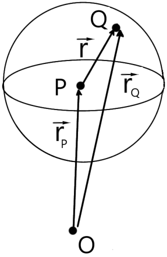
Movimiento rototraslatorio

Campo de velocidades

$$\vec{v}_Q(\vec{r}) = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \vec{r}$$



El movimiento tiene 6 grados de libertad

- Las tres componentes de la velocidad del punto P $\vec{v}_P$
- Las tres componentes de la velocidad angular $\vec{\omega}$

Ecuaciones de Movimiento

Elecciones adecuadas del punto P

Siempre podemos reducir el campo de velocidades al ***centro de masa*** o (mejor aún) al ***eje instantáneo de rotación*** siempre que este último exista.

Como afectas las fuerzas exteriores al movimiento del CM?

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = M \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \right) = M \vec{a}_{cm}$$

Centro de Masa

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

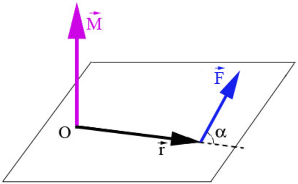
Ecuaciones de movimiento

Como afectan las fuerzas exteriores al movimiento de rotación?

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times \vec{F}_i = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Momento de una fuerza

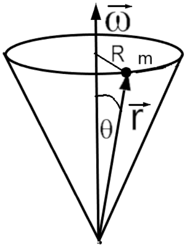
- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \vec{M} \perp \vec{r},\ \vec{M} \perp \vec{F}$
- $M = r\, F \sin(\alpha)$
- $\vec{r}$ es el punto de aplicación de la fuerza con origen en el punto P (CM o EIR, según corresponda)



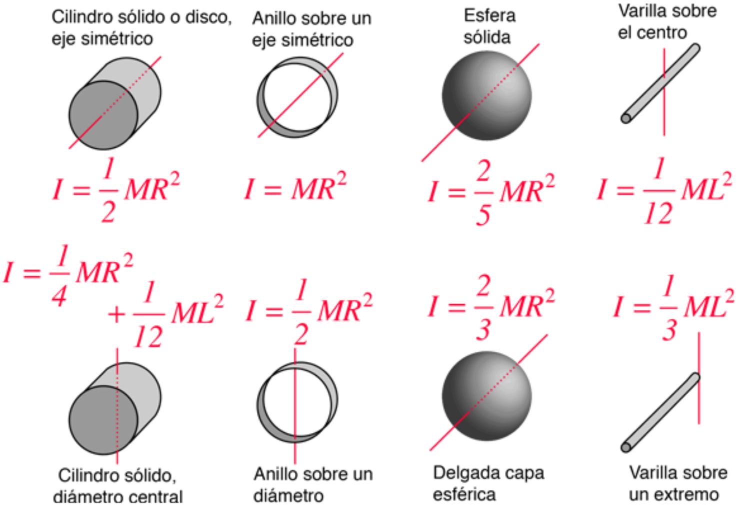
Ecuaciones de movimiento

Momento de inercia

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 = \int_V (r \sin(\theta))^2 \, \rho(\vec{r}) d^3 r$$



Momentos de Inercia de los sólidos más frecuentes



Teorema de Steiner

Cuando consideramos a P como el eje instantáneo de rotación debemos desplazar al eje que pasa por el CM a nuestro nuevo punto de referencia

$$I_{EIR} = I_{cm} + Md^2$$