Mediciones

Para conocer el valor numérico de una magnitud X es necesario medirla. Sin embargo, nos es imposible conocer su valor verdadero x, siempre existe una incerteza o error asociado a la medición. Existen dos tipos de mediciones:

Medición directa. La medida o medición directa, cuando se obtiene con un instrumento de medida que compara la variable a medir con un patrón.

Medición Indirecta. Una magnitud buscada se estima midiendo una o más magnitudes diferentes, y se calcula la magnitud buscada mediante cálculo a partir de la magnitud o magnitudes directamente medidas.

El valor numérico de la magnitud X se informa de la siguiente manera:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)[unidades] \quad (1)$$

$\bar{x}$ es el valor más representativo de la medición y Δx es el error de la medición y es el que define un intervalo dentro del cual se encuentra $\bar{x}$.

$$(\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x) \quad (2)$$

Ejemplo: si el valor más representativo del radio de la Tierra es de 6.371,061 Km y el error es de 0.31 Km, se debe informar: $R_T = (6.371{,}06 \pm 0{,}31)Km$.
(¡¡¡Cuidado con las cifras significativas!!!)

El valor de Δx está asociado a limitaciones en los instrumentos y al método de medición así como al observador, y estos pueden clasificarse como:
- de apreciación: mínima división que se puede resolver con el instrumento de medición.
- de exactitud: error absoluto con el que el instrumento de medición ha sido calibrado.
- de interacción: es debido a la interacción del método de medición con el objeto a medir.

Errores. Para asignar un valor se necesita utilizar instrumentos de medición y un método de medición. Estas elecciones ocasionan errores, que pueden clasificarse como:
- errores sistemáticos: se originan por imperfecciones en el método de medición y afectan a los resultados siempre en el mismo sentido, esto es, por defecto o por exceso. Son errores que una vez detectados pueden detectarse y corregirse.
- errores estadísticos: se producen al azar y pueden cometerse, con igual probabilidad, por defecto y por exceso.
- errores ilegítimos o espurios: se deben a errores en fórmulas o cálculos.

Los errores pueden expresarse de distintas maneras:

Error absoluto: Es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto y corresponde a la combinación de todos los errores Δx. Puede ser positivo o negativo, según si la medida es superior al valor real o inferior (la resta sale positiva o negativa). Tiene la misma unidad que la magnitud medida.

$$\Delta x_{abs} = \sqrt{\Delta x_1 + \Delta x_2 + ... \Delta x_n} \quad (3)$$

Error relativo: cociente entre el error absoluto y el valor más representativo de la medición. Puede ser positivo o negativo (según lo sea el error absoluto) porque puede ser por exceso o por defecto. No tiene unidades.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x_{abs}}{\bar{x}} \qquad (4)$$

Error relativo porcentual: error relativo por 100.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x_{abs}}{\bar{x}} * 100 \qquad (5)$$

<u>Error de una magnitud con una única medición.</u> El valor más representativo se toma como el valor medido y por error se toma la apreciación del instrumento o la menor resolución. Ejemplo: para una regla el error es de 0.5 mm.
También es necesario considerar el error que aporta el operador. Cuando por ejemplo se emplea un cronómetro, es necesario tener en cuenta la velocidad de reacción del operador para detener el cronómetro. En este caso particular, la apreciación suele ser de 0.01 s pero para determinar el error asociado puede iniciarse y detener el cronómetro lo más rápido posible y utilizar el error asociado a la dispersión obtenida como error.

<u>Error de una magnitud con N mediciones</u>. Esto sirve para minimizar los errores estadísticos.
Dada N mediciones de una misma magnitud, utilizando el mismo método de medición y realizadas por el mismo observador, con resultados x1, x2,...., xN, el valor más representativo de la medición de la magnitud x es el promedio $\bar{x}$ dado por,

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N} \qquad (6)$$

Sea $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ la desviación de cada medición respecto del valor más representativo, se define el error cuadrático medio o desviación estándar σ como:

$$\sigma = \sqrt{S_x} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} \qquad (7)$$

Sx da una idea de cuán dispersos están los valores medidos respecto al promedio. El valor de σ se toma como error de la medición, $\Delta x = \sigma$, quedando definido el intervalo $(-\sigma, +\sigma)$, donde es posible hallar el valor más representativo de x con una probabilidad del 68%. Es decir, que para un número de mediciones N= 100, 68 de ellas arrojarían un valor en dicho intervalo.

El error relativo dado por el cociente $\sigma / \bar{x}$ suele ser una constante dependiente del proceso de medición y no disminuye al aumentar el número N de mediciones (si N es lo suficientemente grande).

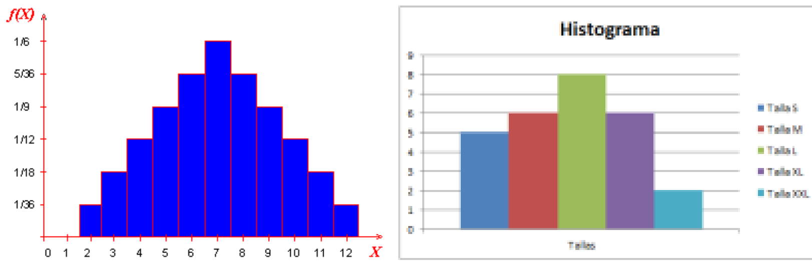
Desde un punto de vista físico, el error en solo puede ser igual o del mismo orden que la apreciación del instrumento de medición (Δinst), por lo que es posible tener un criterio para decidir cuál es el número óptimo de mediciones (Nop) a realizar:

$$N_{op} = \left(\frac{\sigma}{\Delta_{inst}}\right)^2 \qquad (8)$$

¿Cómo se puede conocer la calidad de las mediciones?

Una manera útil de visualizar la calidad de las mediciones es confeccionar un histograma. Se agrupan los datos en clases, y se cuenta cuántas observaciones (frecuencia absoluta) hay en cada una de ellas.
Podemos definir a un histograma como una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados. En el eje vertical se

representan las frecuencias, y en el eje horizontal los valores de las variables, normalmente señalando las marcas de clase, es decir, la mitad del intervalo en el que están agrupados los datos.



Ejemplos de histogramas

Definimos los conceptos de rango, clase y frecuencia:

- Recorrido o rango (R): es el valor resultante de restar el valor máximo y el mínimo.
- Clase (k): es la dimensión de un intervalo de variabilidad de los datos.
- Frecuencia: número de elementos comprendidos en una determinada clase.

Los pasos a seguir para armar un histograma son:

1. Recoger todos los datos (N) en una hoja de datos. El número total de valores se denominará "N".
2. Obtener los valores máximo (Vmáx.) y mínimo (Vmín.).
3. Establecer el recorrido o rango (R) de la siguiente forma: R = Vmáx. – Vmín, como vemos en la fórmula, simplemente restamos el valor máximo de los datos obtenidos del valor mínimo.
4. Determinar el número de clases (k) que queremos que exista, con este dato determinaremos las barras que queremos que aparezcan en el Histograma, facilitándonos cuantas clases o grupos tenemos.
5. Calcular la amplitud de cada clase de la siguiente manera: i = R / k.
6. Redondear, al valor entero superior, si el resultado no es exacto en términos de la unidad.
7. Establecer los valores de los límites de clase.
8. Construir una tabla de distribución de frecuencias y asignar los datos obtenidos a su clase correspondiente.
9. Construir los ejes del histograma. En el eje horizontal se colocan los valores de las marcas de clase y sobre el eje vertical se colocan los valores de las frecuencias.
10. Trazar los rectángulos correspondientes, una vez se hayan determinado los intervalos y sepamos cuántas mediciones caen dentro de cada intervalo, deberemos poner los rectángulos en función de los ejes del histograma.

Propagación de errores. ¿Cómo calculamos el error para el caso de una medición indirecta?
Por ejemplo, sea V una magnitud que se determina indirectamente a través de las magnitudes x, y, z. Si V = f(x,y,z) y si Δx, Δy, Δz son los errores correspondientes a las magnitudes x, y, z, etc. El error en V estará determinado por los valores de las magnitudes y de sus errores respectivos,

$$\Delta V = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z \qquad (9)$$

Discrepancias
Si se realizan dos (o más) mediciones de una misma magnitud física utilizando dos (o más) métodos o fueron realizadas por dos (o más) observadores distintos ¡los resultados pueden no coincidir!. En este caso existe una discrepancia y es necesario decidir si esta es significativa o no. Un criterio que se utiliza para comparar dos resultados independientes es, si dados los resultados

$$x_1 = (\bar{x}_1 \pm \Delta x_1)$$
$$x_2 = (\bar{x}_2 \pm \Delta x_2)$$

Se define Δx como $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ y se considera que los resultados son indistinguibles si

$$\left|\Delta x_1 - \Delta x_2\right| \leq \Delta x \quad (10)$$

La precisión de una medida suele expresarse numéricamente mediante medidas de dispersión tales como el desvío estándar. Entonces, cuanto más estrecha sea la distribución de resultados, menor será la desviación típica de la misma y mayor la precisión de la medida. La precisión depende pues únicamente de la distribución de los resultados y no está relacionada con lo que llamamos "valor verdadero" de la medición.

Por su parte, la exactitud puede definirse como la proximidad entre el valor medido y el valor "verdadero" por lo que una medición es más exacta cuanto más pequeño es el error de medida. En mediciones repetidas, la exactitud depende solamente de la posición del valor medio (resultado) de la distribución de valores, no jugando papel alguno en ella la precisión.

Sitios de consulta en la red:
http://www.fisicarecreativa.com/guias/capitulo1.pdf
http://www.famaf.unc.edu.ar/oaf/capacitacion/cuadernillos_entrenamiento/cuadernillo_teoria_de_errores.pdf
http://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/7/7464/Practica_1.pdf
http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/DOCUMENTOS/TEMA%201/7.%20HISTOGRAMAS.pdf.