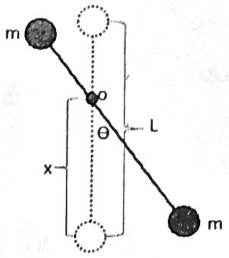
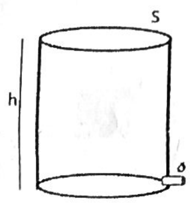
2° Parcial de Física 1 UNLAM 12/7/2019

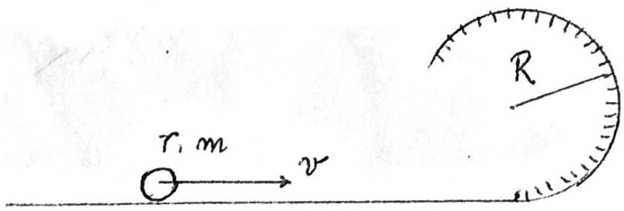
1) El sistema está formado por dos masas idénticas m, unidas por una barra de masa despreciable de largo L. El conjunto oscila alrededor del punto "o", con una amplitud angular pequeña. Hallar condiciones sobre x para que el sistema se comporte como un oscilador armónico.



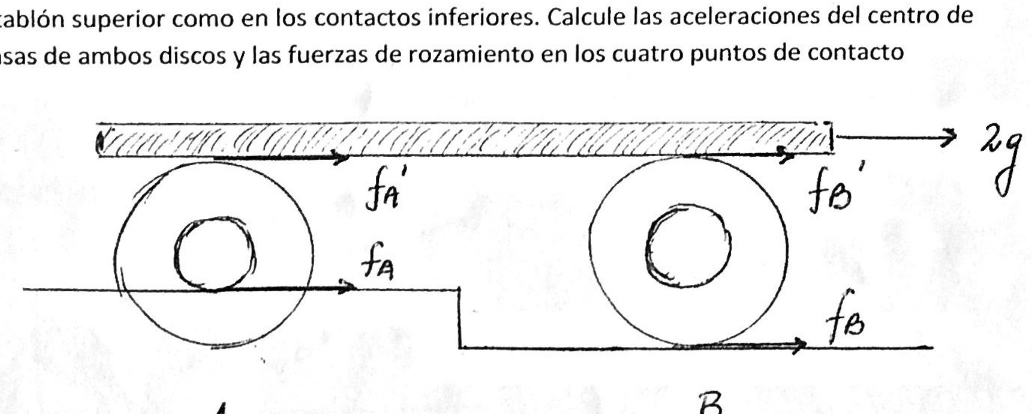
2) Un tanque lleno de agua de sección S y altura h se vacía por un orificio de sección σ, practicado en su punto más bajo. Estime el tiempo necesario para que se vacíe completamente.



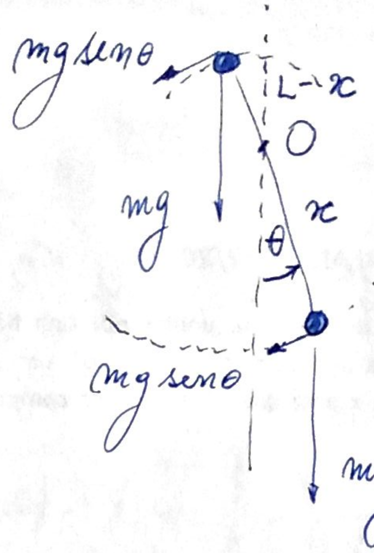
3) El cilindro de radio r y masa m se aproxima con velocidad de traslación pura uniforme $v = \sqrt{15g(R-r)}/2$. Al ingresar al bucle comienza a rodar sin deslizar. Suponga que se conserva la energía. Pierde contacto con el bucle? en que punto? a que velocidad?



4) El tablón superior de la figura tiene aceleración 2g y los discos ruedan sin deslizar tanto en el tablón superior como en los contactos inferiores. Calcule las aceleraciones del centro de masas de ambos discos y las fuerzas de rozamiento en los cuatro puntos de contacto



1)



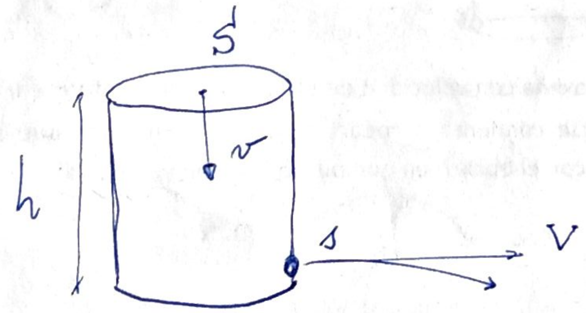
$$-mg\,\text{sen}\,\theta\, x + mg\,\text{sen}\,\theta\,(L-x) = I_0 \ddot{\theta}$$

$$-mg\,\text{sen}\,\theta\,(2x-L) = I_0\ddot{\theta} \qquad \text{sen}\,\theta \sim \theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{mg(2x-L)}{I_0}\theta = 0$$

$$2x - L > 0 \Rightarrow \boxed{x > \frac{L}{2}}$$

2)



$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \frac{1}{2}\rho V^2$$

$$S v = s V$$

$v \simeq 0 \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$ velocidad de salida

$$\Rightarrow v = \frac{s}{S} V = \frac{s}{S}\sqrt{2gh} = -\frac{dh}{dt}$$

$$\begin{cases} -\dot{h} = \frac{s}{S}\sqrt{2gh} \\ h(0) = h \end{cases}$$

$$-\frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{s}{S}\sqrt{2g}\, dt \qquad \int h'^{-1/2} dh' = 2h'^{1/2}$$

$$-\int_{h}^{h(t)} \frac{dh'}{\sqrt{h'}} = \frac{s}{S}\sqrt{2g}\int_0^t dt' = \frac{s}{S}\sqrt{2g}\, t$$

$$-2\left(\sqrt{h(t)} - \sqrt{h}\right) = \frac{s}{S}\sqrt{2g}\, t \rightarrow \text{despejar } h(t)\,!!$$

$$2\sqrt{h} - 2\sqrt{h(t)} = \frac{s}{S}\sqrt{2g}\, t$$

$$2\sqrt{h(t)} = 2\sqrt{h} - \frac{s}{S}\sqrt{2g}\, t$$

$$h(t) = \Big(\underbrace{\sqrt{h} - \frac{s}{2S}\sqrt{2g}\, t}_{=0}\Big)^2$$

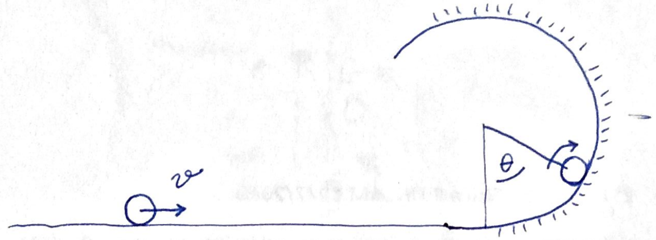
$$h(t) = 0 \Rightarrow \quad t^* = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{2g}}\frac{2S}{s} = 2\sqrt{\frac{h}{2g}}\frac{S}{s}$$

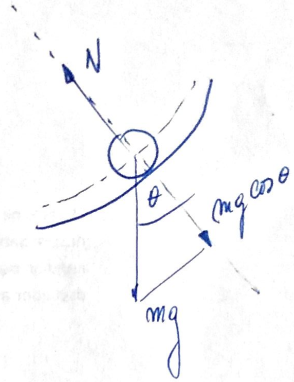
Salvo $1 - \left(\frac{s}{S}\right)^2 \simeq 1$ ← $\boxed{t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{S}{s}}$ ✓

↳ multiplica o divide

3)

3)





$$v = \frac{\sqrt{15g(R-r)}}{2}$$

$$E = \frac{1}{2} m \frac{15g(R-r)}{4} = \frac{15}{8} mg(R-r)$$

$$= mg(R-r)(1-\cos\theta) + \frac{3}{4} m v^2_{(\theta)}$$

velocidad del CM en "θ"

$$N - mg\cos\theta = m\frac{v^2_{(\theta)}}{R-r}$$

Si $N = 0$ pierde contacto!

$$v^2(\theta) = -(R-r)g\cos\theta$$

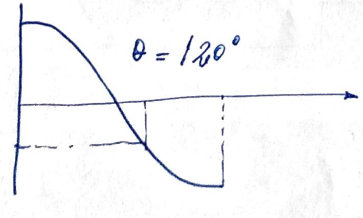
pierde contacto

ojo el "–"

$$\frac{15}{8}\cancel{mg}(R-r) = \cancel{mg}(R-r)(1-\cos\theta) - \frac{3}{4}\cancel{m}(R-r)g\cos\theta$$

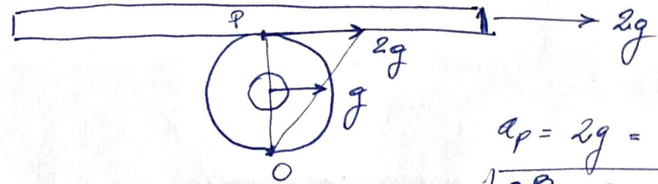
$$\frac{15}{8} = (1-\cos\theta) - \frac{3}{4}\cos\theta = 1 - \frac{7}{4}\cos\theta$$

$$\frac{\cancel{7}}{\cancel{4}}\cos\theta = 1 - \frac{15}{8} = -\frac{\cancel{7}}{\cancel{8}\,2} \rightarrow \boxed{\cos\theta = -\frac{1}{2}}$$



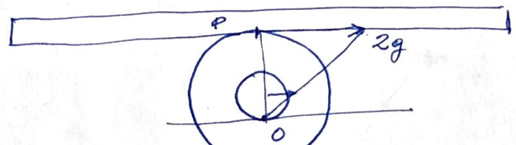
$$\boxed{v(\theta)\Big|_{\theta = 120^\circ} = \sqrt{\frac{(R-r)g}{2}}}$$

4)



$a_P = 2g = 2R\,\alpha_B$

$\boxed{a^B_{CM} = R\alpha_B = g}$

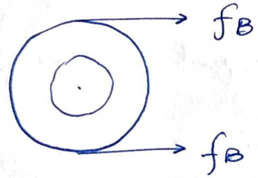


$a_P = 2g = (r+R)\,\alpha_A$

$a_{CM} = r\,\alpha_A$

$\alpha_A = \frac{2g}{r+R} \Rightarrow \boxed{a^A_{CM} = \frac{2r}{r+R}\,g}$

Cuerpo B

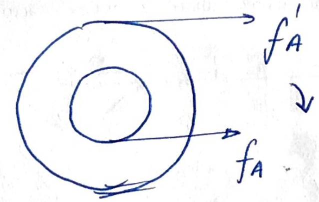


$$\begin{cases} f_B + f_B' = mg \\ (f_B' - f_B)R = I\frac{g}{R} = I\frac{g}{R^2} \end{cases}$$

$$2f_B' = \left(m + \frac{I}{R^2}\right)g \Rightarrow \boxed{f_B' = \left(m + \frac{I}{R^2}\right)\frac{g}{2}}$$

$$2f_B = \left(m - \frac{I}{R^2}\right)g \Rightarrow \boxed{f_B = \left(m - \frac{I}{R^2}\right)\frac{g}{2}}$$

Cuerpo A



$$\begin{cases} f_A + f_A' = m\frac{2r}{r+R}g \\ f_A'R - f_A r = I.\frac{2g}{r+R} \end{cases}$$

$f_A + f_A' = m\frac{2r}{r+R}g$

$f_A'\frac{R}{r} - f_A = \frac{I}{r}\,\frac{2g}{r+R}$

$\left(1 + \frac{R}{r}\right)f_A' = \frac{2g}{r+R}\left(mr + \frac{I}{r}\right)$

$f_A' = \frac{\frac{2g}{r+R}\left(mr + \frac{I}{r}\right)}{1 + \frac{R}{r}}$ un asco ...