et cela rend possible de simuler cela en entrant les données nécessaires dans les équations et déterminer quelle voiture choisir pour réussir le circuit hot wheels.

FIN DU DOCUMENT