

Guía de Problemas  
de

# **F Í S I C A I**

## **CUATRIMESTRAL**

Para todas las carreras de Ingeniería

### **CUERPO DOCENTE:**

*SENDRA Maximiliano*  
*PICHEL Ana*  
*ROMERO Diego*  
*OTHEGUY Fabricio*  
*FRANCISCO Diego*  
*PIACENTINI Gustavo*  
*GALLEGO Jorge*  
*GIULIANI Leandro*  
*QUINTANA, Juan Pablo*  
*PRUDKIN SILVA Cecilia*  
*BEVILACQUA Alejandro*

**2019**

**PROGRAMA ANALÍTICO. CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS:****Introducción – MEDICIONES FÍSICAS**

El método experimental. Magnitudes fundamentales y derivadas. Unidades. Sistema Internacional (S.I.) SI.ME.LA. Mediciones directas e indirectas. Indeterminaciones. Intervalo de indeterminación. Errores sistemáticos y fortuitos. Valor representativo e incertidumbre. Incertidumbre absoluta, relativa y porcentual. Incertidumbre expandida. Propagación de incertidumbres. Ejemplos y problemas de aplicación. Regresión lineal

**Unidad 1 – CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA**

Movimiento en una dimensión. Sistema de referencia. Posición, movimiento, trayectoria. Desplazamiento. Velocidad y aceleración media e instantánea. Rapidez media e instantánea. Movimiento rectilíneo uniforme y uniformemente variado, ecuaciones horarias. Gráficos  $x(t)$ ,  $v(t)$  y  $a(t)$ . Tiro vertical y caída libre. Movimiento en dos dimensiones. Vectores posición, desplazamiento, velocidad y aceleración. Componentes intrínsecas de la aceleración. Movimiento Relativo. Movimientos parabólicos. Movimiento circular uniforme y uniformemente variado. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 2 – DINÁMICA DE LA PARTÍCULA**

Las tres leyes de la dinámica: Primera ley de Newton. Masa: Segunda ley de Newton. Tercera ley de Newton. Unidades. Ley de Gravitación Universal, peso y masa gravitacional. Impulso. Cantidad de movimiento. Equivalencia entre impulso y cantidad de movimiento. Principio de conservación de la cantidad de movimiento. Fuerzas de fricción. Trabajo y energía: Trabajo, Energía potencial, energía cinética. Teorema del trabajo y la energía cinética. Fuerzas conservativas. Conservación de la energía de una partícula. Trabajo de las fuerzas no conservativas. Integrales de movimiento. Potencia. Rendimiento. Unidades. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 3 – DINÁMICA DEL SISTEMA DE PARTÍCULAS**

Momento lineal. Conservación del momento lineal. Centro de masa. Movimiento del centro de masa. Impulso y momento lineal. Momento angular de un sistema de partículas. Momento de inercia. Conservación del momento angular. Energía cinética. Relación entre el trabajo y la energía cinética. Conservación de la energía. Choques en una dimensión. Choques en dos dimensiones. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 4 – CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO**

Movimientos elementales de un sólido. Movimiento de rotación uniforme y acelerado alrededor de un eje fijo. Rotación y traslación simultáneas. Eje instantáneo de rotación. Rodadura. Condición de rodadura. Fricción en la rodadura. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 5 – DINÁMICA DEL RÍGIDO**

Ecuaciones generales de la dinámica del sólido rígido. Momento angular del cuerpo rígido. Momento de inercia de un rígido con respecto a un eje. Teorema de Steiner. Radio de giro. Conservación del momento angular. Giroscopio: precesión y nutación. Energía cinética de rotación. Trabajo realizado por una cupla. Teorema del trabajo y la energía cinética para un sólido en rototranslación. Conservación de la energía mecánica en un sólido. Potencia desarrollada por una cupla. Rotación en sistemas no inerciales: fuerza centrífuga y fuerza de Coriolis. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 6 – ESTÁTICA Y ELASTICIDAD**

Condiciones de equilibrio de una partícula. Condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido. Centro de gravedad. Tracción y compresión. Módulo de Young. Corte y torsión. Módulo de elasticidad transversal. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 7 – FLUIDOS**

Hidrostatica. Nociones generales. Fluidos perfectos. Presión. Densidad. Variación de la presión en un fluido en reposo. Principio de Pascal. Principio de Arquímedes, flotación. Presión atmosférica. Hidrodinámica. Líneas de corriente y ecuación de continuidad. Ecuación de Bernoulli. Viscosidad. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 8 – MOVIMIENTO OSCILATORIO**

Estudio de un movimiento oscilatorio armónico simple (M.A.S.). Oscilador armónico. Oscilaciones compuestas: de igual dirección y ortogonales. Oscilaciones amortiguadas. Movimiento armónico forzado, resonancia. Energía de una partícula con M.A.S.. Péndulo simple. Péndulo físico. Péndulo de torsión. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 9 – ONDAS MECÁNICAS**

Clasificación. Expresión analítica de una onda. Ecuación del rayo de una onda armónica plan y una esférica. Sonido. Características: Altura, intensidad, timbre, nivel de intensidad: el decibel. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 10 – CALOR**

Equilibrio térmico: Concepto de temperatura. Escalas termométricas. Dilatación de sólidos y líquidos. Calorimetría: cantidad de calor, capacidad calorífica, calor específico. Unidades. Cambio de estado: calor latente de fusión y de vaporización. Influencia de la presión en los cambios de estado. Ejemplos y problemas de aplicación.

**Unidad 11 – TRANSMISIÓN DE CALOR**

Transmisión del calor: Conducción, convección y radiación. Características de cada forma. Expresiones para cada régimen. Conducción en paredes planas simples y compuestas. Conducción en paredes cilíndricas.

**BIBLIOGRAFIA:**

- RESNICK Halliday – HALLIDAY David – KRANE Kenneth S., *Física volumen I y II*, México, C.E.C.S.A., **1997**.
- SERWAY Raymond A., *Física tomo I y II*, México, McGraw – Hill, **1998**.
- ALONSO Marcelo - FINN Edward J. *Física volumen I: Mecánica*, México, Addison-Wesley Iberoamericana, **1988**.
- ALONSO Marcelo - FINN Edward J. *Física volumen II: Campos y Ondas*, México, Addison-Wesley Iberoamericana, **1988**.
- FISHBANE Paul M. – GASIROWICZ Stephen – THORNTON Stephen T., *Física para ciencias e ingeniería, volumen I y II*, México, Prentice Hall, **1993**.
- FEYNMAN Richard y otros, *Física volumen I: Mecánica, radiación y calor*, Estados Unidos, Addison-Wesley Iberoamericana, **1987**.
- BUECHE Frederick, *Física para estudiantes de ciencias e ingeniería volumen I y II*. McGraw - Hill.
- SEARS Francis W.- ZEMANSKY Mark W.-YOUNG Hugh D., *Física Universitaria*, Estados Unidos, Addison-Wesley Iberoamericana, **1988**.
- TIPLER Paul A. *Física, volumen I y II*, Barcelona, Reverte, **1999**.
- ROEDERER Juan G., *Mecánica Elemental*, Buenos Aires, EUDEBA, **1986**.
- BÚJOTSEV B. B. Y otros, *Problemas seleccionados de física elemental*, URSS, Mir, **1979**.
- Guía de ejercicios seleccionados por los docentes de la Cátedra e impresos por el Centro de Estudiantes, **2010**.

**Se transcribe a continuación, la parte del reglamento de la asignatura que se refiere a exámenes y promoción**

**Exámenes parciales.** Serán escritos y presenciales. donde se solicita al alumno:

Resolver un grupo de problemas físicos de solución única, con resultados numéricos, que requieren la correcta aplicación de procedimientos y de conocimiento de la teoría.

Resolver un grupo de problemas físicos de solución única, con resultados no numéricos, que requieren la formulación y elección de hipótesis, así como la interrelación de variables.

Enunciar e interpretar leyes, principios, enunciados o teoremas de la Física I, citando ejemplos de aplicación.

**Examen final.** Estará integrado por dos tramos, escrito y oral respectivamente:

**Escrito:** se le presentan al alumno, para su solución, un grupo de problemas físicos, que requieren el adecuado uso de procedimientos y pueden demandar, para su solución, la formulación y elección de hipótesis, así como la interrelación de variables.

**Oral:** se evaluará al alumno acerca del enunciado e interpretación de leyes, principios o teoremas de la Física I, citando ejemplos de aplicación. Aunque en esta fase del examen el alumno deberá mostrar adecuado uso del lenguaje oral, se evaluará, además, su disposición en el uso de esquemas y modelos, gráficos, deducciones escritas y, en general, la adecuada integración de las herramientas matemáticas a la física.

**Régimen de promoción****Asistencia a clases:**

Se requiere una asistencia a clases no inferior al **75%** (setenta y cinco %). El incumplimiento de este requisito coloca al alumno en condición de "ausente".

**Trabajos Prácticos:**

Está previsto según el cronograma 2017, la realización de ocho Trabajos Prácticos en el Laboratorio. Cada uno implica su realización práctica y su correspondiente informe escrito. Es condición necesaria para promocionar o cursar la materia, cumplir con el 100% de los TP's aprobados.

**Promoción.**

La asignatura se aprueba por régimen de promoción por exámenes parciales y recuperatorio. La asignatura se entenderá "aprobada" por el alumno cuando se aprueben todos los exámenes parciales (en primera instancia o por recuperatorio).

La calificación final necesaria para que la asignatura resulte "aprobada" será superior o igual a **7** (siete) puntos en cada examen. No puede usarse el promedio de los exámenes parciales rendidos y aprobados.

**Régimen de exámenes parciales:**

**Número de Parciales.** En cada división se tomarán dos exámenes parciales y un recuperatorio, en fechas a establecer por la Jefatura de Cátedra. La calificación asignada al examen recuperatorio, cualquiera sea el resultado, anula y reemplaza, a todos los efectos, a la obtenida en el examen parcial que se recupera, y se consignará como calificación definitiva del respectivo parcial.

**Condiciones previas.** Será condición para rendir cada examen parcial (o su recuperatorio) que el alumno tenga aprobados los Trabajos Prácticos correspondientes a los temas evaluados.

**Calificación.** Un examen parcial o recuperatorio se entenderá "aprobado" cuando la calificación asignada, en una escala de **0** a **10** puntos, resulte igual o superior a **7** (siete) puntos. El examen parcial o recuperatorio calificado con **4** (cuatro), **5** (cinco) o **6** (seis) puntos se en-

tenderá "desaprobado". El examen parcial o recuperatorio que sea calificado con **3** (tres) o menos puntos se entenderá "aplazado".

La asignatura resultará "aprobada" por el alumno, cuando apruebe todos los exámenes parciales (en primera instancia o por recuperatorio). La calificación final se calculará como promedio de los exámenes aprobados.

El examen parcial calificado con **4** (cuatro), **5** (cinco) o **6** (seis) puntos se entenderá "desaprobado" y podrá ser recuperado.

La asignatura resultará "cursada" por el alumno, cuando en ambos exámenes parciales obtenga **4** (cuatro) o más puntos, y al menos en uno de ellos no alcance a los **7** (siete) puntos.

El examen parcial o su recuperatorio calificado con **3** (tres) o menos puntos, se entenderá "aplazado" y podrá ser recuperado.

El alumno que acumule **2** (dos) aplazos en los exámenes (parciales y/o recuperatorio) resultará "aplazado" en la asignatura y podrá recurrir la misma. La calificación final se calculará como promedio de los exámenes con aplazo.

El alumno que no obtenga calificación alguna en al menos **1** (una) de las instancias de evaluación parcial terminará en la condición de "ausente" en la asignatura.

**CRONOGRAMA de CLASES:**

CLASE N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
SEMANA N°	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14		15		16		
	Fecha desde	1-4	8-4		15-4		22-4		29-4		6-5		13-5		20-5		27-5		3-6		10-6		17-6		24-6		1-7		8-7		15-7		
Fecha hasta	6-4	13-4		20-4		27-4		4-5		11-5		18-5		25-5		1-6		8-6		15-6		22-6		29-6		6-7		13-7		20-7			
Cinemática																																	
1er. Parcial																																	
2do. Parcial																																	
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL																																	
RECUPERATORIO de AMBOS PARCIALES																																	
ENTREGA ACTAS de CURSADA																																	
REALIZACIÓN DE T.P.																																	
TP1 y TP2																																	
TP3 y TP4																																	
TP5 y TP6																																	
TP7 y TP8																																	

**UNIDAD 1 - CINEMÁTICA****VELOCIDAD MEDIA**

1.1 Un tren recorre **200 km** en línea recta; los primeros **100 km** a una velocidad de **80 km/h** y el resto del recorrido a **120 km/h**. ¿Cuál es la velocidad media en todo el trayecto? [Rta.: **96 km/h**]

1.2 Un automóvil, en trayectoria rectilínea, recorre **150 km** a una velocidad de **100 km/h**. Después marcha durante **3 horas** a **80 km/h**; permanece **20 minutos** detenido y por último recorre **100 km** en **50 minutos**. Calcule la velocidad media del recorrido. [Rta.: **86,46 km/h**]

1.3 Un tren recorrió **200 km** en línea recta; la primera mitad del tiempo total marchó a **80 km/h**, y la segunda mitad a **120 km/h**. ¿Cuál fue la velocidad media en todo el trayecto? [Rta.: **100 km/h**]

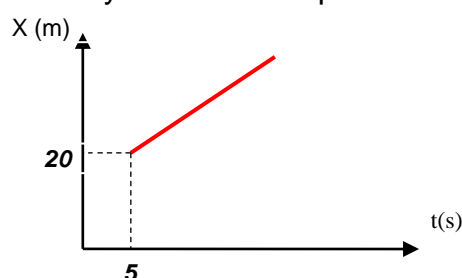
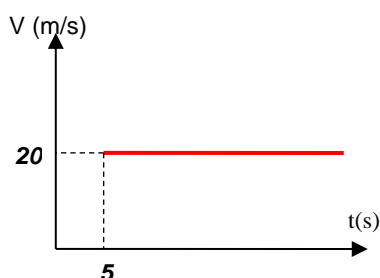
1.4 Una partícula se encuentra en la posición  $x_1 = 700$  cm a tiempo  $t_1 = 0$  s; en  $x_2 = -900$  cm a  $t_2 = 6$  s y en  $x_3 = 300$  cm a  $t_3 = 8$  s. Halle la velocidad media de la partícula durante los intervalos de tiempo: a)  $t_1$  y  $t_2$ , b)  $t_2$  y  $t_3$ ; c)  $t_1$  y  $t_3$ . [Rta.:  $V_{m12} = -266,6$  cm/s ;  $V_{m23} = 600$  cm/s ;  $V_{m13} = -50$  cm/s ]

1.5 Un móvil viaja en línea recta con velocidad media de **1200 cm/s** durante **9 s**, y luego con velocidad media de **480 cm/s** durante **7 s** en el mismo sentido. A) ¿Cuál es el desplazamiento total en el viaje? [Rta.:  $D = 141,6$  m]: b) ¿Cuál es la velocidad media del viaje? [Rta.:  $V_m = 885$  cm/s]

**MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME**

1.6 Una partícula que se mueve con M.R.U. según el eje "x", pasa por el punto  $x = 2$  m con una velocidad  $v = 2$  m/s. Escriba una ecuación horaria que describa el movimiento y trace las gráficas  $x = x(t)$  y  $v = v(t)$ . [  $X(t) = 2 \text{ m} + 2 \text{ m/s} \cdot t$  ]

1.7 Los siguientes gráficos de posición y velocidad representan el movimiento de una partícula. Escriba la ecuación horaria del movimiento y determine la posición de la partícula



**10 segundos** después de haber iniciado el movimiento. [  $X(t) = 20 \text{ m} + 20 \text{ m/s} \cdot (t - 5\text{s})$  ;  $X_{(10\text{seg})} = 220 \text{ m}$  ]

1.8 Pedro sale de su casa y va hasta la casa de Juan, que queda en su misma calle, y se halla a **700m**. Si su velocidad es constante y de **5m/s**: a) ¿Cuánto tarda en llegar a la casa de Juan? [Rta.: **140 s**]: b) Al cabo de **20s** ¿Donde se encuentra respecto de su casa? [ Rta.: a **100 m**]: Esquema  $x-t$  y  $v-t$

1.9 Un automovilista circula por una ruta recta a velocidad constante. Si, en un dado instante, divisa una señal de tránsito a **1000 m** delante de él y **50 s** después esta **500 m** por delante de la señal. Escriba la ecuación de movimiento tomando como referencia la señal de tránsito. ¿Cuanto tarda en pasar frente a la señal después de observarla?. ¿Qué distancia recorrió **25** segundos después de cruzar la señal?. [ Rta.:  $X(t) = -1000\text{m} + 30\text{m/s} \cdot t$ ;  $t = 33,3\text{ s}$ ;  $d = 750\text{ m}$  ]

1.10 Un móvil pasa por un punto A situado a **600m** al Este de un edificio Municipal, **16s** después pasa frente a la comisaría que se encuentra en el punto B, a **1000m** también al Este del edificio Municipal.

a) Calcule la velocidad media del móvil, exprese el resultado en m/s y km/h. [ Rta.:  $V_m = 25\text{ m/s}$ ; **90 km/h** ]

Si mantiene esa velocidad media:

b) ¿Cuál es la posición del móvil respecto del edificio Municipal al cabo de **30s**? [Rta.:  $X = 1350\text{ m}$ ]

c) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la posición de **1570m**? [Rta.:  $t = 38,8\text{ s}$ ]

d) esquematice x-t y v-t para el caso que el movimiento sea uniforme.

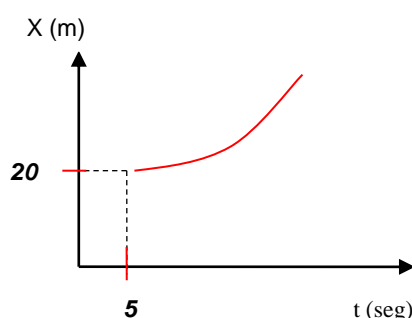
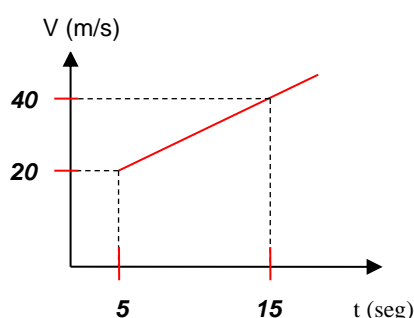
### MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

1.11 Una partícula que se mueve con M.R.U.V. según el eje "x", pasa por el punto  $x = 2\text{ m}$  con una velocidad  $v = 2\text{ m/s}$  y aceleración  $a = 5\text{ m/s}^2$ .

a) Escriba una ecuación horaria que describa el movimiento y trace las gráficas  $x = x(t)$  y  $v = v(t)$  [Rta.:  $X(t) = 2\text{ m} + 2\text{ m/s} \cdot t + 2,5\text{ m/s}^2 \cdot t^2$ ]

b) Ídem (a) pero en el caso en que la aceleración es  $a = -5\text{ m/s}^2$ . [Rta.:  $X(t) = 2\text{ m} + 2\text{ m/s} \cdot t - 2,5\text{ m/s}^2 \cdot t^2$ ]

1.12 Los siguientes gráficos de posición y velocidad representan el movimiento de una partícula. Determine la posición de la partícula **10** segundos después de haber iniciado el movimiento. [Rta.:  $x = 320\text{ m}$ ]



1.13 Un automóvil parte del reposo con aceleración constante de **2 m/s<sup>2</sup>** ¿Qué velocidad adquiere y cuál es su desplazamiento en los primeros **15s**? ¿Qué distancia recorrió cuando su velocidad es de **216 km/h**? [Rta.:  $v_{(15)} = 30\text{ m/s}$ ;  $X_{(15)} = 225\text{ m}$ ;  $X_{(30)} = 900\text{ m}$ ]

1.14 Un móvil con velocidad inicial de **10 m/s** alcanza una velocidad de **72 km/h** después de **40 s**. ¿Cuál es la velocidad media del móvil? [Rta.:  $V_m = 15\text{ m/s}$ ]



**1.15** Un cuerpo parte del reposo y se mueve con aceleración constante de  $a = 8 \text{ m/s}^2$ . Determine la velocidad media entre la partida y el instante  $t = 5 \text{ s}$ . [Rta.:  $V_m = 20 \text{ m/s}$ ]

**1.16** Demuestre que si la aceleración es constante la velocidad media es el promedio entre la velocidad inicial y la final.

**1.17** En un auto que avanza a  $72 \text{ km/h}$  el conductor aplica los frenos y hace disminuir su velocidad a  $18 \text{ km/h}$  en  $t = 5 \text{ s}$  con desaceleración constante. Determine la aceleración y el desplazamiento durante el frenado. [Rta.:  $a = -3 \text{ m/s}^2$ ;  $\Delta x = 62,5 \text{ m}$ ]

**1.18** Un móvil, con aceleración constante, pasa por dos posiciones **A** y **B** distanciadas  $300 \text{ m}$  con velocidad  $v_A = 30 \text{ m/s}$  y  $v_B = 50 \text{ m/s}$ . Determine su velocidad  $20 \text{ s}$  después que pasa por la posición **A**. [Rta.:  $V = 83,3 \text{ m/s}$ ]

**1.19** Un automóvil parte del reposo con aceleración constante sobre una línea recta. Entre el cuarto y el octavo segundo sufre un desplazamiento  $\Delta x = 48 \text{ m}$ . Calcule:

- La aceleración del movimiento. [Rta.:  $a = 2 \text{ m/s}^2$ ]
- La distancia recorrida en los primeros  $8 \text{ s}$ . [Rta.:  $X_{(8)} = 64 \text{ m}$ ]

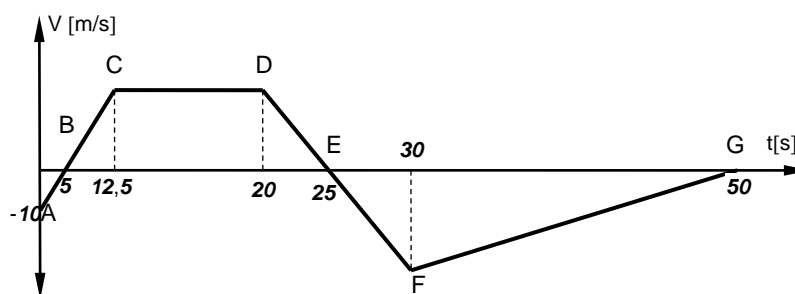
**1.20** Un tren parte del reposo desde un punto **A** con una aceleración de  $0,25 \text{ m/s}^2$  hasta llegar a la velocidad de  $90 \text{ km/h}$ . Se mantiene un trecho a esa velocidad, y luego frena uniformemente hasta detenerse con una aceleración de  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Si el desplazamiento total es de  $10 \text{ km}$ , calcule la duración total del viaje. Esquematice gráficos  $x-t$  y  $v-t$ . [Rta.:  $t = 475 \text{ s}$ ]

**1.21** Un auto viaja por una ruta a  $20 \text{ m/s}$ , un perro se cruza a  $50 \text{ m}$ , por delante.

- ¿cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene? [Rta.: opuestos]
- ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?; [Rta.:  $a = -4 \text{ m/s}^2$ ]
- Ídem que (b) teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es  $0,5 \text{ s}$ . [Rta.:  $a = -5 \text{ m/s}^2$ ]
- Muestre la situación calculada en (b) y (c) en un gráfico posición vs tiempo.

**1.22** En el gráfico de velocidad en función del tiempo, indique:

- El tipo de movimiento que representa cada tramo.

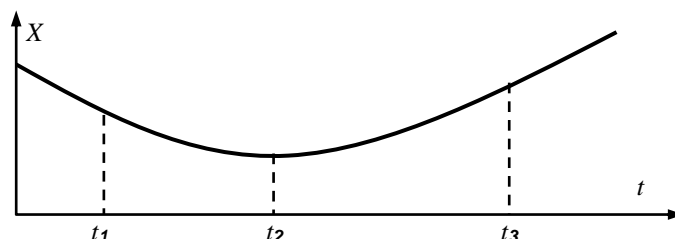


[Rta.: MRUV en BC y EF acelerado, en AB, DE y FG desacelerado. MRU en CD]

- El desplazamiento del móvil en el lapso  $t = 0$  y  $t_6 = 50 \text{ s}$ . [Rta.:  $-6,25 \text{ m}$ ]
- Realice un gráfico cualitativo del desplazamiento en función del tiempo.

d) Realice un gráfico cualitativo de la aceleración en función del tiempo.

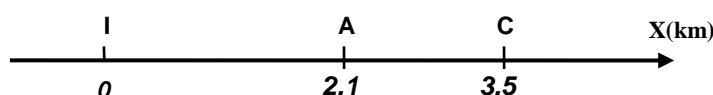
1.23 La figura muestra la gráfica de  $x = f(t)$  para un determinado cuerpo. ¿Cuáles son los



signos algebraicos para velocidad y la aceleración en los instantes  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ? [Rta.:  $V_{(t1)} < 0$ ;  $V_{(t2)} = 0$ ;  $V_{(t3)} > 0$  y  $a > 0$  para todo tiempo]

### ENCUENTRO (1)

1.24 Alfredo sale de su casa (A) con una velocidad constante de **5m/s** hacia la casa de Isabel (I). En el mismo instante Isabel se dirige hacia la casa de Alfredo en bicicleta con una



velocidad constante de **10m/s**. Si ambas casas se encuentran separadas **2,1km** en línea recta:

a) ¿Cuál es la posición e instante de encuentro de ambos medidos desde la casa de Isabel? [ Rta.:  $x_e = 1400$  m ;  $t_e = 140$  s]

b) Si Carlos (C) que vive a **1,4km** de la casa de Alfredo (ver dibujo), sale en el mismo instante que ambos y va en auto, ¿Cuál debe ser su velocidad en km/h para que se encuentre con Isabel y Alfredo al mismo tiempo? [Rta.:  $V_c = -54$  km/h]

c) Realice los gráficos  $x-t$  y  $v-t$

1.25 Una cuadrilla de empleados de ferrocarril va en una zorra con velocidad constante de **4m/s**. En un determinado instante están a **200 m** de la estación y se alejan de ella. Si **5s** más tarde pasa por la estación, por una vía paralela, un tren con una velocidad constante de **72 km/h** ¿En qué instante y en qué posición respecto de la estación el tren alcanza a la zorra? Realice esquema  $x-t$  y  $v-t$ . [ Rta.:  $t_e = 18,75$  s ;  $X_e = 275$  m]

1.26 Dos móviles parten simultáneamente y con el mismo sentido, desde el extremo de un trayecto rectilíneo. Uno con velocidad constante de  $v_1 = 100$  m/s, y el otro desde el reposo con aceleración constante de  $a_2 = 2$  m/s<sup>2</sup>. Determine el instante y la posición de encuentro. [Rta.:  $t_e = 100$  s ;  $X_e = 10000$  m]

1.27 Un móvil parte desde el reposo de A hacia la derecha con aceleración  $a = 1$  m/s<sup>2</sup>. A los **15s** pasa por el mismo punto otro móvil a velocidad constante  $v = 30$  m/s. Calcule el instante y la posición de encuentro, tomando como referencia el punto A. [Rta.:  $t_e = 30$  s;  $X_A = 450$  m]

1.28 Dos móviles A y B parten simultáneamente, en sentidos opuestos, desde los extremos de una trayectoria rectilínea de **1km** de longitud. El A con velocidad constante  $v_A = 30$  m/s y el B con velocidad inicial nula y aceleración constante de **2 m/s<sup>2</sup>**. ¿Cuál será el tiempo empleado y el desplazamiento realizado por cada móvil cuando se produce el encuentro? [Rta.:  $t_e = 20$  s;  $\Delta x_A = 600$  m;  $\Delta x_B = -400$  m].

**MOVIMIENTO RELATIVO**

**1.29** Una mujer y su hijo viajan en tren sentados en el último asiento. El niño se para y empieza a correr por el pasillo del vagón con una velocidad de **1 m/s**. Si la velocidad del tren es de **3 m/s**,

- a) ¿Cuál es la velocidad del niño con respecto a su madre y con respecto a un observador que está fuera del tren? [Rta.:  $V_{\text{madre}} = 1 \text{ m/s}$  ;  $V_{\text{obs}} = 4 \text{ m/s}$ ]
- b) Si el niño corre durante **10 segundos** ¿qué distancia se separó de su madre? [Rta.:  $d = 10 \text{ m}$ ]
- c) ¿Cuánto tarda en regresar con su madre si vuelve con la misma rapidez? [Rta.:  $t = 10 \text{ s}$ ]

**1.30** Un camión con velocidad  $V_C = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i}$  y un automóvil con velocidad  $V_A = -120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i}$  circulan por un camino recto en carriles paralelos. ¿Cuál es la velocidad relativa, a) del camión con respecto al auto? b) ¿la del auto con respecto al camión? c) ¿Cómo cambian las velocidades relativas después que se cruzan? [Rta.: a)  $V_{AC} = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i}$  b)  $V_{CA} = -200 \frac{\text{km}}{\text{h}} \hat{i}$  c) las velocidades relativas no cambian]

**1.31** Un furgón plano de ferrocarril viaja hacia la derecha con velocidad constante de **13 m/s**, si sobre el furgón alguien se mueve sobre una bicicleta ¿Qué velocidad tiene la bicicleta relativa al furgón si su velocidad relativa a un observador en tierra es de a) **18 m/s**, b) **-5 m/s**, c) **cero**. [Rta.: a)  $V = 5 \text{ m/s}$  b)  $V = -18 \text{ m/s}$  ; c)  $V = -13 \text{ m/s}$ ]

**TIRO VERTICAL**

**1.32** Un proyectil es arrojado verticalmente hacia arriba con velocidad de **245 m/s**, y llega al suelo **50 s** después de ser lanzado. Determine la altura máxima y la velocidad con que llega al suelo. Calcule la velocidad cuando pasa por una altura de **1000 m**. [Rta.:  $h_{\text{max}} = 3062,5 \text{ m}$  ;  $V_F = -245 \text{ m/s}$ ; velocidad a los mil metros:  $V_{\text{asc}} = 201 \text{ m/s}$   $V_{\text{desc}} = -201 \text{ m/s}$  ]

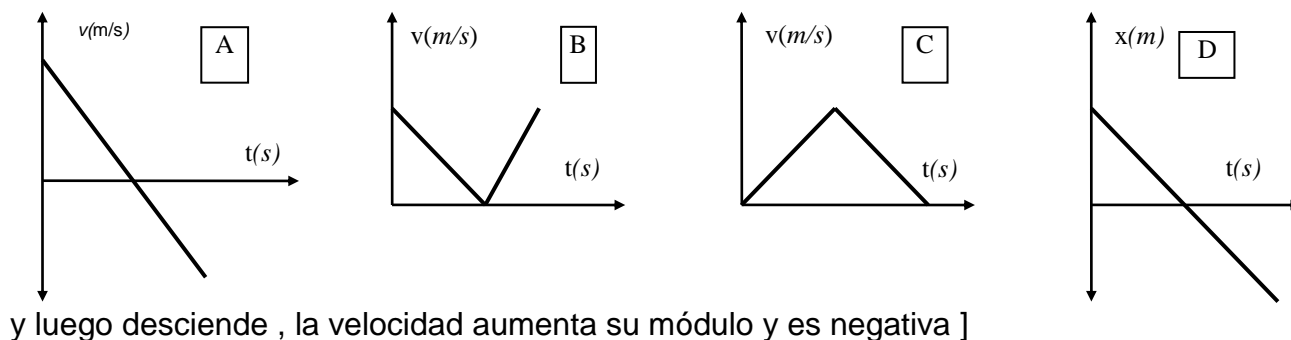
**1.33** Un proyectil es arrojado verticalmente hacia arriba con velocidad de  **$V_0 \text{ m/s}$**  desde una altura de  **$H$**  metros, y llega al suelo a un tiempo  **$t_1$**  segundos después de ser lanzado. Determine: la altura máxima, el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima y la velocidad con que llega al suelo. [Rta.:  $h_{\text{max}} = H + \frac{V_0^2}{2g}$  ;  $t_{\text{hmax}} = \frac{V_0}{g}$  ;  $V_F = V_0 - gt_1$ ]

**1.34** Un proyectil es lanzado verticalmente hacia arriba desde el piso y alcanza los **300 m** de altura cuando su velocidad es de **15 m/s**. Determine

- a) La velocidad inicial. [Rta.:  $V_i = 78,1 \text{ m/s}$ ]
- b) La altura máxima alcanzada. [Rta.:  $h_{\text{max}} = 311,44 \text{ m}$ ]
- c) El tiempo de vuelo. [Rta.:  $t_v = 15,94 \text{ s}$ ]

**1.35** Un globo aerostático asciende con una velocidad de **20 m/s**, cuando esta a **1000 m** de altura uno de los pesos de lastre se suelta y cae. Describa el movimiento del lastre y calcule el tiempo de caída. [Rta.: es un tiro vertical  $t_c = 16,47$  s]

**1.36** Indique cuál de los cuatro gráficos corresponde a la representación de un tiro vertical. Justifique la respuesta. [Rta.: A : La velocidad inicial es positiva y disminuye mientras el cuerpo asciende, el cuerpo asciende hasta la altura máxima en donde la velocidad es nula



## CAIDA LIBRE

**1.37** Un cuerpo cae libremente en el vacío desde una altura  **$h=49\text{m}$**  sobre la superficie terrestre. Adopte un eje vertical con origen en la superficie terrestre y sentido positivo hacia arriba y calcule:

- El tiempo de caída. [Rta.:  $t_c = 3,16$  s]
- La velocidad final. [Rta.:  $V_F = -30,96$  m/s]
- La velocidad cuando pasa por la posición **20 m**. [Rta.:  $V = -23,84$  m/s]
- La velocidad después de caer **20 m**. [Rta.:  $V = -19,80$  m/s]
- Realice los gráficos de posición y velocidad en función del tiempo.

**1.38** Un cuerpo en caída libre recorre durante el último segundo, antes de llegar al suelo, una distancia de **40 m**. Adopte un eje vertical con origen en la superficie terrestre y sentido positivo hacia arriba y calcule:

- El tiempo total empleado para llegar al suelo. [Rta.:  $t = 4,58$  s]
- La altura de caída. [Rta.:  $H = 102,85$  m]
- La velocidad final. [Rta.:  $V_F = -44,88$  m/s]

## ENCUENTRO (2)

**1.39** Dos cuerpos son lanzados verticalmente hacia arriba con velocidades iguales a  **$V_0 = 20\text{m/s}$**  con un intervalo de **dos** segundos entre ambos. Calcule a que altura se cruzan y cuáles son sus velocidades en ese instante. Determine las soluciones gráficas mediante los respectivos diagramas  $h-t$  y  $v-t$ . [ Rta.:  $h_e = 15,5$  m;  $V_1 = -9,8$  m/s<sup>2</sup> ;  $V_2 = 9,8$  m/s<sup>2</sup> ]

**1.40** Un cuerpo se lanza desde el suelo hacia arriba con una cierta velocidad de **200 m/s**. Dos segundos después se deja caer desde una altura de **1820 m**, sobre la misma vertical, el otro cuerpo. ¿Cuánto tiempo tarda en producirse el encuentro y a que altura del suelo ocurre? Grafique  $x-t$ . [Rta.:  $t_e = 10$  s;  $X_e = 1510$  m ]

**1.41** Un cuerpo cae libremente desde **100 m** de altura y simultáneamente, sobre la misma vertical, se lanza desde el suelo hacia arriba, otro cuerpo que se cruza con el anterior a **80,4 m** de altura. ¿Cuál debe ser la velocidad con que fue lanzado el segundo cuerpo? Esquematice diagramas h-t y v-t. [Rta.:  $V = 49,5 \text{ m/s}$ ]

### TIRO OBLICUO

**1.42** Un proyectil se dispara en el vacío bajo un ángulo  $\alpha = 30^\circ$ , con velocidad inicial de **100 m/s**. Determine

- a) Alcance. [Rta.: **883,7 m**]
- b) Máxima altura alcanzada. [Rta.: **127,5 m**]
- c) Tiempo de vuelo. [Rta.: **10,2 s**]
- d) La velocidad al llegar al piso. [Rta.: **100 m/s**]
- e) Ecuación de la trayectoria. [Rta.:  $Y(x) = 0,57x - 6,53 \cdot 10^{-4} x^2$ ]

**1.43** Calcule la velocidad inicial y el ángulo  $\alpha$  de tiro de un proyectil, cuyo alcance es **100 m** y su máxima altura es **100 m**. [Rta.:  $V_i = 45,7 \text{ m/s}$  ;  $\alpha = 76^\circ$  ]

**1.44** Desde una terraza se arroja una piedra hacia arriba con un ángulo de **37°** y una velocidad de **20 m/s**. La piedra choca contra el pavimento a una distancia de **64 m** medidos desde el pie de la vertical de la terraza. Calcule la altura de la terraza. [Rta.:  $h_t = 30,4 \text{ m}$ ]

**1.45** Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de **75 cm** de altura cae, tocando el suelo en un punto situado a una distancia horizontal de **150 cm** del borde. Hállense:

- a) El tiempo de caída. [Rta.:  $t_c = 0,39 \text{ s}$ ]
- b) La velocidad de la bola en el momento de abandonar la mesa. [  $V = 3,84 \text{ m/s}$ ]
- c) El valor y dirección de la velocidad de la bola justamente antes de llegar al suelo. [Rta.:  $V = 5,41 \text{ m/s}$   $\alpha = 315^\circ 8' 58''$ ]
- d) Las aceleraciones intrínsecas cuando la bola está a **30 cm** de altura. [Rta.:  $a_N = 7,74 \text{ m/s}^2$   $a_t = 5,99 \text{ m/s}^2$  ]

**1.46** Un proyectil se lanza con una velocidad de  $V_0$  formando un ángulo  $\alpha = 60^\circ$  con la horizontal. Si **1000 m** por delante y a **300 m** de altura se ubica un blanco, ¿cuál debe ser la velocidad inicial para acertar?. [  $V_0 = 117 \text{ m/s}$  ]

**1.47** Desde la terraza de un edificio de **50 m** de altura se arroja una piedra con un ángulo inicial de **45°**, hacia la terraza de otro edificio de altura **48 m** y separado **10 m** del primero. Calcule la velocidad inicial de la piedra, la velocidad un instante antes de llegar a la terraza y las componentes intrínsecas de la aceleración en ese instante. [Rta.:  $V_0 = 9,04 \text{ m/s}$  ;  $V_f = 11 \text{ m/s}$  ;  $a_n = 5,65 \text{ m/s}$   $a_t = 8 \text{ m/s}$ ]

**1.48** Un avión bombardero de la Fuerza Aérea Nuestra divisa, a **20 km** de distancia, una barcaza de guerra de la Armada de Los Ellos que se aleja del avión con una velocidad de **100 km/h**. Si la velocidad del avión es de **2000 km/h**, a que distancia de la barcaza, debe lanzar el proyectil para hacer impacto si el avión vuela a una altura de **1000 m**. [Rta.: **7,54 km**]

**MOVIMIENTO RECTILÍNEO CON ACELERACIÓN VARIABLE**

1.49 Una partícula se desplaza a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación  $X(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 5$ , donde  $t$  en segundos y  $x$  en metros.

a) Halle los intervalos de tiempo donde la partícula se mueve en sentido positivo o negativo del eje  $x$ . [Rta.:  $-x$  si  $t \in (0, 3 \text{ s})$ ;  $+x$  si  $t > 3 \text{ s}$ ]

b) Determine los intervalos de tiempo en los cuales el movimiento es acelerado o desacelerado. [Rta.: acelerado si  $0 < t < 1 \text{ s}$  y  $3 \text{ s} < t$  y desacelerado si  $1 < t < 3$ ]

1.50 Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación

$$X(t) = -kt^3 + bt^2, \text{ con } k \text{ y } b \text{ constantes } \geq 0.$$

a) Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y gráfíquelas. [Rta.:  $V(t) = -3kt^2 + 2bt$ ,  $a(t) = -6kt + 2b$ ]

b) Halle el instante de tiempo, y la correspondiente posición, en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula. [Rta.:  $t = \frac{2b}{3k}$ ,  $X = \frac{4b^3}{27k^2}$ ]

c) Describa cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado. [Rta.: acelerado si  $t < \frac{b}{3k}$  y

$$t > \frac{2b}{3k} \text{ y es desacelerado si } \frac{b}{3k} < t < \frac{2b}{3k}]$$

1.51 Un cuerpo parte del reposo, moviéndose en línea recta, con una aceleración  $a = bt$ , ( $b > 0$ ) que corresponde a un arranque suave del cuerpo. Halle la expresión de la velocidad y la posición en función del tiempo y gráfíquelas. [Rta.:  $X(t) = \frac{1}{6}bt^3$ ,  $V(t) = \frac{1}{2}bt^2$ ]

1.52 Un móvil se mueve rectilíneamente con velocidad de **2 m/s** durante **3 min**, luego aplica una aceleración constante de **0,2 m/s<sup>2</sup>**. Halle las ecuaciones horarias para la velocidad y la posición. Grafique  $V=V(t)$  y  $X=X(t)$ . [Rta.:

$$V(t) = \begin{cases} 2 \frac{m}{s} & \text{si } 0 < t < 180s \\ 2 \frac{m}{s} + 0,2 \frac{m}{s^2}(t - 180s) & \text{si } t > 180s \end{cases} \text{ y } X(t) = \begin{cases} 2 \frac{m}{s}t & \text{si } 0 < t < 180s \\ 360m + 2 \frac{m}{s}(t - 180s) + 0,1 \frac{m}{s}(t - 180s)^2 & \text{si } t > 180s \end{cases}$$

**MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**

1.53 Calcule la velocidad angular de un automóvil que toma una curva de **8 m** de radio a una velocidad de **45 km/h**. [Rta.: **1,56 s<sup>-1</sup>**]

1.54 Un volante de **3m** de diámetro esta girando a **120 r.p.m**. Calcule:

a) Su velocidad angular y periodo. [Rta.:  $\omega = 4\pi \text{ s}^{-1}$   $T = 0,5 \text{ s}$ ]

b) La velocidad tangencial de un punto del borde. [Rta.:  $V_t = 18,8 \text{ m/s}$ ]

c) La aceleración centrípeta. [Rta.:  $a_c = 236,8 \text{ m/s}^2$ ]

d) La cantidad de vueltas durante un tiempo de **20** segundos. [Rta.: **40** vueltas]

**1.55** ¿Cuánto tardan las agujas que indican respectivamente la hora y los minutos de un reloj, a partir de las cero horas, en formar por primera vez un ángulo entre ellas de  $\pi/2$  radianes? [Rta.:  $\Delta t = 981,81$  s]

### MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO

**1.56** Un motor gira y aumenta su frecuencia desde **100 r.p.m.** hasta **1200 r.p.m.** en **10.0** segundos. Calcule:

- a) La aceleración angular. [Rta.:  $\alpha = 11,51 \text{ s}^{-2}$ ]
- b) El número de vueltas en ese intervalo. [Rta.:  $N = 108$  vueltas]
- c) Hacer un gráfico cualitativo de los vectores velocidad tangencial, aceleración tangencial y aceleración normal.
- d) Hacer un gráfico cualitativo de los vectores velocidad angular y aceleración angular

**1.57** Un volante que gira a razón de **1500 r.p.m.** se detiene en **150 vueltas** ¿Cuánto demorará para ello si el movimiento es uniformemente decelerado? [Rta.:  $t = 12$  s]

**1.58** Una rueda que gira a razón de **6.28 rad/s** incrementa uniformemente su velocidad con una aceleración de **1.57 rad/s<sup>2</sup>**, en un tiempo de **16 s**. Calcule:

- a) La velocidad angular final. [Rta.:  $\omega = 31,4 \text{ s}^{-1}$ ]
- b) El número de vueltas en ese tiempo. [Rta.:  $N = 48$  vueltas]
- c) La velocidad tangencial en un punto situado a **40 cm** del eje de giro. [Rta.:  $V_t = 12,56 \text{ m/s}$ ]

**1.59** Un volante de diámetro **2,4 m** tiene una frecuencia que decrece uniformemente de **100 r.p.m.** a cero en **4.0 s**. Halle las aceleraciones normal y tangencial de un punto de la periferia para  $t_1 = 2,0$  s. y para  $t_2 = 3,0$  s. Realice un gráfico cualitativo de los vectores velocidad tangencial, aceleración tangencial, aceleración normal, velocidad angular y aceleración angular. [Rta: para  $t_1$   $a_t = -3,14 \text{ m/s}^2$ ,  $a_n = 33 \text{ m/s}^2$  para  $t_2$   $a_t = -3,14 \text{ m/s}^2$ ,  $a_n = 8,22 \text{ m/s}^2$ ]

### MOVIMIENTO CIRCULAR CON ACELERACIÓN VARIABLE

**1.60** Una calesita, inicialmente en reposo, inicia su movimiento con una aceleración angular  $\alpha = 0,5t$  y después de **4** segundos alcanza una velocidad angular constante  $\omega = 4 \text{ s}^{-1}$ . Escriba la ecuación horaria de la posición angular y calcule la cantidad de vueltas realizadas a los **4 s** y a los **20 s**. [Rta.:  $\theta(t) = \frac{1}{12}t^3$ ;  $N_{(4s)} = 0,85$  vueltas;  $N_{(20s)} = 106$  vueltas]

**1.61** Un volante gira con  $\alpha = bt$  ( $b > 0$ ) correspondiente a un arranque suave. Calcule y grafique  $\theta = \theta(t)$ ,  $\omega = \omega(t)$ . [Rta.:  $\theta(t) = \frac{1}{6}bt^3$ ,  $\omega(t) = \frac{1}{2}bt^2$ ]

**UNIDAD 2 - DINÁMICA DE LA PARTÍCULA**

2.1 Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique: a) la masa y el peso de un mismo cuerpo se pueden expresar con la misma cantidad y distintas unidades; b) la masa es una propiedad independiente del lugar donde se la mide y el peso resulta sólo de la atracción gravitatoria; c) la masa de un cuerpo sufre los mismos cambios observados en el peso al trasladarlo desde el ecuador a un polo terrestre.

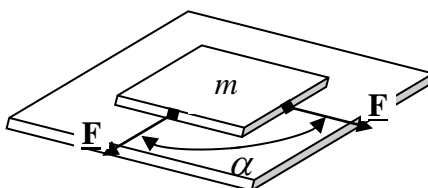
2.2 Un cuerpo de **2 kg** cuelga en reposo de una cuerda sujeta al techo. a) Dibuje un diagrama mostrando las fuerzas que actúan sobre el cuerpo e indique cada uno de los pares acción - reacción. b) Realice lo mismo con las fuerzas que actúan sobre la cuerda.

2.3 Realice un diagrama de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo para los siguientes casos: a) un cuerpo es lanzado al vacío formando un ángulo con la horizontal; b) un cuerpo desliza por un plano inclinado sin rozamiento. Para cada una de las fuerzas de los diagramas, indique la fuerza de reacción

2.4 Si sobre un cuerpo actúa una sola fuerza; ¿puede decirse en qué dirección se moverá dicho cuerpo a partir de esa sola información?

2.5 Una fuerza determinada aplicada a una masa  **$m_1$**  le proporciona una aceleración de  **$2 \text{ m/s}^2$** . La misma fuerza aplicada a  **$m_2$**  le proporciona una aceleración de  **$3 \text{ m/s}^2$** . Si se unen las dos masas y se le aplica la misma fuerza a la combinación calcule la aceleración resultante. [Rta.:  $a = 1,2 \text{ m/s}^2$ ]

2.6 Una fuerza  **$F$**  produce una aceleración de  **$5 \text{ m/s}^2$**  cuando actúa sobre un cuerpo de masa  **$m$** . Calcule la aceleración del mismo objeto cuando se ve sometido a las fuerzas que



se muestran en la figura, para los siguientes casos: a)  $\alpha = 90^\circ$ . b)  $\alpha = 45^\circ$ . [Rta.: a)  $a_{90^\circ} = 7,1 \text{ m/s}^2$ ; b)  $a_{45^\circ} = 9,2 \text{ m/s}^2$ ]

2.7 En un ascensor cargado con peso total  **$P_T$**  (el ascensor más la carga), calcule el esfuerzo  **$T$**  en los cables cuando el ascensor: a) Permanece en reposo; b) Acelera hacia arriba desde el reposo; c) Baja con velocidad constante; d) Acelera hacia abajo desde el reposo. [Rta.: a)  $T = P_T$ ; b)  $T > P_T$ ; c)  $T = P_T$ ; d)  $T < P_T$ ]

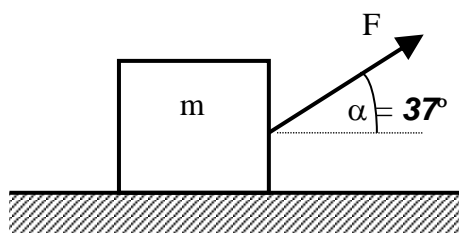
2.8 Matías se encuentra sobre una balanza situada en un ascensor que sube con aceleración  **$a$** . La escala de la balanza marca  **$960 \text{ N}$** . Matías alza una caja de  **$20 \text{ kg}$**  y entonces la escala marca  **$1200 \text{ N}$** . Calcule la masa de Matías, su peso y la aceleración del ascensor.

[Rta.:  $m = 80 \text{ kg}$ ,  $P = 784 \text{ N}$ ,  $a = 2,2 \text{ m/s}^2$ ]



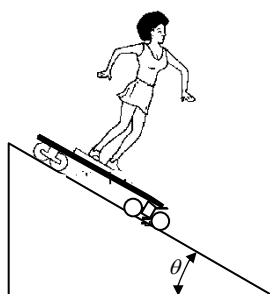
2.9 Un cuerpo de **50 kg** debe descender verticalmente con una aceleración de **3 m/s<sup>2</sup>** hacia abajo. Calcule la fuerza hacia arriba que se le debe aplicar. [Rta.  $F = 340 \text{ N}$ ]

2.10 Un montacargas de **1200 kg** tiene una velocidad de régimen, tanto en el ascenso como en el descenso, de **4 m/s**, tarda **1 s** en alcanzarla al arrancar y **1 s** en detenerse en las paradas. Se carga un fardo de **600 kg**. Calcule: a) La fuerza que ejercerá el fardo sobre el suelo del montacargas durante el arranque para ascender. b) ídem durante el ascenso a velocidad constante. c) ídem en el momento de detenerse. d) La tensión del cable del montacargas en a). e) ídem cuando inicia el descenso sin el fardo. Rta: a)  $F = 8280 \text{ N}$ ; b)  $F = 5880 \text{ N}$ ; c)  $F = 3480 \text{ N}$ ; d)  $F = 24840 \text{ N}$ ; e)  $F = 6960 \text{ N}$



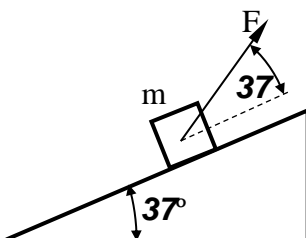
2.11 En el sistema de la figura, la fuerza aplicada a la cuerda es de **40 N**. El cuerpo pesa **50 N**. Despreciando el rozamiento determine: a) El módulo de la fuerza de vínculo (reacción del plano); b) El módulo de la aceleración del cuerpo puntual. [Rta:  $F_v = 26 \text{ N}$ ,  $a = 6,27 \text{ m/s}^2$ ]

2.12 Una muchacha de **65 kg** se pesa subiéndose a una balanza que está fija a una plata-



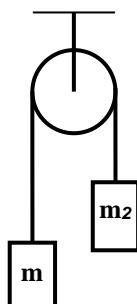
forma especial con ruedas, que se desliza por un plano inclinado. Suponga que no hay rozamiento y que la fuerza ejercida por el plano inclinado sobre la plataforma es perpendicular al plano inclinado. ¿Cuál es la lectura de la balanza si  $\theta = 30^\circ$ ? [Rta.: **552 N**]

2.13 Un cuerpo de masa  $m = 60 \text{ kg}$ , está apoyado sobre un plano inclinado  $37^\circ$ , tal y como



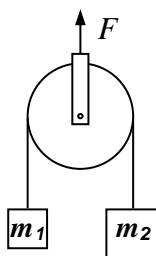
muestra la figura. El módulo de la fuerza  $F$  es de **500 N**. Calcule la aceleración del bloque. Considere el sistema libre de rozamiento. [Rta.:  $a = 0,76 \text{ m/s}^2$ ].

2.14 Dos cuerpos tienen masas  $m_1$  y  $m_2$  que suman **10 kg**. Se los suspende de los extremos de una cuerda que pasa por la garganta de una polea de masa despreciable tal como



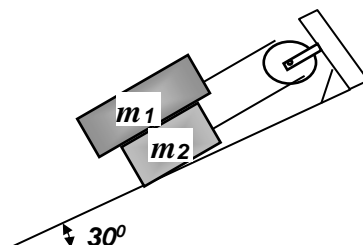
muestra la figura; se deja libre el sistema y la aceleración de las masas resulta ser de **2 m/s<sup>2</sup>**. Calcule los valores de  $m_1$  y  $m_2$ . [Rta.:  $m_1 = 4 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 6 \text{ kg}$ ].

2.15 Dos cuerpos de masas  $m_1 = 5 \text{ kg}$  y  $m_2 = 8 \text{ kg}$  se enganchan a cada extremo de una cuerda que pasa por la polea de la figura. Sobre ésta se aplica una fuerza  $F = 200 \text{ N}$ . Supo-



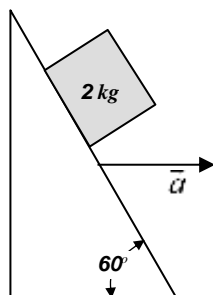
niendo a la polea y la cuerda sin masa ni fricción y que la cuerda es inextensible, calcule la aceleración de cada uno de los cuerpos. [Rta.:  $a_1 = 10,2 \text{ m/s}^2$  hacia arriba;  $a_2 = 2,7 \text{ m/s}^2$  hacia arriba]

2.16 Calcule la aceleración de cada bloque y el esfuerzo que hace la cuerda que conecta



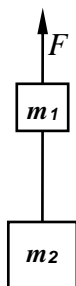
ambos bloques si  $m_1 = 20 \text{ kg}$  y  $m_2 = 10 \text{ kg}$ . Todas las superficies carecen de fricción. [Rta:  $a = 1,6 \text{ m/s}^2$ ;  $T = 65 \text{ N}$ ]

2.17 Un cuerpo de **2 kg** descansa sobre una superficie pulida que tiene una inclinación de **60°** (ver la figura) y una aceleración  $\mathbf{a}$  hacia la derecha de tal modo que la masa permanece



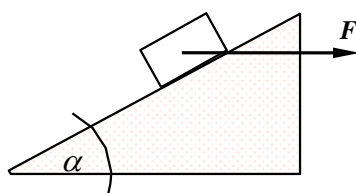
estacionaria con relación al plano. a) Determine  $\mathbf{a}$ ; b) ¿Qué ocurriría si el plano adquiriese una aceleración superior?. [Rta: a)  $a = 17 \text{ m/s}^2$ ]

2.18 Los cuerpos de masa  $m_1$  y  $m_2$  se encuentran vinculados a través de una cuerda inextensible y de masa despreciable. Están descendiendo en movimiento rectilíneo unifor-



memente decelerado. a) Obtenga la expresión de la aceleración del sistema; b) determine la expresión de la tensión en la cuerda. [Rta.: a)  $a = \frac{F}{m_1 + m_2} - g$ ; b)  $T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}$ ]

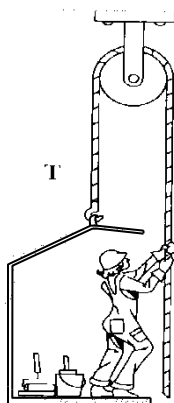
2.19 Un cuerpo de masa " $m$ " tiene aplicada una fuerza horizontal " $F$ " constante y está des-



cendiendo por un plano inclinado con movimiento rectilíneo uniforme desacelerado. Obtenga la expresión de la aceleración del cuerpo. [Rta.:  $a = \frac{F}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha$ ]

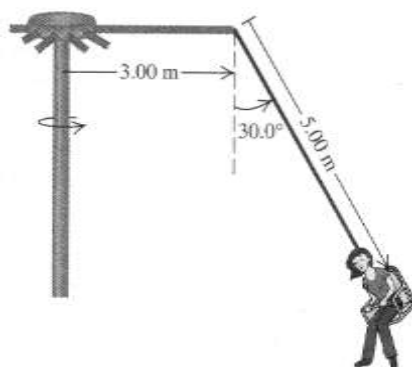
2.20 Una masa de **100 g** se cuelga de un hilo de masa despreciable. De la parte inferior de ella se cuelga otra masa de **200 g**, por medio de un segundo hilo, también de masa despreciable. Encuentre las fuerzas ejercidas por ambos hilos en los siguientes casos: a) Las masas permanecen en reposo; b) Las masas se desplazan hacia arriba, por la acción de una fuerza aplicada sobre el primer hilo, con  $a = 1 \text{ m/s}^2$ . c) Las masas se dejan caer libremente. [Rta.: a)  $T_1 = 2,9 \text{ N}$ ;  $T_2 = 2 \text{ N}$ ; b)  $T_1 = 3,2 \text{ N}$ ;  $T_2 = 2,2 \text{ N}$ ; c)  $T_1 = T_2 = 0$ ]

2.21 Una muchacha de **50 kg** está de pie sobre una plataforma de aluminio de **15 kg** a fin de pintar la fachada de una casa. Una cuerda sujeta a la plataforma que pasa por una polea dispuesta en la parte alta de la casa, le permite elevarse a sí misma y a la plataforma. a) Al



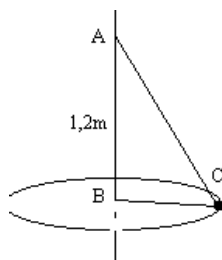
comienzo acelera a sí misma y a la plataforma con una aceleración de **0,2 m/s<sup>2</sup>**. b) Cuando alcanza una velocidad de **1 m/s**, ella ejerce una fuerza tal que ella y la plataforma suben a una velocidad constante. Para los casos (a) y (b): ¿Qué fuerza se ejerce sobre la cuerda? (Ignore la masa de la cuerda.) [Rta.: a)  $T = 325 \text{ N}$ ; b)  $319 \text{ N}$ ]

2.22 El Columpio Gigante de un parque de diversiones, consiste en un eje vertical central con varios brazos horizontales en su extremo superior (figura). Cada brazo sostiene un asiento suspendido de un cable de **5 m** de longitud sujeto al brazo a **3 m** del eje central. a) Calcule el tiempo de una revolución del columpio si el cable forma



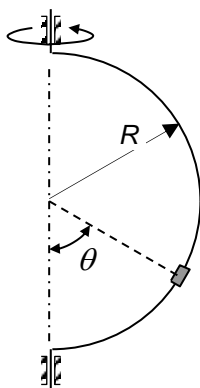
un ángulo de **30°** con la vertical. b) ¿Depende el ángulo del peso del pasajero para una rapidez de giro dada?. [Rta: a)  $T = 6,19$  s; b) No]

2.23 Un pequeño cuerpo perforado de **200 g** se puede deslizar libremente por una cuerda de **1,8 m** de largo, atada en los puntos A y B a una varilla vertical alrededor de



la cual gira de tal manera que el segmento BC queda horizontal. Calcule la rapidez del cuerpo. [Rta:  $v = 2,71$  m/s]

2.24 Una pequeña tuerca con una masa de **100 g** se desliza a lo largo de un alambre se-



micircular con un radio de **10 cm** que gira alrededor de un eje vertical a razón de **2 vueltas por segundo** como se indica en la figura. Determine el valor de  $\theta$  para el cual la tuerca permanece estacionaria respecto al alambre giratorio. [ $\theta = 52^\circ$ ]

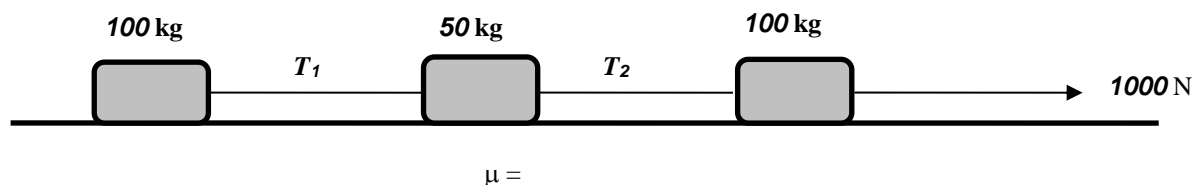
2.25 Un cubo de agua describe una circunferencia vertical unida a una cuerda de **1 m** de largo (radio de la circunferencia). Calcule la mínima velocidad para que no vierta el agua cuando está boca abajo. [Rta:  $v = 3,1$  m/s]

2.26 Un avión describe un círculo (loop) vertical de **250 m** de radio. La cabeza del piloto apunta siempre al centro de la trayectoria circular. La rapidez del avión no es constante; es mínima en el cenit del lazo y máxima en el nadir. a) En el cenit, el piloto experimenta ingravidez. ¿Qué rapidez tiene el avión en este punto? b) Si en el nadir, la rapidez del avión es de **250 km/h**. ¿Qué peso aparente tiene el piloto aquí? Su peso real es de **800 N**. [Rta.: a)  $v = 49,5 \text{ m/s}$  b)  $P_{ap} = 2373 \text{ N}$ ]

2.27 Un cuerpo de masa  $m$  inicia el movimiento sobre una superficie horizontal lisa por acción de una fuerza que depende del tiempo según la ecuación  $F = k t$ , siendo  $k$  una constante. La dirección de la fuerza forma un ángulo  $\alpha < 90^\circ$  con la horizontal. Calcule: a) la velocidad del cuerpo cuando abandona la superficie. b) La distancia que recorre hasta que abandona la superficie. Rta.: a)  $v = \frac{m g^2 \cos \alpha}{2k \sin^2 \alpha}$ ; b)  $\Delta x = \frac{m^2 g^3 \cos \alpha}{6k^2 \sin^3 \alpha}$ ]

### ROZAMIENTO

2.28 ¿Cuánto vale la aceleración del siguiente sistema y qué valores toman las tensiones



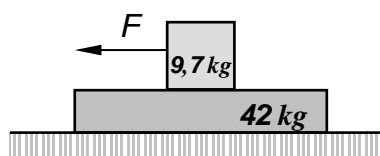
en cada cuerda?. [Rta.:  $a = 1,1 \text{ m/s}^2$ ,  $T_1 = 400 \text{ N}$ ,  $T_2 = 600 \text{ N}$ ].

2.29 Un cuerpo de masa  $m$  está situado sobre una plataforma horizontal giratoria a **60 cm** del eje. La plataforma comienza a girar con aceleración angular  $\alpha = 1 \text{ s}^{-2}$ . a) Si el coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo y la plataforma vale **0,25**, calcule la velocidad angular máxima que no provoque el desplazamiento del cuerpo. Expresé la correspondiente frecuencia en **rpm**. b) Si se coloca un cuerpo más pesado, se desea saber si se puede aumentar esa velocidad angular. [Rta.: a)  $\omega = 2 \text{ s}^{-1}$ ;  $n = 19 \text{ rpm}$ ; b) no]

2.30 Sobre un cuerpo de **50 kg**, ubicado en un terreno horizontal se ejerce una fuerza por medio de una cuerda que forma un ángulo de **40°** sobre la horizontal. Los coeficientes de rozamiento son  $\mu_e = 0,20$  y  $\mu_c = 0,15$ . Determine la fuerza de rozamiento ejercida por el suelo sobre el cuerpo y la aceleración del movimiento cuando la tensión en la cuerda es: a) **100 N**, b) **140 N**. [Rta.: a)  $f_r = 76,6 \text{ N}$ ;  $a = 0$ ; b)  $f_r = 60 \text{ N}$ ;  $a = 0,94 \text{ m/s}^2$ ]

2.31 Sobre un piso horizontal, una caja de **136 kg** está en reposo. Un hombre intenta moverla aplicando una fuerza de **412 N** horizontalmente; a) Si el coeficiente de fricción estática entre el piso y el suelo es **0,37**, demuestre que la caja no se mueve; b) un segundo hombre quiere ayudar a mover la caja. ¿Cuál es la fuerza vertical mínima que deberá aplicar para que la caja pueda moverse? c) si el segundo aplica una fuerza horizontal en lugar de vertical, ¿qué fuerza mínima, adicional a la fuerza de **412 N** del primer hombre, deberá ejercer para hacer que se mueva la caja?. [Rta.: b)  $F = 219 \text{ N}$  vert. hacia arriba; c)  $F = 81 \text{ N}$ ]

2.32 Una placa de **42 kg** descansa sobre un piso sin fricción. Un bloque de **9,7 kg** descansa a su vez sobre la placa, como en la figura. El coeficiente de fricción estática entre el blo-

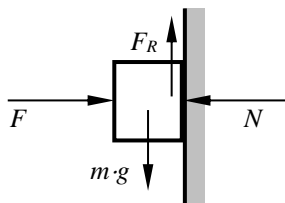


que y la placa es de **0,53**, mientras que el coeficiente de fricción dinámica es de **0,38**. El bloque de **9,7 kg** recibe la acción de una fuerza horizontal de **110 N**. ¿Cuáles son las aceleraciones resultantes de (a) el bloque y (b) la placa?. [Rta.: a)  $a_{\text{bloque}} = 7,6 \frac{m}{s^2}$ ; b)  $a_{\text{placa}} = 0,86 \frac{m}{s^2}$ ]

2.33 Un estudiante desea determinar los coeficientes de fricción estática y dinámica entre una caja y un tablón. Coloca la caja sobre el tablón y gradualmente eleva un extremo del tablón. Cuando el ángulo de inclinación con la horizontal alcanza **28°**, la caja comienza a deslizarse y desciende **2,53 m** por el tablón en **3,92 s**. Halle los coeficientes de fricción. [Rta:  $\mu_e = 0,53$ ;  $\mu_c = 0,49$ ]

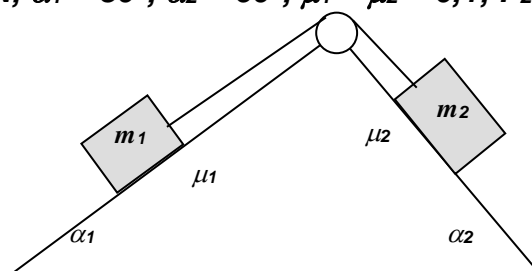
2.34 Un bloque de **5 kg** se mantiene en reposo contra una pared vertical mediante una fuerza horizontal de **200 N**. Determine: a) La fuerza de rozamiento ejercida por la pared sobre el bloque. b) La fuerza horizontal mínima necesaria para evitar que el bloque caiga, siendo el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la pared:  $\mu = 0,4$ . [Rta: a)  $f = 49 \text{ N}$ ; b)  $F = 123 \text{ N}$ ]

2.35 ¿Cuál es el error del siguiente razonamiento?: sobre un cuerpo apoyado en una pared se ejerce una fuerza  $F$ . El cuerpo está en reposo porque su peso es equilibrado por la



fuerza de rozamiento; como  $F_R$  es proporcional a la normal, podemos conseguir que el cuerpo ascienda aumentando el valor de  $F$ .

2.36 En el sistema indicado, determine: a) La aceleración del sistema; b) La tensión en la cuerda. Datos:  $P_1 = 1000 \text{ N}$ ;  $\alpha_1 = 30^\circ$ ;  $\alpha_2 = 60^\circ$ ;  $\mu_1 = \mu_2 = 0,1$ ;  $P_2 = 800 \text{ N}$ . [Rta: a)  $a = 0,36$



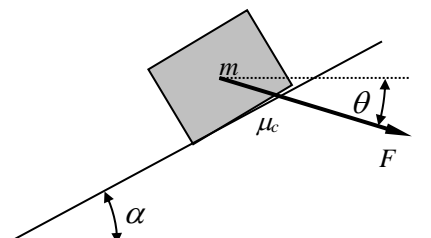
$m/s^2$  hacia la derecha; b)  $T = 623 \text{ N}$ ]

2.37 La fuerza que acelera a un coche a lo largo de una carretera horizontal es la fuerza de fricción entre la carretera y los neumáticos. (a) Explique por qué la aceleración es mayor cuando las ruedas no patinan. (b) Si un coche debe acelerar de **0 a 90 km/h** en **12 s** con aceleración constante, ¿cuál es el mínimo coeficiente de fricción entre las ruedas y la carretera?. [Rta:  $\mu_{\text{mín.}} = 0,21$ ]

2.38 El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos de un coche y la carretera es  $\mu = 0,6$ . Si la fuerza resultante que actúa sobre el coche es la fuerza de rozamiento estático ejercida por la carretera, (a) ¿qué aceleración máxima puede adquirir el coche? (b) ¿Cuál es la distancia de frenado si inicialmente llevaba una velocidad de **80 km/h**?. [Rta: a)  $a_{\text{máx}} = 5,9 m/s^2$ ; b)  $d_{\text{frenado}} = 42 \text{ m}$ ]

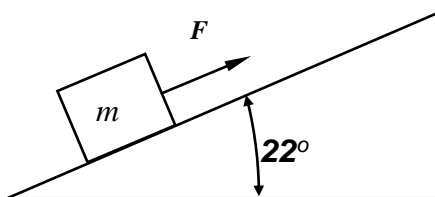
2.39 Un automóvil recorre una autopista que en un tramo tiene un radio  $R$ . El automóvil se mueve con rapidez constante  $v$ ; la autopista es horizontal. a) ¿Cuál debe ser el mínimo coeficiente de rozamiento para que el automóvil no deslice? (¿Estático o cinético? ¿Por qué?). b) ¿Con qué peralte debe construirse una autopista en una zona que tiene un radio de curvatura  $R$ ? Suponga que no hay rozamiento y que todos los autos tienen velocidad  $v$ . [Rta: a)

$$\mu = \frac{v^2}{g \cdot R}; \theta_{\text{PERALTE}} \cong \text{tg} \theta = \frac{v^2}{g \cdot R}$$



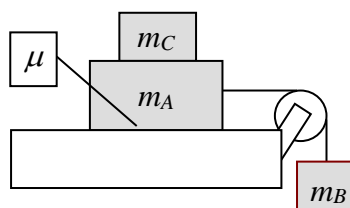
2.40 Calcule la fuerza  $F$  mínima para poner en movimiento (hacia arriba) un cuerpo de **100 kg** sobre un plano inclinado, según muestra la figura. Datos:  $\mu = 0,25$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\theta = 7^\circ$ . [Rta:  $F_{\text{mín}} = 1083 \text{ N}$ ]

2.41 Un bloque de **7,95 kg** descansa sobre un plano inclinado  $22^\circ$  respecto a la horizontal, como lo muestra la figura. El coeficiente de fricción estática es de **0,25**, mientras que el coe-



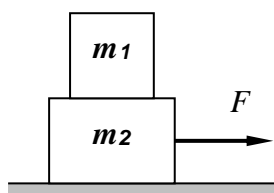
ficiente de fricción dinámica es de **0,15**. (a) ¿Cuál es la fuerza  $F_{\text{mín}}$ , paralela al plano, que impedirá que el bloque se deslice por el plano hacia abajo?; (b) ¿Cuál es la fuerza  $F$  paralela al plano, necesaria para mover al bloque hacia arriba a velocidad constante?. [Rta.: a)  $F_{\text{mín.}} = 11 \text{ N}$ ; b)  $F = 40 \text{ N}$ ]

2.42 Para el sistema mostrado en la figura, que se encuentra inicialmente en reposo, cal-

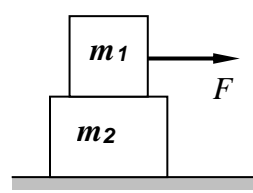


cule: a) El mínimo valor de  $m_c$  que evite el movimiento; b) La aceleración al quitar  $m_c$ . Datos:  $m_A = 20 \text{ kg}$ ;  $m_B = 10 \text{ kg}$ ;  $\mu_e = 0,2$ ;  $\mu_c = 0,1$ . [Rta: a)  $(m_c)_{\text{mín.}} = 30 \text{ kg}$ ; b)  $a = 2,6 \text{ m/s}^2$ ]

2.43 Un cuerpo de masa  $m_1 = 1 \text{ kg}$  se apoya sobre otro de masa  $m_2 = 4 \text{ kg}$  s/indica la figura. El coeficiente de rozamiento estático entre ambos es  $\mu_E = 0,3$ . No hay rozamiento en-



Caso a



Caso b

tre la mesa y el cuerpo **2**. a) ¿Qué máxima fuerza horizontal puede aplicarse al cuerpo **2** sin que los cuerpos deslicen entre sí?; b) ¿Qué máxima fuerza horizontal puede aplicarse al cuerpo **1** sin que los cuerpos deslicen entre sí?. [Rta: a)  $F_{\text{máx.}} = 14,7 \text{ N}$ ; b)  $F_{\text{máx.}} = 3,7 \text{ N}$ ]

2.44 Un trozo de hielo se desliza con fricción desde el reposo por un plano inclinado en un ángulo  $\alpha$  conocido, en el doble del tiempo que le toma deslizarse por otro plano igual, de la misma longitud, pero sin fricción. Determine el coeficiente de rozamiento cinemático entre el hielo y el plano inclinado rugoso. [Rta:  $\mu_c = \frac{3}{4} \cdot \tan \alpha$ ]

2.45 Un bloque se dispara hacia arriba a lo largo de un plano inclinado. El bloque se detiene y retorna a la posición inicial. Si existe rozamiento entre las superficies en contacto, ¿el tiempo que tarda el cuerpo en descender es mayor, igual o menor que el que tarda en ascender por el plano inclinado?. Justifique. [Rta: mayor]

2.46 Un cuerpo de masa  $m$  se mueve sobre una superficie horizontal con velocidad de **9** m/s. La fuerza de rozamiento depende de la velocidad según  $f = \frac{1}{2} m v^{1/2}$ . Calcule la distancia que recorre hasta detenerse. [Rta:  $\Delta x = 36 \text{ m}$ ]

2.47 Una caja de **50 kg** debe arrastrarse sobre un suelo horizontal. El coeficiente de fricción estático entre la caja y el suelo es **0,6**. Un método de arrastre sería empujar la caja con una fuerza que formase un ángulo  $\theta$  hacia abajo con la horizontal. Otro método sería tirar de la caja con una fuerza que formase un ángulo  $\theta$  hacia arriba con la horizontal. (a) Explique por qué un método es mejor que otro. (b) Calcule la fuerza necesaria para mover la caja en cada uno de los métodos si  $\theta = 30^\circ$ . [Rta.: b)  $F_1 = 519 \text{ N}$ ;  $F_2 = 252 \text{ N}$ ]

### **GRAVITACIÓN** ( $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$ )

2.48 Una barra muy delgada de longitud  $L$  y masa  $m$  se coloca a lo largo del eje  $X$  a una distancia 'a' del origen. La masa por unidad de longitud es  $\lambda = \frac{dm}{dx}$  y es constante en  $L$ . Obtenga la expresión de la fuerza sobre una partícula de masa  $M$  colocada en el origen. [Rta: "

$$F = G \frac{M m}{a(a + L)}]$$

2.49 ¿A qué altura sobre la superficie terrestre la aceleración de la gravedad es **10%** menor que en la superficie? Dato:  $R_t = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ . [Rta:  $3,45 \cdot 10^5 \text{ m}$ ]

2.50 Los satélites artificiales **GPS** describen órbitas circulares a **20 200 km** sobre la superficie terrestre. Calcule: a) su velocidad y período, b) la aceleración y la fuerza gravitatoria sobre el satélite, si su masa es de **770 kg**. [Rta: a)  $v = 3,87 \cdot 10^3 \text{ m/s}$   $T = 43,2 \cdot 10^3 \text{ s}$ ; b)  $a = 0,563 \text{ m/s}^2$ ;  $F = 434 \text{ N}$ ]

2.51 ¿Cuál es la altitud de un satélite geoestacionario?. [Rta:  $H = 3,59 \cdot 10^7 \text{ m}$ ]

2.52 ¿En qué puntos (medidos desde el centro de la Tierra) son iguales los módulos de las fuerzas de atracción gravitatoria ejercidas sobre un cuerpo, respectivamente, por la Tierra y



la Luna? Datos: Distancia Tierra-Luna =  $60 R_T$ ;  $m_T = 81 m_L$ . [Rta:  $x_1 = 3.46 \times 10^8 \text{ m}$   $x_2 = 4.32 \times 10^8 \text{ m}$ ]

2.53 a) Calcule la velocidad y la energía cinética iniciales para que una masa de **1000 kg**, libre de fuerzas no conservativas, se desplace desde la superficie terrestre hasta una altura igual al doble del radio terrestre. b) ídem la velocidad y la energía cinética iniciales mínimas para que ese cuerpo alcance una altura tal que no retorne a la Tierra. [Rta: a)  $v_0 = 9,12 \times 10^3 \text{ m/s}$ ;  $E_{co} = 4,16 \times 10^{10} \text{ J}$ ; b)  $v_0 = 11,2 \times 10^3 \text{ m/s}$ ;  $E_{co} = 6,24 \times 10^{10} \text{ J}$ ]

### **TRABAJO y ENERGÍA**

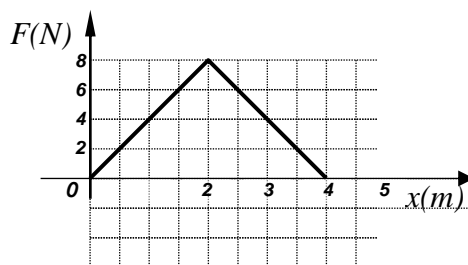
2.54 Un cuerpo de **2 kg** tiene un desplazamiento  $\vec{\Delta r} = (3\hat{i} + 3\hat{j})\text{m}$  a lo largo de una recta.

Durante el desplazamiento actúa sobre el cuerpo la fuerza constante:  $\vec{F} = (2\hat{i} - 1\hat{j})\text{N}$  : (a)

¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza durante este desplazamiento?; (b) Determine el módulo de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. [Rta: a)  $W_F = 3 \text{ J}$ ; b)  $F_r = 0.7 \text{ N}$ ]

2.55 Una caja de **5 kg** originalmente en reposo es elevada a una altura de **4 m** por una fuerza vertical de **80 N**. Determine: a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada, b) El trabajo realizado por la fuerza peso, c)- La velocidad final de la caja. [Rta: a)  $W_F = 320 \text{ J}$ , b)  $W_{mg} = -196 \text{ J}$ ; c)  $v = 7,04 \text{ m/s}$ ]

2.56 Una masa puntual de **2 kg** se desplaza con una velocidad de **3 m/s** cuando pasa por  $x=0$ . Esta masa se encuentra sometida a una única fuerza de igual dirección y sentido que



la velocidad y cuyo valor está dado por el gráfico  $F = f(x)$  de la figura. (a) ¿Cuál es la energía cinética para  $x = 0$ ?; ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza entre  $x = 0$  y  $x = 4 \text{ m}$ ?; ¿cuál es la velocidad cuando pasa por  $x = 4 \text{ m}$ ? [Rta: a) **9 J**; b) **16 J**; c) **5 m/s**]

2.57 Explique la diferencia entre fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas; indique al menos un ejemplo de cada una.

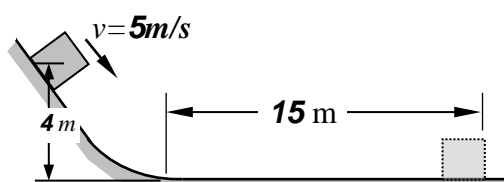
2.58 Se empuja un bloque de **2 kg** contra un resorte cuya constante elástica es de **500 N/m**, comprimiéndolo **20 cm**. Luego se lo suelta y el resorte proyecta al bloque sobre un plano inclinado sin rozamiento. Determine qué distancia recorrerá subiendo por el plano. Datos:  $\theta = 37^\circ$ . [Rta:  **$h = 0,51 \text{ m}$  ó  $x = 0,85 \text{ m}$** ]

2.59 Se lanza un bloque hacia arriba sobre un plano inclinado sin rozamiento, con velocidad inicial  **$v_0 = 5 \text{ m/s}$** . El ángulo que forma el plano con la horizontal es  $\theta = 30^\circ$ . Calcule, aplicando consideraciones energéticas: a) la distancia recorrida por el bloque sobre el plano hasta detenerse; b) la velocidad del bloque cuando regresa al punto de partida. [Rtas: d = **2,6 m**; b)  $v = 5 \text{ m/s}$ ]

2.60 Demuestre que la expresión de la energía potencial gravitacional de una masa  $m$ , para puntos alejados de la superficie terrestre, está dada por:  $E_{PG} = -G \frac{M_T \cdot m}{r}$ , donde  $r$  es la posición del punto con respecto al centro de la Tierra. Suponga  $(E_{PG})_{\infty} = 0$ .

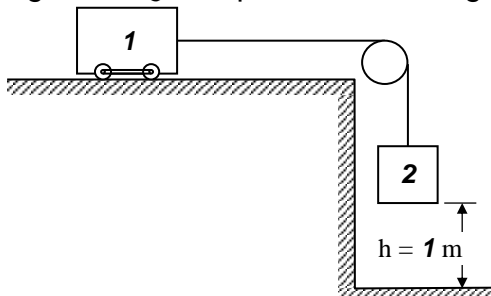
2.61 Una fuerza horizontal de **25 N** se aplica a una caja de **4 kg** inicialmente en reposo sobre una mesa horizontal rugosa ( $\mu_c = 0,35$ ). Determine la velocidad de la caja después de haber sido empujada a lo largo de **3 m**. [Rta:  $v = 4,11$  m/s]

2.62 Un bloque cae por una rampa sin rozamiento. Pasa por un punto situado a **4 m** de al-



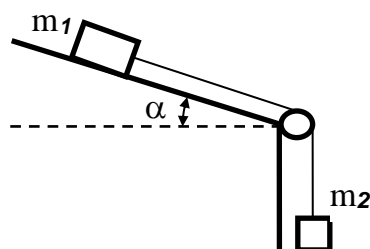
tura con una velocidad de **5 m/s**; luego llega a una superficie horizontal rugosa, donde desliza **15 m** antes de detenerse. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie horizontal?. (Rta:  $\mu = 0,35$ )

2.63 En el sistema de la figura, el carrito **1** tiene una masa de **150 kg**, y el bloque **2**, de **40 kg**. Por consideraciones energéticas, ¿con qué velocidad llegará al piso el bloque **2**, si am-



bos parten del reposo?. Desprecie el rozamiento y las masas de la cuerda y la polea. [Rta:  $v = 2,0$  m/s]

2.64 Los bloques de masas  $m_1 = 40$  kg y  $m_2 = 30$  kg se liberan del reposo. El coeficiente de rozamiento cinemático entre el bloque **1** y la superficie inclinada  $\alpha = 20^\circ$  es  $\mu = 0,15$ . Cal-

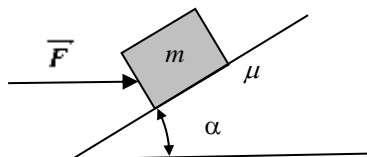


cule, aplicando el teorema del trabajo y la energía, la velocidad que alcanzan cuando se han desplazado **40 cm**. La polea y la cuerda tienen masa y rozamiento despreciables. [Rta:  $v = 2,1$  m/s]

2.65 Se tienen dos resortes A y B con constantes elásticas  $k_a$  y  $k_B$  ( $k_a > k_B$ ). Explique sobre qué resorte se realiza más trabajo si son estirados: a) Con la misma elongación; b) Por la misma fuerza.

2.66 Un bloque de **10 kg** inicia el movimiento cuando la superficie plana donde se apoya alcanza una inclinación de **15°**, así recorre **25 cm** hasta chocar con un resorte (en el plano inclinado) de constante elástica **1600 N/m** que comprime **5 cm**. Calcule los coeficientes de rozamiento estático y cinemático. [Rtas:  $\mu_e = 0,27$ ;  $\mu_d = 0,2$ ]

2.67 Un bloque de **4 kg**, inicialmente en reposo, asciende en un plano inclinado **37°** con



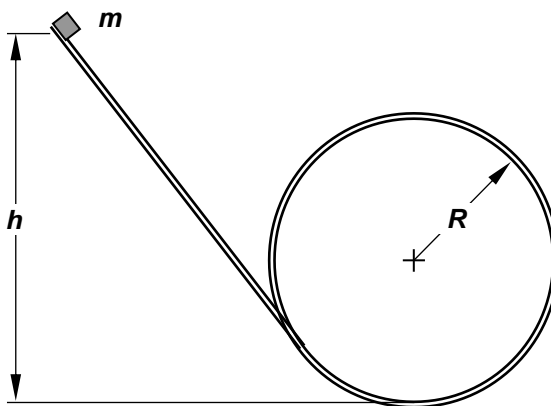
rozamiento, bajo la acción de una fuerza horizontal de **60 N**. Si luego de avanzar **1 m** tiene una rapidez de **1,2 m/s**, calcule: a) El trabajo de la fuerza de rozamiento. b) El coeficiente de rozamiento cinemático. [Rta: a)  $W = -21,6 \text{ J}$  b)  $\mu = 0,32$ ]

2.68 Un cuerpo describe una circunferencia vertical alrededor de un punto fijo, unido a una cuerda de **1 m** de longitud; si la tensión de la cuerda es nula cuando el cuerpo se encuentra en el punto mas alto, determine la velocidad en esa posición y en la mas baja [Rta:

$v_{arr} = 3,1 \text{ m/s}$ ;  $v_{ab} = 7 \text{ m/s}$ ]

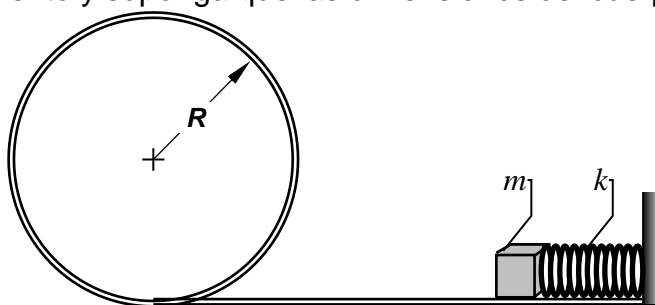
2.69 El coche de un ascensor de **400 kg**, está en reposo en el segundo piso, a **6 m** de altura sobre el extremo superior de un resorte paragolpes cuya constante elástica es **20000 N/m**. En esas condiciones se rompe el cable que lo sostiene, y simultáneamente actúa un freno de fricción contra las guías que le aplica una fuerza, opuesta al desplazamiento, de **2500 N** (esta fuerza actúa sólo hasta que el ascensor toma contacto con el resorte). Encuentre: a) la velocidad del coche al llegar al extremo del resorte; b) la máxima deformación del resorte; c) la altura máxima que alcanzará, luego del primer rebote, con respecto al extremo superior del resorte (considere que actúa nuevamente la fricción. [Rta: a)  $v = 6,5 \text{ m/s}$ ; b)  $d = 1,14 \text{ m}$ ; c)  $h = 1,33 \text{ m}$ ]

2.70 Calcule desde qué altura mínima ( $h$ ) debe descender, deslizando por un plano inclinado sin rozamiento, un cuerpo de masa ( $m$ ), para que recorra el rizo de radio  $R = 1 \text{ m}$ , y



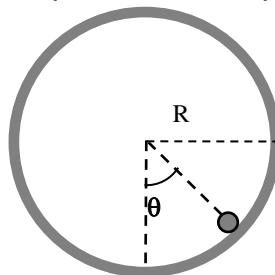
describa una circunferencia completa. (las dimensiones del cuerpo son despreciables comparadas con el radio  $R$ ). [Rta.:  $h_{min} = 2,5 \text{ m}$ ]

2.71 El cuerpo de masa  $m = 1 \text{ kg}$  comprime un resorte de constante elástica  $k = 10000 \text{ N/m}$ . ¿Cuál debe ser la mínima compresión del resorte para que al ser liberado dispare al cuerpo sobre el rizo de radio  $R = 1 \text{ m}$  y describa una circunferencia completa? Desprecie la resistencia al deslizamiento y suponga que las dimensiones del cuerpo son despreciables



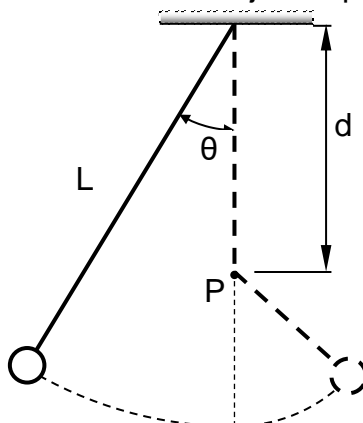
frente al radio  $R$  del rizo [Rta:  $\Delta x_{\min} = 7 \text{ cm}$ ]

2.72 Una partícula de masa  $m$  se mueve en el interior de un aro vertical de radio  $R$ , sometida a su peso y a la reacción normal  $N$ , siendo el rozamiento despreciable. a) Determine la expresión de la velocidad mínima de la partícula en el punto más bajo para que se mueva



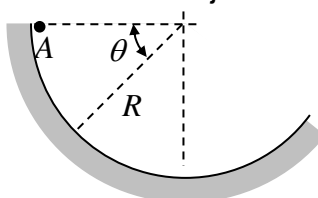
sin perder contacto con el aro, b) si la velocidad en el punto más bajo es  $\frac{3}{4}$  de la mínima anterior, determine el ángulo  $\theta$  donde pierde contacto con el aro. [Rta: a)  $v = \sqrt{5gR}$ ;  $\theta = 105,7^\circ$ ]

2.73 Un péndulo de longitud  $L$  oscila en un plano vertical. La cuerda choca contra una clavija  $P$  localizada a una distancia  $d$  debajo del punto de suspensión [ver dibujo];



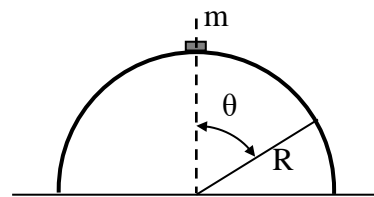
a) Demuestre que si el péndulo se libera en un punto que se encuentre por debajo de la clavija, regresará a esta posición después de chocar con ella. b) Demuestre que si el péndulo se libera desde la posición horizontal ( $\theta = 90^\circ$ ), para que describa una vuelta completa con centro en la clavija, el valor mínimo de  $d$  debe ser  $3L/5$ .

2.74 Una partícula de masa  $m$  parte de  $A$  con velocidad nula y desliza sobre la pared interior de una superficie semicilíndrica de radio  $R$  bajo la acción de la gravedad. Calcule la



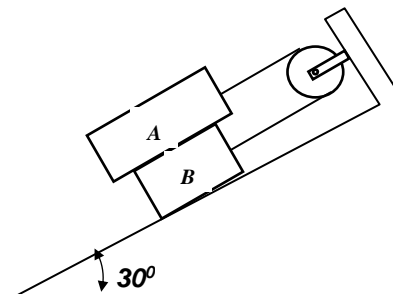
reacción que ejerce la superficie sobre la partícula en función de la posición definida por el ángulo  $\theta$  que forma el radio con la horizontal. [Rta:  $N = 3 \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta$ ]

2.75 Un cuerpo está en reposo en la parte superior de una semiesfera de  $R = 1,5 \text{ m}$ . Si se desliza por la superficie semi-esférica sin rozamiento, ¿para qué ángulo  $\theta$  respecto a la vertical se despega? [Rta:  $\theta = 48,2^\circ$ ]



2.76 Un bloque de  $2 \text{ kg}$  se mueve a lo largo de X sobre una superficie horizontal rugosa ( $\mu = 0,3$ ). La fuerza  $F$  aplicada es horizontal, y la posición está dada por  $x = 3 + t^2$  [m; s]. Calcule: a) la energía cinética del bloque en el instante  $t = 3 \text{ s}$ ; b) El trabajo de la fuerza  $F$  en el intervalo de  $0$  a  $3 \text{ s}$ . [Rta: a)  $E_C = 36 \text{ J}$ ; b)  $W_F = 89 \text{ J}$ ]

2.77 Las bloques A y B de masas  $m_A = 20 \text{ kg}$  y  $m_B = 10 \text{ kg}$  se liberan desde el reposo. El coeficiente de rozamiento entre A y B es  $\mu_c = 0,1$  y el rozamiento entre B y el plano inclinado es despreciable. Calcule, aplicando el teorema del trabajo y la energía, la velocidad de los bloques cuando cada uno se ha desplazado  $0,5 \text{ m}$ . [Rta.:  $v = 0,71 \text{ m/s}$ ]



2.78 Una partícula de masa  $m$  realiza un movimiento rectilíneo horizontal con velocidad inicial  $v_0$  sometida a la acción de una fuerza resistente proporcional a la velocidad  $F = -k v$ . Calcule: a) El desplazamiento de la partícula hasta detenerse. b) La energía cinética del bloque en la mitad del recorrido. c) El trabajo de la fuerza resistente en todo el recorrido. [Rta: a)  $\Delta x = \frac{m}{k} v_0$ ; b)  $E_C = \frac{1}{8} m v_0^2$ ;  $W_F = -\frac{1}{2} m v_0^2$ ]

2.79 Una camioneta de  $1800 \text{ kg}$  se desplaza a  $72 \text{ km/h}$  cuando el conductor aplica los frenos provocando el bloqueo de las ruedas, que deslizan hasta detenerse. Determine la expresión de la potencia disipada por la fuerza de rozamiento en función del tiempo, si el coeficiente de rozamiento cinemático es  $0,6$ . [Rta.:  $P = (62,2 t - 212) 10^3 \text{ W}$  para  $0 < t < 3,4 \text{ s}$ ]

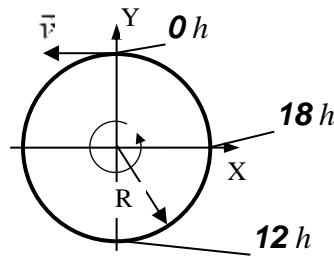
## **IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO**

2.80 Un insecto y el parabrisas de un auto que marcha a gran velocidad chocan entre sí; Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Explique.

- a) los cambios de velocidad (aceleración) del insecto y del auto tienen igual módulo;
- b) las fuerzas de impacto sobre el insecto y sobre el auto tienen igual módulo; c) los impulsos sobre el insecto y sobre el auto tienen igual módulo; d) los cambios en la cantidad de movimiento del insecto y del auto tienen igual módulo.

2.81 Un cuerpo de masa  $m = 20 \text{ kg}$  se desplaza sobre una superficie horizontal con velocidad de módulo  $v_0 = 100 \text{ m/min}$ . En un punto dado de su trayectoria comienza a actuar sobre el cuerpo una fuerza constante de  $200 \text{ N}$  en la dirección y sentido del movimiento durante  $5 \text{ s}$ . La fuerza de rozamiento es despreciable. Calcule: a) La aceleración y la velocidad del cuerpo a los  $2 \text{ s}$  de aplicada la fuerza; b) La aceleración y la velocidad a los  $4 \text{ s}$  de aplicada la fuerza. [R: a)  $a = 10 \text{ m/s}^2$   $v = 21,7 \text{ m/s}$ ; b)  $a = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $v = 41,7 \text{ m/s}$ ].

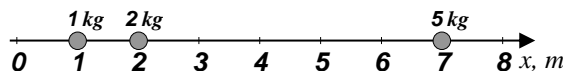
2.82 Un joven de **60 kg** está parado en un punto del ecuador terrestre de **6370 km** de radio. Determine el impulso que recibe debido a la rotación de la Tierra entre: a) las **0** y las **12**



horas; b) las **0** y las **18** horas. [Rta.:  $\overrightarrow{\Delta p}_{0-12} = 55,6 \cdot 10^3 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{i}$ ;  $\overrightarrow{\Delta p}_{0-18} = (27,8 \hat{i} + 27,8 \hat{j}) 10^3 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

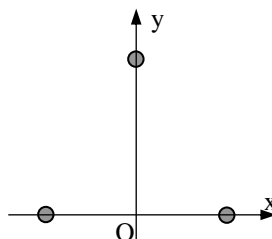
**UNIDAD 3: DINÁMICA DE SISTEMAS DE PARTÍCULAS.****CENTRO DE MASA:**

3.1 Determine la posición del **CM** de las tres masas puntuales indicadas en la figura.



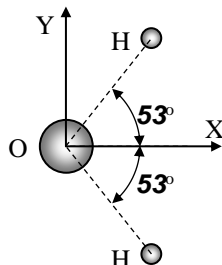
[(Rta:  $x=5\text{m}$ )]

3.2 La figura muestra la disposición de tres masas puntuales en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $2a$ . Cada una de ellas tiene una masa de  $1\text{ kg}$ . Encuentre la posición del **CM**. (Rta:  $x = 0$  ;  $y = \frac{\sqrt{3}}{3} a$ )



gulo equilátero de lado  $2a$ . Cada una de ellas tiene una masa de  $1\text{ kg}$ . Encuentre la posición del **CM**. (Rta:  $x = 0$  ;  $y = \frac{\sqrt{3}}{3} a$ )

3.3 Una molécula de agua se compone de un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno. El ángulo entre los dos enlaces es de  $106^\circ$  como se muestra en la figura. Si cada enlace tiene



$0,1\text{ nm}$  de largo, ¿dónde está el **CM** de la molécula?. Considere que la relación entre la masa de un átomo de oxígeno y la de uno de hidrógeno es igual a **16**. [Rta:

$$\vec{r} = 6,69 \times 10^{-3} \text{ nm } \vec{i} ; 0 \vec{j}]$$

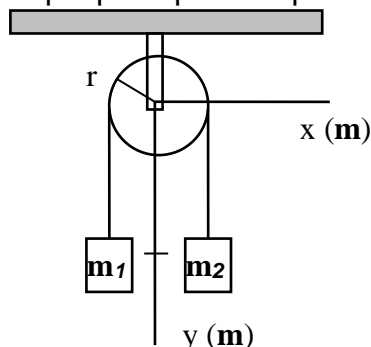
3.4 Sabiendo que la distancia Tierra – Luna es de **60** radios terrestres ( $R_T = 6,37 \cdot 10^6\text{ m}$ )

y que la relación de masas  $\frac{m_T}{m_L} = 80$ , obtenga la posición aproximada del centro de masa

del sistema Tierra – Luna. [Rta:  $\vec{r} = 4720\text{ km } \vec{i}$ ]

3.5 Un automóvil con una masa de **2210 kg** se está moviendo a lo largo de un tramo recto de carretera a **105 km/h**. Es seguido por otro cuya masa es de **2080 kg** y se mueve a **43,5 km/h**. ¿Qué velocidad tiene el centro de masa de los dos autos en movimiento?. [Rta.:  $V = 75,18\text{ km/h}$ ].

3.6 Dos cuerpos (suponga que son partículas), cada uno hecho con un juego de pesas, están unidos por un cordón ligero que pasa por una polea ligera (masas despreciables), sin



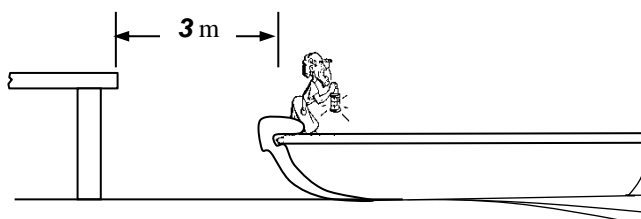
fricción, cuyo diámetro es de **5,6 cm**. Los dos cuerpos están al mismo nivel en  $y = 1 \text{ m}$ . Cada uno tiene una masa de **850 gr**. a) Ubique el centro de masa de los cuerpos con respecto a los ejes indicados. b) Se transfiere **34 g** de  $m_1$  a  $m_2$ , pero se impide que los cuerpos se muevan, localice el centro de masa. c) Ahora los cuerpos se dejan libres; describa el movimiento del centro de masa y determine su aceleración. [Rta.: a)  $\vec{r} = (0\hat{i}; 1\hat{j})\text{m}$  ; b)

$\vec{r} = (0,112 \cdot 10^{-3}\hat{i}; 1\hat{j})\text{m}$  c) Hacia abajo  $a = 0,016\text{m/s}^2$ ].

### CANTIDAD DE MOVIMIENTO (momento lineal)

3.7 Una partícula de **2 kg** tiene una velocidad  $\vec{v}_1 = (2\hat{i} - 3\hat{j})\text{m/s}$  y otra partícula de **3 kg** tiene una velocidad  $\vec{v}_2 = (1\hat{i} + 6\hat{j})\text{m/s}$ . Encuentre: (a) la velocidad del **CM**, y (b) el momento lineal total del sistema. [Rta: a)  $\vec{v}_{CM} = (\frac{7}{5}\text{m/s}\hat{i} + \frac{12}{5}\text{m/s}\hat{j})$ ; b)  $\vec{P}_T = (7\hat{i} + 12\hat{j})\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]

3.8 Un hombre de **70 kg** está parado en un extremo de un bote de **110 kg** que mide **4 m** de largo y se encuentra inicialmente a **3 m** del muelle. El hombre comienza a caminar hacia



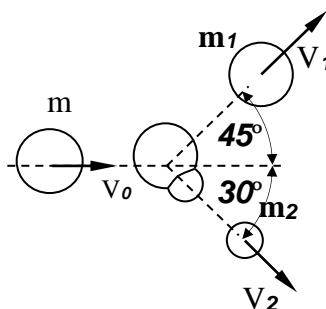
el otro extremo del bote. Ignorando la fricción entre el bote y el agua: (a) describa el movimiento del sistema *hombre + bote*; (b) ¿dónde está el hombre respecto del muelle cuando alcanza el otro extremo del bote?. (Rta: b)  $x = 5,44 \text{ m}$ )

3.9 Un cuerpo cae verticalmente y explota en dos fragmentos iguales cuando se encuentra a **2000 m** de altura con velocidad de caída de **60 m/s**. Inmediatamente después de la explosión uno de los fragmentos se mueve verticalmente hacia abajo a **80 m/s**. Calcule la posición del centro de masa **10 s** después de la explosión. (Rta:  $x = 910 \text{ m}$ )

3.10 Un sistema está compuesto por tres partículas de masas  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  y  $m_3 = 5 \text{ kg}$ . La primera tiene una velocidad de **6 m/s**, y la segunda de **8 m/s**, formando entre sí un ángulo de **120°**. Calcule la velocidad y la dirección respecto a  $\vec{v}_1$  de la tercera masa si el centro de masa del sistema permanece en reposo. (Rta:  $v_3 = 3,42 \text{ m/s}$  ;  $\alpha_3 = 234,2^\circ$ )



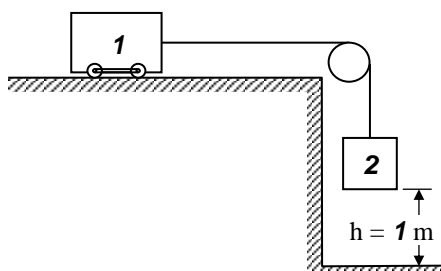
3.11 Un proyectil de masa  $m = 2 \text{ kg}$  se mueve con velocidad  $v_0 = 100 \text{ m/s}$  cuando explota en dos fragmentos de masas  $1,5 \text{ kg}$  y  $0,5 \text{ kg}$ . Si las partes se mueven en las direcciones



que se indican en el esquema, determine la velocidad de cada una de ellas. (Rta:  $v_1 = 69 \text{ m/s}$  ;  $v_2 = 293 \text{ m/s}$ )

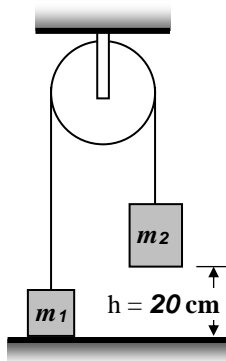
3.12 a) Una bomba que pesa  $39,2 \text{ N}$  se lanza horizontalmente con una velocidad de  $2,40 \text{ m/s}$  desde la cornisa de un edificio de  $120 \text{ m}$  de altura. El terreno que rodea al edificio es horizontal. ¿A qué distancia del pie del edificio chocará la bomba contra el suelo?; b) Una bomba idéntica se arroja en las mismas condiciones, pero ésta se rompe en dos trozos antes de chocar contra el suelo. Ambos trozos tocan el piso en el mismo instante. Se observa que uno de los trozos que pesa  $14,7 \text{ N}$  cae justamente al pie del edificio, sobre la vertical del punto de lanzamiento. En tales circunstancias: ¿A qué distancia chocará contra el suelo el otro trozo?. [Rta.: a)  $11,9 \text{ m}$  ; b)  $19 \text{ m}$ ]

3.13 En el sistema de la figura, el carrito 1 tiene una masa de  $150 \text{ kg}$ , y el bloque 2, de  $40 \text{ kg}$ . Por consideraciones energéticas, ¿con qué velocidad llegará al piso el bloque 2, si am-



bos parten del reposo?. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque 1 y el plano es  $\mu_d = 0,15$ . Desprecie las masas de la cuerda y de la polea. (Rta:  $v = 1,34 \text{ m/s}$ )

3.14 El sistema de la figura parte del reposo; se puede despreciar la masa de la cuerda y



la de la polea, y todos los rozamientos. La masa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  y la masa  $m_2 = 3 \text{ kg}$ . Por consideraciones energéticas, calcule con qué velocidad llegará al piso la masa  $m_2$ . (Rta:  $v = 0,89 \text{ m/s}$ )

**CHOQUE**

3.15 ¿Qué diferencia hay entre choque elástico y choque plástico?.

3.16 Dos cuerpos se mueven sobre la misma recta en el mismo sentido y chocan plásticamente. Encuentre la expresión de la velocidad final de los cuerpos, explicando los principios en que se apoya.

3.17 Dos masas iguales se mueven sobre la misma recta en sentido contrario y con velocidades de igual valor numérico. Chocan plásticamente y quedan en reposo. Se desea saber que sucedió con la energía cinética y la cantidad de movimiento del sistema.

3.18 Indique si es verdadero o falso y justifique: En un choque la conservación de la cantidad de movimiento implica para cada cuerpo, a) que mantiene constante su cantidad de movimiento, b) que la pérdida de cantidad de movimiento de uno es igual al aumento de la cantidad de movimiento del otro.

3.19 Indique si son verdaderas o falsas las afirmaciones: la variación de la energía cinética en un choque perfectamente elástico es nula a) porque se conserva la cantidad de movimiento, b) porque la energía cinética perdida por un cuerpo es igual a la ganada por el otro. Justifique.

3.20 Un cuerpo de masa  $m = 4 \text{ kg}$  se mueve según una recta con velocidad de  $6 \text{ m/s}$ . Delante de él marcha otro de  $6 \text{ kg}$ , con velocidad de  $3 \text{ m/s}$ , en el mismo sentido. Siendo el choque plástico, determine: a) La velocidad de ambos después del choque; b) La energía cinética perdida en el choque. [Rta: a)  $v' = 4,2 \text{ m/s}$  b)  $\Delta E_c = - 10,8 \text{ J}$ ]

3.21 Un cuerpo de masa  $m = 4 \text{ kg}$  se mueve según una recta con velocidad de  $6 \text{ m/s}$ . Delante de él marcha otro de  $6 \text{ kg}$  con velocidad de  $3 \text{ m/s}$ , en el mismo sentido. Suponiendo el choque perfectamente elástico, calcule las velocidades de los cuerpos después del choque. [Rta:  $v_1' = 2,4 \text{ m/s}$   $v_2' = 5,4 \text{ m/s}$ ]

3.22 Un bloque de masa  $5 \text{ kg}$  se mueve hacia la derecha sobre un plano horizontal sin rozamiento con velocidad de  $3 \text{ m/s}$  y choca con otro bloque de masa  $10 \text{ kg}$  que se mueve en sentido contrario con velocidad de  $1,5 \text{ m/s}$ . Calcule la velocidad de cada uno de ellos después del choque, si: a) Si el choque es plástico; b) Si el choque es elástico. [Rta:

$$a) \vec{v}' = 0; \quad b) \vec{v}_1' = -3 \text{ m/s } \hat{i}; \quad \vec{v}_2' = 1,5 \text{ m/s } \hat{i}]$$

3.23 Un vagón de  $50000 \text{ kg}$  se mueve con una velocidad de  $12 \text{ km/h}$  y choca contra una plataforma de  $30000 \text{ kg}$  que se encontraba detenida en la vía. Calcule la distancia recorrida por el conjunto vagón - plataforma después del impacto, sabiendo que la fuerza de fricción contra las vías es igual al  $5\%$  del peso. [Rta:  $\Delta x = 4,41 \text{ m}$ ]

3.24 Una esfera de  $2 \text{ kg}$  se mueve hacia la derecha a  $5 \text{ m/s}$  y choca con otra de  $3 \text{ kg}$  que se mueve a  $2 \text{ m/s}$  en igual dirección y sentido contrario. Luego del choque, la esfera de  $3 \text{ kg}$  se mueve a  $2 \text{ m/s}$  hacia la derecha. Determine: a) la velocidad de la otra esfera después del choque y b) el coeficiente de restitución. [Rta: a)  $v_1' = 1 \text{ m/s}$  (hacia la izquierda); b)  $k = \frac{3}{7}$ ]

3.25 Se deja caer una pelota sobre el piso desde **1,5 m** de altura y rebota hasta **1 m** de altura. Calcule el coeficiente de restitución. [Rta:  **$k = 0,82$** ]

3.26 Una bola de **2 kg** se mueve hacia la derecha a **10 m/s** y choca con otra de **1 kg** que se mueve en la misma dirección y sentido a **4 m/s**. Si el coeficiente de restitución es  **$k = 0,7$**  calcule: a) la velocidad de cada bola después del choque; b) la variación de la energía cinética total durante el choque. [Rta: a)  **$v_1' = 6,6 \text{ m/s}$ ;  $v_2' = 10,8 \text{ m/s}$** ; b)  **$\Delta E_c = -6,14 \text{ J}$** ]

3.27 Una bola se deja caer sobre el suelo horizontal y alcanza una altura de **144 cm** después del primer rebote. En el segundo rebote llega a **81 cm** de altura. Calcule el coeficiente de restitución y la altura que alcanza en el tercer rebote. [Rta:  **$k = 0,75$ ;  $h = 46 \text{ cm}$** ]

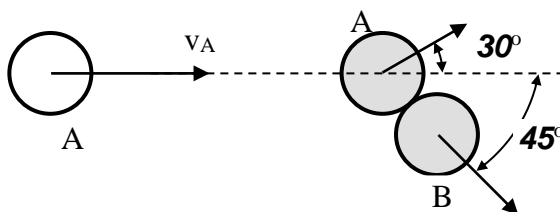
3.28 Una esfera de **1,2 kg** cae verticalmente y choca con una superficie horizontal. Inmediatamente antes del choque su velocidad es de **20 m/s**. Si el coeficiente de restitución vale **0,9**, calcule la velocidad con que rebota y la variación de la energía cinética. [Rta:  **$v = 18 \text{ m/s}$ ;  $\Delta E_c = -45,6 \text{ J}$** ]

3.29 Un bloque de **498 kg** de masa se mueve sobre un plano horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético entre ambos es **0,2**. En el instante en que su velocidad tiene módulo **2 m/s** es alcanzado por un proyectil de masa **2 kg** que se mueve horizontalmente con velocidad de igual recta de acción, sentido contrario y módulo **98 m/s**, quedando incrustado en el bloque. a) ¿Cuánto se desplazan después del impacto hasta detenerse? b) ¿Qué tiempo emplean?. [Rta:  **$d = 65 \text{ cm}$ ;  $t = 0,8 \text{ s}$** ]

3.30 Dos patinadores sobre hielo se acercan uno al otro en ángulo recto. El patinador A tiene una masa de **50 kg** y viaja en la dirección y sentido de **+x** a **2 m/s**. El B tiene una masa de **70 kg** y se mueve según **+y** a **1,5 m/s**. Chocan y quedan unidos. Encuentre (a) La velocidad final de la pareja, y (b) la pérdida de energía cinética por el choque. [Rta: a)  **$|\vec{v}'| = 1,21 \text{ m/s}$** ; b)  **$\Delta E_c = -90,9 \text{ J}$** ]

3.31 Una partícula de masa  **$m_1 = 8 \text{ kg}$**  moviéndose con velocidad  **$\vec{v}_1 = 10 \text{ m/s} \hat{i}$**  choca plásticamente con otra de masa  **$m_2 = 10 \text{ kg}$**  que se mueve con una velocidad  **$v_2 = 10 \text{ m/s}$**  que forma un ángulo de  **$60^\circ$**  con el eje **x**. Calcule: a) La velocidad final de ambas partículas; b) La variación de la energía cinética en el choque. [Rta: a)  **$\vec{v}' = (7,2\hat{i} + 4,8\hat{j}) \text{ m/s}$** ; b)  **$\Delta E_c = -220 \text{ J}$** ]

3.32 Un disco de hockey B descansa sobre hielo liso, y es golpeado por otro disco A, que viajaba a **40 m/s**, y se desvía  **$30^\circ$**  con respecto a su dirección original. El disco B adquiere

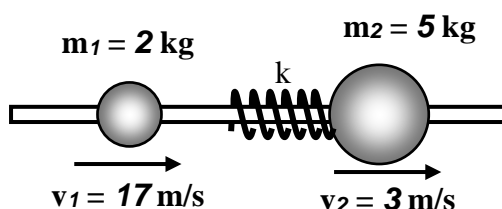


una velocidad a  **$45^\circ$**  con respecto a la velocidad original de A. Los discos tienen la misma masa. a) calcule la rapidez de cada disco después del choque; b) ¿qué fracción de la ener-

gía cinética original de A se disipa durante el choque? [Rta: a)  $v'_A = 29,3 \text{ m/s}$ ;  $v'_B = 20,7 \text{ m/s}$ ; b)  $\frac{\Delta E_c}{E_c} = 0,196$ ]

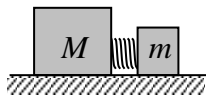
### PROBLEMAS INTEGRADORES

3.33 Dos partículas son libres de moverse sobre una guía horizontal libre de fricción. La partícula con la masa más pequeña está moviéndose con una rapidez de **17 m/s** y



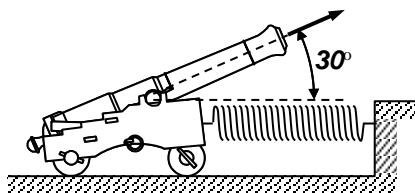
alcanza a la partícula más grande, la cual se mueve en el mismo sentido con una rapidez de **3 m/s**. La partícula más grande tiene un resorte ideal sin masa ( $k = 4480 \text{ N/m}$ ) sujeto en el lado por el que se aproxima la partícula pequeña, como se muestra en el diagrama. a) ¿Cuál es la máxima compresión del resorte cuando colisionan las dos partículas? b) ¿Cuáles son las velocidades finales de las partículas? [Rta.: a)  $\Delta x = 0,25 \text{ m}$ ; b)  $v'_1 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $v'_2 = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]

3.34 Entre dos cuerpos  $M = 30 \text{ kg}$  y  $m = 20 \text{ kg}$  se coloca un resorte comprimido. Al liberarse el resorte, el cuerpo  $M$  se desplaza por el plano horizontal siendo frenado por las fuer-



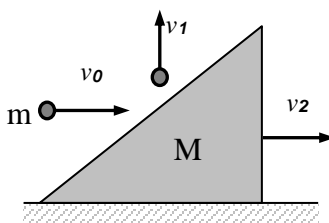
zas de rozamiento al cabo de **20 cm**. Si el coeficiente de rozamiento es el mismo para ambos cuerpos; ¿cuánto se desplaza el cuerpo  $m$ ? [Rta: **45 cm**]

3.35 Un cañón se une rigidamente a una cureña, que tiene ruedas para moverse a lo largo de rieles horizontales, pero que está vinculada a un muro por medio de un gran resorte de



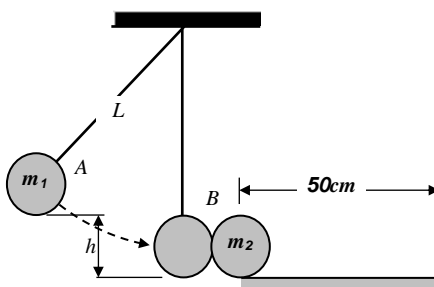
constante elástica  $k = 25 \text{ kN/m}$ . El cañón dispara un proyectil de **200 kg** a una velocidad de **200 m/s** con una inclinación de **30°** sobre la horizontal. Si la masa del cañón y su cureña es de **5000 kg**: a) encuentre la velocidad inicial de retroceso del cañón y b) determine la elongación máxima del resorte. [Rta: a)  $\vec{v} = -6,93 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$  b)  $\Delta x = 3,1 \text{ m}$ ]

3.36 Sobre un plano horizontal descansa un cuerpo de masa  $M$  con forma de plano incli-



nado. Con él choca elásticamente una bola de masa  $m$  que fue lanzada horizontalmente con velocidad  $v_0$ . Como resultado del choque, la bola rebota hacia arriba con velocidad  $v_1$  mientras que el otro cuerpo desliza sin rozamiento con velocidad  $v_2$  a lo largo del plano horizontal; a) ¿se conserva la energía durante el choque?; b) ¿se conserva la cantidad de movimiento?. Justifique.

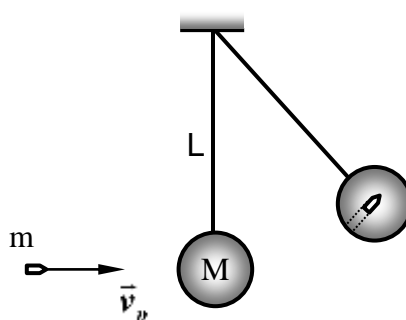
3.37 Una bola de masa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  está suspendida en reposo en la posición A como muestra la figura. Al caer golpea elásticamente en B con otra bola de masa  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , inicialmente



te en reposo sobre un plano horizontal. Si ésta, después del golpe, recorre **50 cm** sobre una superficie horizontal rugosa ( $\mu = 0,2$ ) y se detiene, calcule: a) la altura inicial de  $m_1$ ; b) la velocidad de  $m_1$  inmediatamente antes del impacto; c) La velocidad angular instantánea del conjunto *cuerda – masa* en esta última posición, si la cuerda tiene un largo  $L = 1 \text{ m}$ . [Rta.:  $h = 0,06 \text{ m}$ ;  $v_1 = 1,1 \text{ m/s}$ ;  $\omega = 1,1 \text{ s}^{-1}$ ]

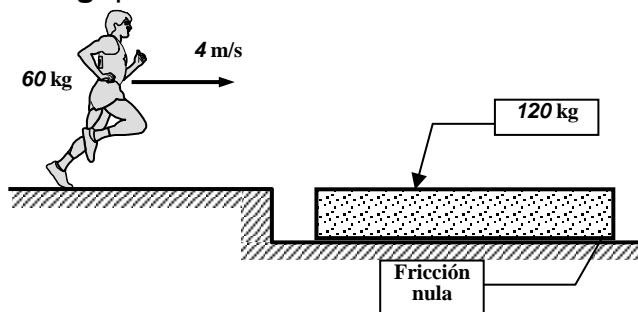
3.38 En un péndulo balístico la masa de la bala es de **12 g**, su velocidad inicial **240 m/s** y la masa del bloque **2 kg**. Calcule: a) La energía cinética del sistema antes y justo después del choque; b) la altura  $h$  a la que se eleva el sistema. [Rta: a)  $E_{co} = 346 \text{ J}$ ,  $E_{cf} = 2,06 \text{ J}$ ; b)  $h = 10,4 \text{ cm}$ ]

3.39 Un bloque de masa  $M = 1 \text{ kg}$ , está suspendido de una cuerda de longitud **1 m**, como se muestra en la figura. Un proyectil de masa  $m = 20 \text{ g}$  choca contra el bloque



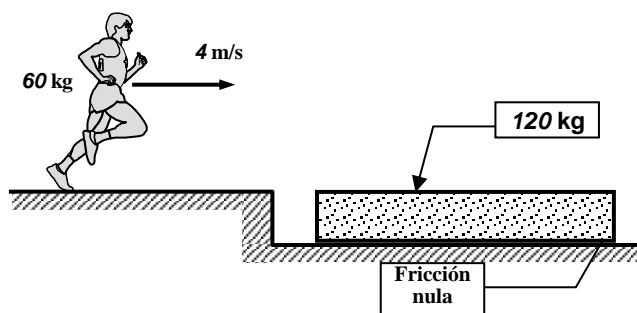
incrustándose. a) Si la cuerda llega a apartarse **30°** de la dirección vertical, determine la velocidad inicial del proyectil. b) Determine qué masa debería tener un proyectil que choque plásticamente contra el bloque M, con la misma velocidad calculada en a) para que luego del impacto, el conjunto alcance a dar una vuelta completa alrededor del punto de suspensión. [Rta.: a)  $v_0 = 82,7 \text{ m/s}$ ; b)  $m = 93 \text{ g}$ ].

3.40 Una persona de **60 kg** que corre a una velocidad de **4 m/s** salta sobre una plataforma



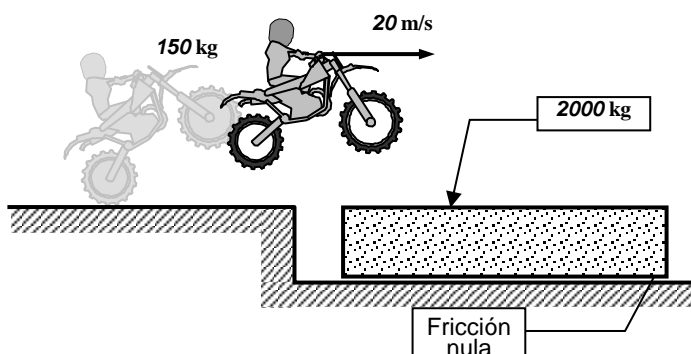
de **120 kg** inicialmente en reposo. El corredor se desliza sobre la superficie de la plataforma y por último se detiene respecto de ésta. El coeficiente de fricción cinético entre el gimnasta y la plataforma es  $\mu = 0,40$  y la fricción entre la plataforma y el suelo puede despreciarse (el piso donde se apoya la plataforma es de hielo). a) Determine la velocidad final del conjunto en relación con la Tierra; b) encuentre la fuerza de fricción ejercida sobre el atleta mientras se desliza; c) ¿qué distancia con respecto a la Tierra actúa la fuerza de fricción sobre éste?. [Rta.: a)  $\dot{v} = 1,33 \text{ m/s}$ ; b)  $f = 235 \text{ N}$ ; c)  $\Delta x = 1,81 \text{ m}$ ]

3.41 Un atleta de **60 kg** que corre a una velocidad de **4 m/s** salta sobre una plataforma de **120 kg** inicialmente en reposo. El corredor se desliza sobre la superficie de la plataforma y



por último se detiene respecto de ésta. El coeficiente de fricción cinético entre ambos es  $\mu = 0,40$  y la fricción entre la plataforma y el suelo puede despreciarse (el piso donde se apoya la plataforma es de hielo). a) Encuentre el cambio de energía cinética del atleta; b) Encuentre el cambio de energía cinética de la plataforma; c) Explique por qué difieren las respuestas de (a) y (b). [Rta.:  $\Delta E_{cA} = -427 \text{ J}$ ; b)  $\Delta E_{cP} = 106 \text{ J}$ ]

3.42 Un corredor de motocross que corre a una velocidad de **20 m/s** salta sobre una plataforma de **2000 kg** inicialmente en reposo. El motociclista aplica los frenos y se desliza un



trazo sobre la superficie de la plataforma y por último se detiene respecto de ésta. El coeficiente de fricción cinético entre la motocicleta y la plataforma es  $\mu = 0,80$  y la fricción entre la plataforma y el suelo puede despreciarse (el piso donde se apoya la plataforma es de hielo). a) Determine el cambio en el momento lineal del corredor y el cambio en la plataforma; b) determine el desplazamiento del corredor y su máquina en relación con la Tierra mientras se desliza sobre la superficie; c) ¿cuál es el desplazamiento de la plataforma con respecto a la Tierra mientras las ruedas de la moto aún se deslizan?. [Rta.: a)

$$\Delta p_M = -2790 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}; \Delta p_P = 2790 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}; \text{ b) } \Delta x_{\text{moto}} = 25,4 \text{ m}; \Delta x_{\text{plataf.}} = 1,65 \text{ m}]$$

### **MOMENTO ANGULAR DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS – MOMENTO DE INERCIA:**

3.43 Cuatro partículas de masa  $m$ , unidas por varillas sin masa, están ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado  $a$ . Calcule el momento de inercia del sistema: a) con respecto

a un eje perpendicular al plano del cuadrado y que pasa por su centro; b) Con respecto a un eje perpendicular al plano del cuadrado y que pasa por una de las partículas. [Rta: a)  $I_{AA} = 2ma^2$ ; b)  $I_{BB} = 4ma^2$ ]

3.44 Dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$  están unidas por una barra sin masa de longitud  $L$ , a) encuentre la expresión para el momento de inercia de ese sistema con respecto a un eje perpendicular a la barra que pasa por un punto situado en la posición  $x_1$  con respecto a la masa  $m_1$ ; b) demuestre que el momento de inercia es mínimo cuando el eje pasa por el centro de masa del sistema.

3.45 Dos partículas de masa  $m$  iguales se mueven en direcciones opuestas a lo largo de dos rectas paralelas separadas por una distancia  $d$ , con la misma rapidez  $v$ . Demuestre que el módulo del momento angular total de las dos partículas respecto a cualquier punto del plano es:  $L = mvd$ .

3.46 Calcule el momento angular (momento de la cantidad de movimiento) que posee una partícula de masa **4,1 kg** en el instante en que su posición es  $\vec{r} = (-3,5\hat{i} + 1,4\hat{j})\text{m}$  y su velocidad  $\vec{v} = (-2,0\hat{i} - 6,3\hat{j})\text{m/s}$ . (Rta:  $\vec{L} = 102\text{ kg } \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \hat{k}$ )

3.47 Una partícula de masa **3 kg** se mueve con velocidad  $\vec{v} = 3\text{ m/s } \hat{i}$  a lo largo de la línea coordenada  $y = 5,3\text{ m}$ ; a) determine el momento angular relativo al origen cuando la partícula pasa por la posición  $x = 12\text{ m}$ ; b) Se aplica a la partícula una fuerza  $\vec{F} = -3\text{ N } \hat{i}$ . Determine el momento producido por esta fuerza con respecto al origen. [Rta:  $\vec{L} = -47,7\text{ kg } \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \hat{k}$ ;  $\vec{M} = 15,9\text{ Nm } \hat{k}$ ]

3.48 El vector posición de una partícula de masa **3 kg** viene dado por  $\vec{r} = 4\hat{i} + 3t^2\hat{j}$  [ $\text{m}; \text{s}$ ]. Determine el momento angular y el momento que actúa sobre la partícula con respecto al origen. [Rta:  $\vec{L} = 72 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} t \hat{k}$ ;  $\vec{M} = 72\text{ Nm } \hat{k}$ ]

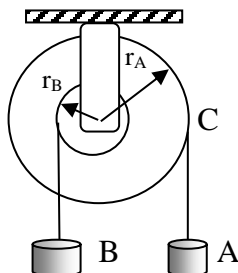
3.49 Una partícula de **1,8 kg** se mueve en una circunferencia de radio  $R = 3,4\text{ m}$ . El módulo de su momento angular relativo al centro es función del tiempo según  $L = 4\text{ Nm} \cdot t$ ; a) determine el módulo del momento actuante; b) determine la velocidad angular de la partícula en función del tiempo. [Rta:  $M = 4\text{ Nm}$ ;  $\omega_{(t)} = 0,19 \frac{1}{\text{s}^2} t$ ]

3.50 Determine el momento angular de un barco de masa  $6 \cdot 10^6\text{ kg}$  que se encuentra anclado en un punto a los **40°** de latitud sur, con respecto al centro de ese paralelo. Radio de la Tierra: **6370 km**. ¿En cuánto incrementará el momento angular si el barco se desplaza hasta el ecuador?. [Rta:  $L_{40} = 1,04 \times 10^{16} \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$ ;  $\Delta L = 7,32 \times 10^{15} \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$ ]

**UNIDAD 4 - CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO**

4.1 El movimiento de un disco que rota dentro de un baño de aceite, está definido por la relación  $\theta = t^3 - 2t^2 - 4t + 10$ , donde  $\theta$  se expresa en radianes y  $t$  en segundos. Determine la posición angular, la velocidad y la aceleración del disco cuando a)  $t = 0$ , y b) cuando  $t = 3$  s. [Rta: a)  $\theta = 10$  rad;  $\omega = -4$  s<sup>-1</sup>;  $\alpha = -4$  s<sup>-2</sup> b)  $\theta = 7$  rad;  $\omega = 11$  s<sup>-1</sup>;  $\alpha = 14$  s<sup>-2</sup>]

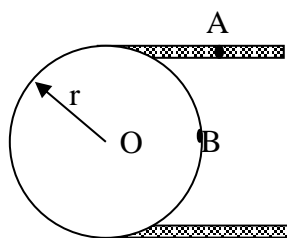
4.2 La figura muestra una polea compuesta y dos cargas A y B sujetas en los extremos



de cuerdas inextensibles. Si la carga A tiene una aceleración  $a_A = 0,3$  m/s<sup>2</sup> constante, y una velocidad inicial  $V_{0A} = 0,15$  m/s (ambas con sentido hacia arriba), determine: a) la cantidad de vueltas dada por la polea en los primeros 3 segundos; b) la velocidad  $V_B$  y la posición  $S_B$  de la carga B al cabo de los primeros 3 segundos; c) la aceleración del punto C en la periferia de la polea, en  $t = 0$ . Datos:  $r_A = 5$  cm y  $r_B = 3$  cm [Rtas: a) Cantidad de vueltas: **5,72**; b)  $V_B = 0,63$  m/s ;  $S_B = 1,08$  m; c)  $a_C = 0,54$  m/s<sup>2</sup>, con  $\theta = 33^\circ 41'$ ]

4.3 La Tierra da una vuelta completa alrededor del sol en **365,24** días. Suponiendo que la órbita de la Tierra es circular y tiene un radio de  $1,5 \times 10^8$  km, determine la velocidad tangencial y la aceleración normal de la Tierra [Rtas:  $V = 29.866$  m/s ;  $a = 0,00594$  m/s<sup>2</sup>]

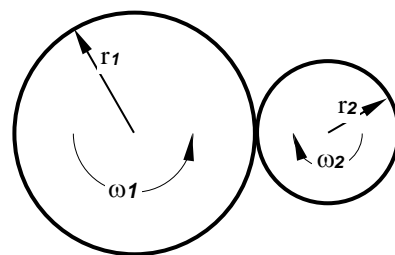
4.4 La figura muestra una polea de radio  $r = 4$  cm., sobre cuyo perímetro se encuentra



montada una correa. Para el instante que se muestra en la figura, el punto A tiene una velocidad  $V = 8$  cm/s dirigida hacia la derecha, y una aceleración  $a = 12$  cm/s<sup>2</sup>, dirigida hacia la izquierda. Determine: a) La velocidad y la aceleración angular de la rueda. b) La aceleración total del punto B [Rtas: a)  $\omega = 2$  s<sup>-1</sup>  $\alpha = 3$  s<sup>-2</sup> ; b)  $a_T = 0,20$  m/s<sup>2</sup>;  $\theta = 36,87^\circ$ ]

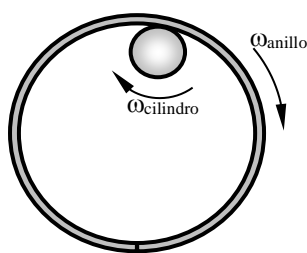
4.5 Dos discos están en contacto en la forma indicada por la figura. Cada uno de ellos puede rotar libremente alrededor de su propio eje, que está fijo. Determine la relación entre sus velocidades angulares si no existe resbalamiento entre ellos.

[Rta:  $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$ ]



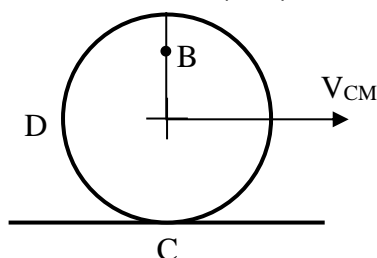


4.6 El anillo de la figura tiene un diámetro interno de **0,12 m** y se apoya en un cilindro de **0,04 m** de diámetro, que gira con una velocidad angular constante de  **$30 \text{ s}^{-1}$** . Si no hay desli-



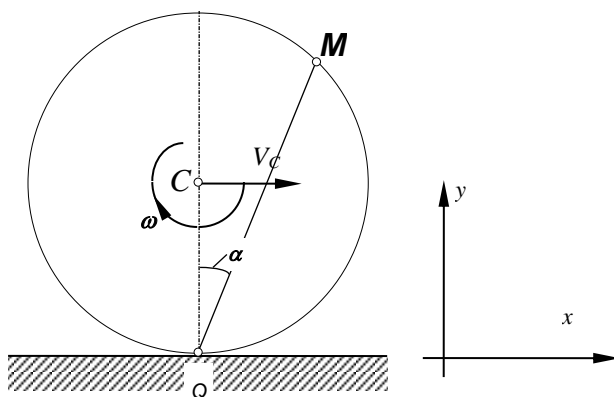
zamamiento entre el anillo y el cilindro, calcule la velocidad angular del anillo. [Rta:  $\omega_a = 10 \text{ s}^{-1}$ ]

4.7 La figura muestra un cilindro homogéneo que rueda sobre una superficie horizontal. La velocidad de su centro de masa es  $V_{CM} = 1,2 \text{ (m/s)}$ . Determine la velocidad angular  $\omega$  y



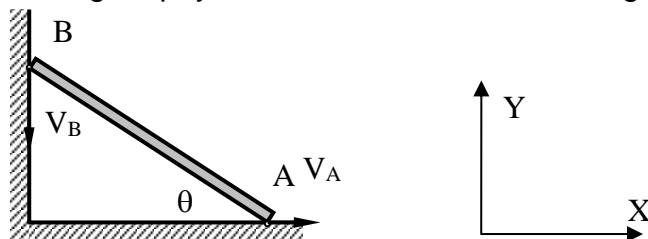
las velocidades en los puntos B, C y D. Datos: Radio del cilindro  $R = 15 \text{ cm}$ . El punto B se encuentra a **10 cm** por encima del centro de masa O [Rtas:  $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$   $V_B = 2 \text{ m/s}$ ;  $V_C = 0$ ;  $V_D = 1,7 \text{ m/s}$ ]

4.8 Encuentre la velocidad del punto M de la figura, que está ubicado en la superficie de



un cilindro que rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Los datos son: la velocidad del Centro de Masa del cilindro ( $V_C$ ), y el ángulo  $\alpha$ . [Rta.:  $\vec{V}_M = 2.V_C \cdot \cos \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \hat{i} - \sin \alpha \cdot \hat{j})$ ; además  $|V_M| = 2.V_C \cdot \cos \alpha$ ]

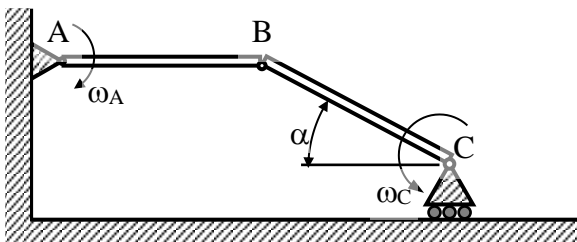
4.9 La barra, de **2m** de largo, apoyada como se muestra en la figura, se desliza siendo la



velocidad del extremo A de **3 m/s** cuando el ángulo  $\theta$  es de  **$30^\circ$** . Calcule a) la posición del eje

instantáneo de rotación y b) la velocidad del extremo B. [Rtas.: a)  $\vec{r}_{EIR} = (1,73\hat{i} + 1\hat{j})\text{m}$  ; b)  $V_B = 5,19\text{ m/s}$ ]

4.10 La barra AB gira con una velocidad angular  $\omega_A = 10\text{ s}^{-1}$ , como se indica en la figura.



Calcule la velocidad angular de la barra BC y la velocidad horizontal del punto C. Datos:  $AB = 0,4\text{ m}$ ;  $BC = 0,8\text{ m}$ ;  $\alpha = 53^\circ$ , [Rta.:  $\omega_C = 8,33\text{ s}^{-1}$ ;  $V_C = 5,33\text{ m/s}$ ]

**UNIDAD 5 - DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO****MOMENTO DE INERCIA**

5.1- Calcule el momento de inercia de un cilindro de radio **R** y masa **m** con respecto a su eje longitudinal en los siguientes casos:

- i) El cilindro es macizo.
- ii) El cilindro es hueco con su radio interno de **R<sub>i</sub>**.

5.2 Calcule el momento de inercia de una esfera maciza de radio **10 cm** y masa **5 kg** con respecto a un eje que pasa por su centro. ¿Como cambia el momento de inercia si la esfera es hueca?

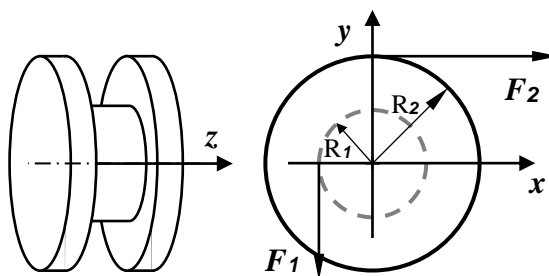
5.3 Halle la expresión del momento de inercia de una varilla delgada de longitud **L** y masa **m** calculado desde: a) un eje que pasa por su centro de masa y es perpendicular al eje longitudinal. b) un eje que pasa por uno de sus extremos, también perpendicular al eje longitudinal.

5.4 Halle la expresión del momento de inercia de una lámina rectangular muy delgada de longitud **L** y ancho **b** de masa **m** desde: a) un eje longitudinal que pasa por su centro de masa. b) un eje perpendicular que pasa por su centro de masa.

**MOMENTOS DE FUERZAS Y ACELERACIÓN ANGULAR**

5.5 Cuando se define el momento de una fuerza,  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$  ¿ $\vec{r}$  es el brazo de palanca? Explique utilizando un esquema. [Rta.: no; ]  $d = |\vec{r}| \sin \theta$

5.6 Un carretel de una sola pieza tiene la forma indicada en la figura, y tiene la libertad de girar alrededor de su eje. Una cuerda arrollada alrededor del tambor de radio **R<sub>1</sub>** ejerce una

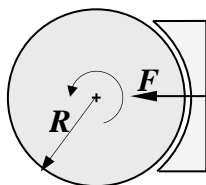


fuerza **F<sub>1</sub>** hacia abajo, y otra arrollada alrededor de uno de los discos de radio **R<sub>2</sub>**, hacia la derecha. ¿Cuál es el momento neto que actúa sobre el cilindro alrededor del eje de rotación. [Rta.:  $\vec{M} = (|F_1| \cdot R_1 - |F_2| \cdot R_2)$ ]

5.7 Sobre un cuerpo rígido inicialmente en reposo comienzan a actuar dos fuerzas de igual módulo, paralelas y de sentido contrario. Describa cualitativamente cuáles son las características del movimiento del cuerpo. [Rta.: *MCUV con aceleración angular directamente proporcional al momento de la cupla; el eje de rotación pasa por el CM*]

5.8 Si un cuerpo está rotando, ¿necesariamente debe haber un momento aplicado sobre él?. Justifique [Rta.: *no*]

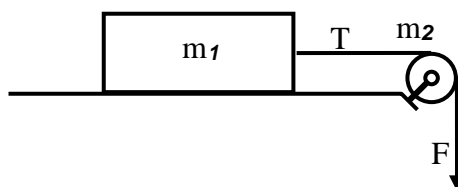
5.9 Un cilindro homogéneo de **0,3m** de radio y **10kg** de masa gira a **300r.p.m.** Mediante



un freno de zapata se ejerce sobre el mismo una fuerza  **$F = 10\text{ N}$**  en dirección radial. Si el coeficiente de rozamiento es  **$\mu = 0,2$** . Calcule el número de vueltas que gira hasta detenerse. (Rta:  **$N = 59$  vueltas**).

5.10 Un volante cilíndrico macizo pesa **9800 N**, tiene un radio de **0,5m** y gira a razón de **60 r.p.m.** Si durante **10s** se le aplica una cupla de momento  **$M = 98\text{ Nm}$**  en el sentido de rotación, ¿Cuál será su número de revoluciones por minuto final?. [Rta:  **$n = 135\text{ rpm}$** ]

5.11 En el sistema de la figura  **$m_1 = 20\text{ kg}$** ;  **$m_2 = 40\text{ kg}$**  y  **$F = 200\text{ N}$** .



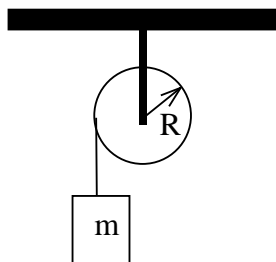
a) Determine la aceleración lineal y la tensión  **$T$**  en el hilo. [Rta.:  **$T = 100\text{ N}$** ;  **$a = 5\text{ m/s}^2$** ]

b) Se reemplaza  **$F$**  por un cuerpo  **$m_3$**  de peso igual a **200 N**; calcule la aceleración del sistema y las tensiones en la cuerda. [Rta.:  **$a = 3,3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$** ;  **$T = 66,2\text{ N}$** ;  **$T' = 132,4\text{ N}$** ]

c) Ídem b), pero ahora existe rozamiento entre  **$m_1$**  y el plano siendo los coeficientes de rozamiento  **$\mu_e = 0,2$**  y  **$\mu_d = 0,1$** . [Rta.:  **$a = 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$** ;  **$T = 79,4\text{ N}$** ;  **$T' = 138,9\text{ N}$** ]

d) Con los mismos coeficientes que el ítem C, determine cual debe ser el máximo peso de  **$m_3$**  para que el sistema permanezca en equilibrio. [Rta.:  **$P_{3\text{MÁX}} = 39,2\text{ N}$** ]

5.12 Un cuerpo de **2kg** de masa cae, suspendido de un hilo que se desenrolla de una polea cilíndrica con una aceleración  **$a = 6\text{ m/s}^2$** . Si el radio de la polea es  **$R = 0,20\text{ m}$** . ¿Cuál es el

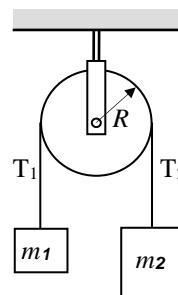


valor del momento de inercia de la misma?. Analice el caso en que: i) se duplica el radio de la polea. ii) se duplica la masa del cuerpo. [Rta.:  **$I = 50,6 \cdot 10^{-3}\text{ kgm}^2$** ]

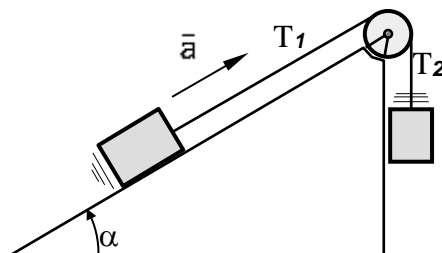
5.13 Para el sistema mostrado en la figura deduzca, despreciando el rozamiento, la expresión del módulo de la aceleración del sistema. Los datos son:  **$m_1$** ,  **$m_2$** ,  **$m_{\text{polea}}$** ,  **$g$** . Calcule las tensión para los siguientes valores:  **$m_1 = 80$**

**kg**,  **$m_2 = 150\text{ kg}$** ,  **$m_{\text{polea}} = 50\text{ kg}$** . [Rta.:  **$\vec{a} = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m_p}$** ;  **$T_1 = 999\text{ N}$** ;  **$T_2 =$**

**1067 N**]

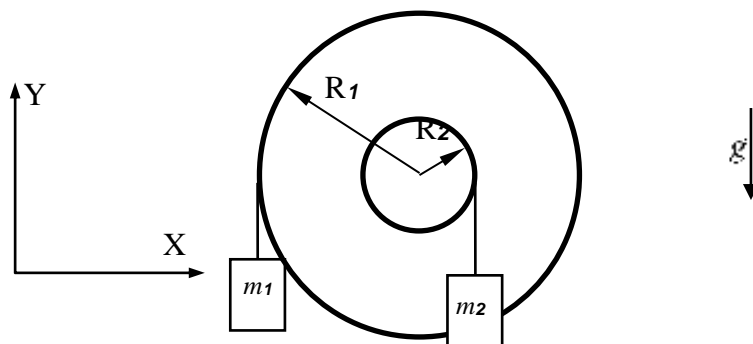


5.14 Los bloques mostrados en la figura están unidos entre sí por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea cilíndrica de radio  $R = 0,25 \text{ m}$  y momento de inercia  $I$ . El bloque sobre el plano inclinado se mueve con una aceleración constante de módulo  $a = 2$



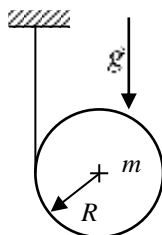
$\text{m/s}^2$ . Suponiendo que la cuerda es inextensible: a) determine los esfuerzos en ambos tramos de la cuerda ( $T_1$  y  $T_2$ ), y b) encuentre el momento de inercia de la polea si  $m_1 = m_2 = 10 \text{ kg}$ , y  $\alpha = 30^\circ$ . [Rta.:  $I = 0,28 \text{ kgm}^2$ ;  $T_1 = 69 \text{ N}$ ;  $T_2 = 78 \text{ N}$ ]

5.15 Dos masas cuelgan de dos cuerdas unidas a una polea doble capaz de girar alrededor de su eje. El momento de inercia de la polea es de  $40 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Los radios son  $R_1 = 1,2 \text{ m}$



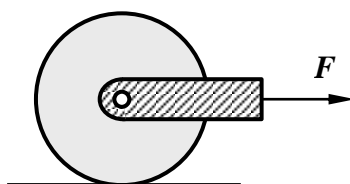
y  $R_2 = 0,4 \text{ m}$ : a)- Si  $m_1 = 24 \text{ kg}$ , calcule el valor de  $m_2$  para que el sistema esté en equilibrio. b)- Si a la masa  $m_2$  se le agregan  $12 \text{ kg}$ , calcule la aceleración angular de la polea, la aceleración de cada masa y la tensión en las cuerdas. [Rta.: a)  $m_2 = 72 \text{ kg}$ ; b)  $\vec{\epsilon} = -0,53 \frac{1}{\text{s}^2} \hat{k}$ ,  $T_1 = 250 \text{ N}$ ,  $T_2 = 805 \text{ N}$ ]

5.16 Calcule el esfuerzo en la cuerda enrollada en el cilindro y la aceleración de éste



cuando cae como un yo-yo. La cuerda es inextensible y sin masa; el cilindro es homogéneo, de  $5 \text{ kg}$  de masa. [Rta.:  $T = 16,3 \text{ N}$ ;  $a = 6,53 \text{ m/s}^2$ ]

5.17 Una fuerza  $F$  actúa sobre el centro de masa de un disco uniforme de masa  $M = 2 \text{ kg}$

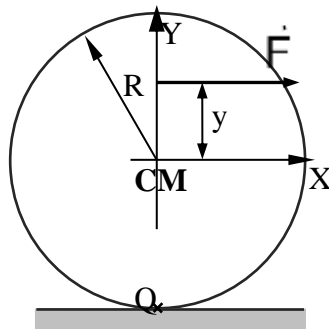


y radio  $R = 30 \text{ cm}$  que rueda sobre una superficie horizontal. Determine: a) La fuerza de fricción que actúa en el punto de contacto, cuando la fuerza  $F$  aplicada es de  $3 \text{ Newton}$ ; b) el

valor máximo de  $F$  para el cual el disco pueda rodar sin resbalar, considerando  $\mu = 0,2$ .  
[Rta.: a)  $f = 1 \text{ N}$ ; b)  $F_{\text{MÁX}} = 11,76 \text{ N}$ ]

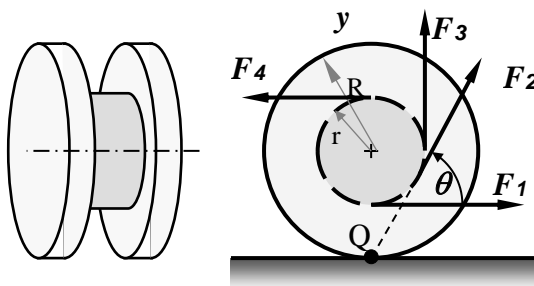
5.18 ¿Porqué al cambiar el eje de rotación de un cuerpo, en general debe considerarse otro valor de su momento de inercia?. Justifique (puede dar un ejemplo).

5.19 Un cilindro homogéneo de radio  $R = 10 \text{ cm}$  se encuentra apoyado y en reposo sobre



un plano horizontal sin rozamiento. Se desea hacerlo rodar sin resbalar sobre el plano. ¿a qué altura, medida desde el **CM**, se debe aplicar la fuerza?. (Rta.:  $y = 5 \text{ cm}$ )

5.20 La figura muestra un carretel para alambre que puede rodar sin deslizar sobre la su-

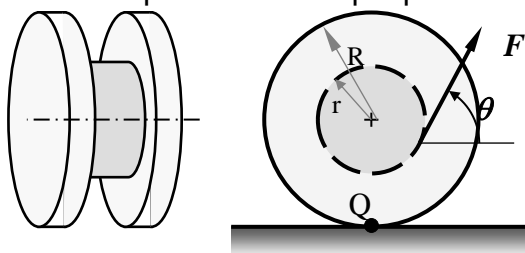


perficie horizontal indicada. Se puede tirar del alambre en las direcciones indicadas por medio de las fuerzas  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$ . Se conocen las masas de los cilindros que componen el carretel, y los radios del cilindro interno  $r$ , y del cilindro externo  $R$ . Encuentre el sentido y el módulo de la aceleración del **CM** del carretel para cada una de las fuerzas aplicadas. [Rta.:

$F_1 \rightarrow a_{\text{CM}} = \frac{F_1 \cdot (R - r) \cdot R}{I_Q}$  sentido horario;  $F_2 \rightarrow$  no rueda;  $F_3 \rightarrow a_{\text{CM}} = \frac{F_3 \cdot r \cdot R}{I_Q}$  sentido antihorario;

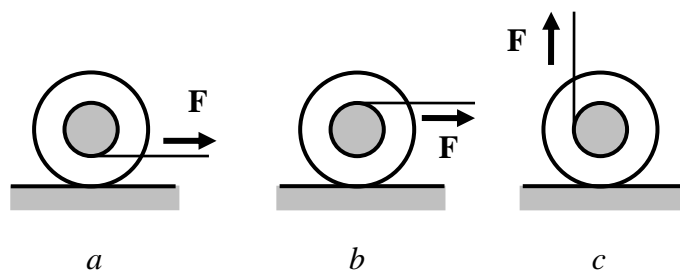
$F_4 \rightarrow a_{\text{CM}} = \frac{F_4 \cdot (R + r) \cdot R}{I_Q}$  sentido antihorario. En todos los casos se ha supuesto que los valores de  $F_n$  se encuentran dentro de los límites que conservan la rodadura]

5.21 La figura muestra un carretel para alambre que puede rodar sin deslizar sobre la su-



perficie horizontal indicada. El ángulo entre la fuerza aplicada y una línea horizontal puede variar. Demuestre que si se tira del alambre con la fuerza  $F$  mostrada, el ángulo para el cual el carretel permanece en reposo está dado por  $\cos \theta = \frac{r}{R}$

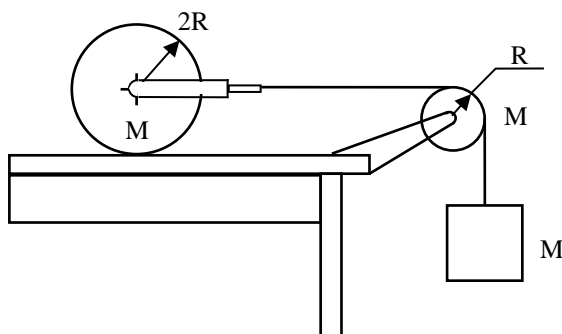
5.22 La figura muestra tres ruedas de Maxwell (yo-yo) idénticas inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Se tira del cordel de cada una de ellas en la dirección indicada. Siempre hay suficiente fricción para que el yo-yo ruede sin resbalar.



Calcule la  $a_{CM}$  de cada uno, en función de  $F$ , que se encuentra aplicada a una distancia  $r < \frac{R}{2}$  del eje. Dibuje un diagrama del cuerpo libre para cada yoyo. 1) ¿En qué dirección girará cada yo-yo?; 2) Calcule la aceleración del centro de masa y el valor de la fuerza de roce en cada caso. Suponga que la rueda es un cilindro macizo de masa  $m$  y radio  $R$  [Rta.1) Todos rotan en sentido horario]  $\left[ \text{Rta.2) : a) } a_{CM} = \frac{2F(R-r)}{3mR}, f_c = F\left(\frac{R+2r}{3R}\right) \right]$

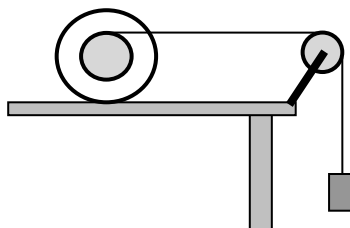
$$\left[ \text{Rta.2) : b) } a_{CM} = \frac{2F(R+r)}{3mR}, f_c = F\left(\frac{R-2r}{3R}\right) \right] \left[ \text{Rta.2) : c) } a_{CM} = \frac{2Fr}{3mR}, f_c = \frac{2Fr}{3R} \right]$$

5.23 Un cilindro sólido uniforme de masa  $M$  y radio  $2R$  descansa sobre una mesa horizontal. Se ata un hilo mediante un yugo a un eje sin fricción que pasa por el centro



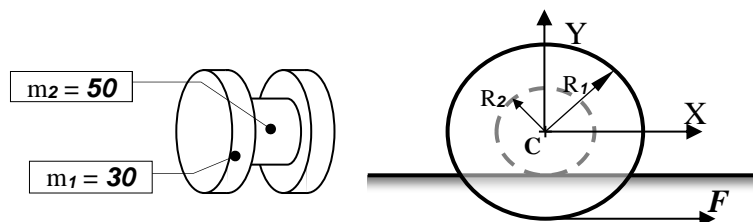
del cilindro de modo que éste puede girar. El hilo pasa por una polea con forma de disco de masa  $M$  y radio  $R$  montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque de masa  $M$  se suspende del extremo libre del hilo, ver figura. El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. Si el sistema se libera del reposo, ¿qué aceleración hacia abajo tendrá el bloque? [Rta :  $a = 3,27 \text{ m/s}^2$ ]

5.24 Un disco de radio  $R = 30 \text{ cm}$  rueda sin deslizar a lo largo de un plano horizontal; una cuerda, arrollada a una hendidura de  $15 \text{ cm}$  de radio, está unida a través de una



polea cilíndrica [ $r_p = 10 \text{ cm}$ ] a un bloque, que pende del extremo de la misma tal como se indica en la figura. Calcule la aceleración del centro de masa del disco. [Dato: las tres masas son de  $4 \text{ kg}$ ; considere al disco que rueda como un cilindro macizo.] [ Rta :  $a_{CM} = 3 \text{ m/s}^2$ ]

5.25 El carretel de la figura está formado por dos discos de masa  $m_1 = 30 \text{ kg}$  cada uno con radio  $R_1 = 1 \text{ m}$ , y un cilindro de masa  $m_2 = 50 \text{ kg}$  con radio  $R_2 = 0,5 \text{ m}$ , formando una sola pieza. Si se aplica al sistema formado una fuerza horizontal  $F = 70 \text{ N}$ , determine el valor numérico y el sentido de la aceleración, sabiendo que el cuerpo rueda sin deslizar sobre la

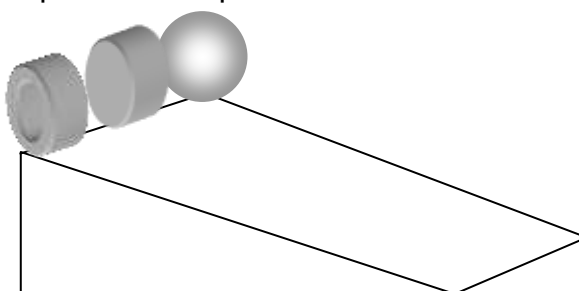


superficie horizontal rugosa de la figura. [Rta.:  $\vec{a} = -0,275 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \hat{i}$ ]

5.26 Si una esfera rueda sin resbalar por un plano inclinado, su movimiento es el resultado de la superposición de un MRUV del **CM** más un MCUV de la esfera alrededor del **CM**. Si el primero lo produce una fuerza aplicada al **CM**, ¿Qué fuerza produce el segundo?. [Rta.: la de rozamiento]

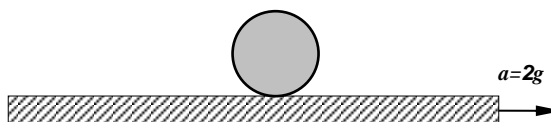
5.27 Para que un cilindro pueda rodar sin resbalar por un plano inclinado en un ángulo  $\alpha$ , es necesario que exista rozamiento entre ambas superficies. ¿Qué valor mínimo debe tener el coeficiente de fricción?. [Rta.:  $\mu_{\text{MIN}} = \frac{1}{3} \tan \alpha$ ]

5.28 Tres objetos de densidad uniforme, un cilindro hueco, otro macizo y una esfera maciza, se colocan en la parte superior de un plano inclinado. Si los tres se sueltan desde el re-



poso a la misma altura y ruedan sin deslizar, ¿cuál alcanza la parte inferior primero?, ¿cuál llega último?. Justificar. [Rta.: 1º la esfera; último el cilindro hueco]

5.29 Se le aplica una aceleración  $a = 2 \cdot g$  hacia la derecha a la plataforma que soporta al cilindro de masa  $m$  y radio  $R$ . Calcule: a) el mínimo valor del coeficiente de rozamiento que

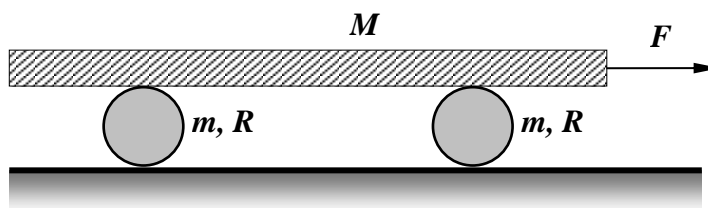


impida el deslizamiento; b) la aceleración angular del cilindro si el coeficiente de rozamiento es: 1)  $1/2$ ; 2)  $4/5$ . [Rta.: a)  $\mu_{\text{min}} = 2/3$ ; b)  $\alpha_1 = \frac{g}{R}$ ;  $\alpha_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{g}{R}$ ]

5.30 Un tablón que tiene una masa  $M = 6 \text{ kg}$  se transporta sobre dos rodillos cilíndricos idénticos, cada uno con un radio  $R = 5 \text{ cm}$  y masa  $m = 2 \text{ kg}$ . En el extremo del tablón se aplica una fuerza  $F = 6 \text{ N}$ , perpendicular a los ejes de los cilindros, que son paralelos. Los cilindros ruedan sin deslizar sobre una superficie plana horizontal. Tampoco hay deslizamiento entre el tablón y los rodillos. (a) Encuentre la aceleración del tablón y del **CM** de los



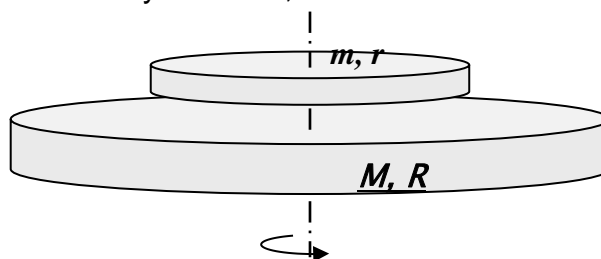
rodillos; (b) ¿cuál es el valor de las fuerzas de fricción sobre los rodillos?.



[Rta.: a)  $a_{tab} = 0,8 \frac{m}{s^2}$ ;  $a_{rod} = 0,4 \frac{m}{s^2}$ ; b)  $f_{tablón} = 0,6 \text{ N}$ ,  $f_{piso} = 0,2 \text{ N}$ ]

### **CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR**

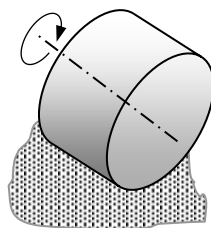
5.31 El disco superior de la figura, de masa ' $m$ ' y radio ' $r$ ', inicialmente en reposo, se deja caer sobre el inferior, de masa ' $M$ ' y radio ' $R$ ', inicialmente en rotación con velocidad angular



' $\omega_0$ ', de modo que coinciden sus ejes. Suponiendo que la suma los momentos exteriores es nula, encuentre la velocidad angular resultante del conjunto. [Rta.:  $\omega = \left( \frac{MR^2}{MR^2 + mr^2} \right) \omega_0$ ].

5.32 Una bola de billar recibe un impacto horizontal. Inmediatamente después del golpe el movimiento de la bola es de traslación, con una velocidad horizontal  $v_{cm}$ . Dicho movimiento, debido a la fricción con el paño, se transforma en rodadura pura; ¿cuál es la velocidad final de traslación?. [Rta.:  $v = \frac{5}{7} v_{cm}$ ]

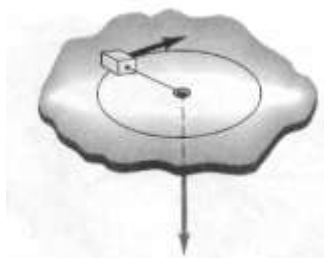
5.33 Un disco macizo uniforme se hace girar con una velocidad angular  $\omega_0$  alrededor de un eje que pasa por su **CM**. Con esa velocidad, se pone en contacto con una superficie plana



horizontal rugosa y se suelta, como muestra la figura. ¿Cuál es la velocidad angular del disco una vez que ocurre la rodadura pura?. [Rta.:  $\omega = \frac{1}{3} \cdot \omega_0$ ]

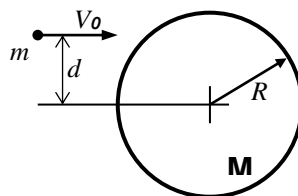
5.34 Una estación espacial en forma de rueda tiene un radio de **100 m** y un momento de inercia de  **$5 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$** . Una tripulación de **150** personas vive en el borde. La estación gira de manera que ellos experimentan una gravedad aparente igual a  **$g$** . Si **100** personas se mueven al centro de la estación, la velocidad angular de rotación cambia. ¿Qué gravedad aparente experimentan aquellos que permanecen en el borde?. Suponga una masa promedio de **65 kg** para cada miembro de la tripulación. [Rta.:  $g' = 12,3 \text{ m/s}^2$ ]

5.35 Un bloque de **0,03 kg** sobre una superficie horizontal sin fricción está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie. El bloque inicialmente está girando a una distancia de **0,2 m** del agujero con una velocidad angular de **1,75**



rad/s. Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a **0,1 m**. El bloque puede tratarse como una partícula. a) ¿Se conserva el momento angular? Explique. b) ¿Qué valor tiene ahora la velocidad angular? c) Calcule el cambio de energía cinética del bloque. d) ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar del cordón? [Rta.: b)  $\omega_f = 7 \text{ s}^{-1}$ ; c) y d)  $\Delta E_c = 5,5 \times 10^{-3} \text{ J}$ ]

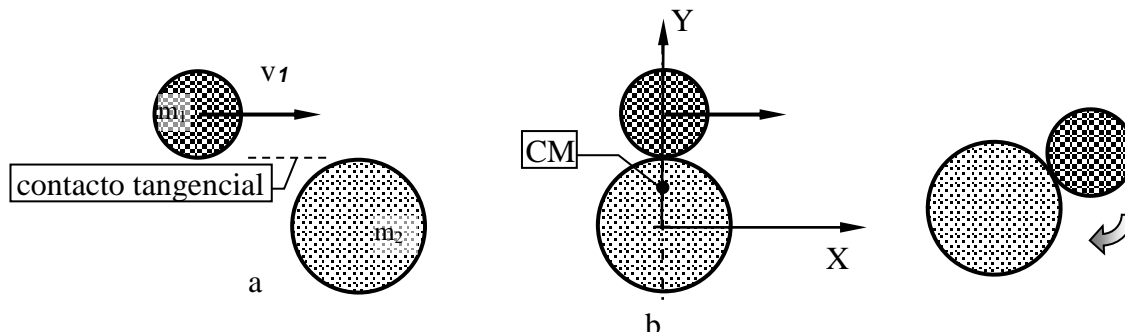
5.36 Un proyectil de masa  $m$  y velocidad  $v_0$  se dispara contra un cilindro homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$ , (ver la figura). El cilindro, inicialmente en reposo, está montado sobre un



eje fijo coincidente con su eje longitudinal. La trayectoria del proyectil es perpendicular a la generatriz en el punto de impacto, y está a una distancia  $d < R$  del eje de rotación del cilindro. Deduzca la expresión de la velocidad angular del sistema luego de que el proyectil hace impacto y se adhiere a la superficie. (considerar  $m \ll M$ )

$$\left( \text{Rta.: } \omega = \frac{m \cdot v_0 \cdot d}{\frac{1}{2} M \cdot R^2 + m \cdot R^2} \right)$$

5.37 Un disco de masa  $m_1 = 80 \text{ g}$  y **4 cm** de radio se desliza a lo largo de una mesa de aire con una velocidad  $v_1 = 1,5 \text{ m/s}$ , como muestra la figura en (a). Choca con un segundo disco de **6 cm** de radio y  $m_2 = 120 \text{ g}$  inicialmente detenido. Por un sistema de enganche los discos quedan unidos como muestra la figura en (b), y giran después del choque. a) ¿Cuál



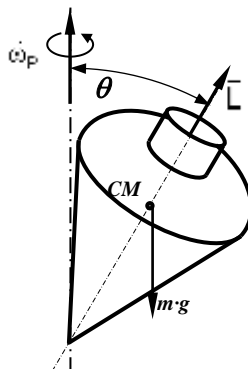
es su velocidad angular después del choque?; b) ¿cuál es la velocidad del **CM** del sistema?. [Rta.: a)  $\omega = 9,5 \text{ s}^{-1}$ ; b)  $v_{CM} = 0,6 \text{ m/s}$ ]

### MOVIMIENTO DE PRECESIÓN

5.38 Un giroscopio está formado por un disco de radio  $R = 48,7 \text{ cm}$  montado en el punto central de un eje de **12,2 cm** de longitud y **0,5 cm** de radio, de modo que pueda girar y pre-

cesar libremente. Su velocidad angular es de  $102,1 \text{ s}^{-1}$ . La masa del disco es de  $1,14 \text{ kg}$  y la masa del eje es de  $130 \text{ g}$ . Halle el tiempo requerido para una vuelta en su precesión si el eje está sujeto en un extremo y es horizontal. [Rta.:  $T = 114 \text{ s}$ ]

5.39 Un trompo gira a razón de  $28,6$  vueltas cada segundo en torno a un eje que forma un ángulo  $\theta$  con la vertical. Su masa es de  $492 \text{ g}$  y su momento de inercia con respecto a un



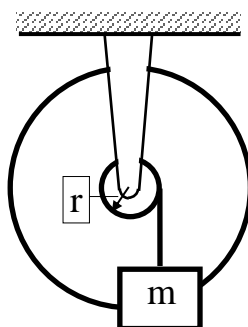
eje que coincide con el longitudinal  $I_{CM} = 5,12 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . El CM está a  $3,88 \text{ cm}$  del punto de apoyo del trompo. Halle la velocidad angular de precesión. [Rta.  $\omega_p = 2,03 \text{ s}^{-1}$ ]

### TRABAJO Y ENERGÍA MECÁNICA

5.40 Una esfera homogénea tiene una masa de  $1000 \text{ kg}$  y un radio de  $0,5 \text{ m}$ . Si gira alrededor de un eje baricéntrico a razón de  $36 \text{ r.p.m.}$ , calcule: a) Su energía cinética; b) Su momento cinético. Rta: a)  $E_c = 710 \text{ J}$ ; b)  $L = 377 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ .

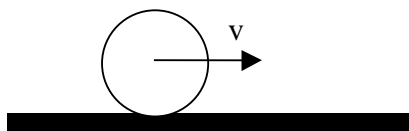
5.41 Un cilindro homogéneo de radio  $r = 1 \text{ m}$  y  $981 \text{ N}$  de peso se halla en reposo. Durante  $10$  vueltas se le aplica al mismo una cupla de momento  $M = 98 \text{ Nm}$ . Determine: a) La energía cinética del cilindro; b) Su velocidad angular. [Rta: a)  $E_c = 6157,5 \text{ J}$ ; b)  $\omega_2 = 15,69 \text{ s}^{-1}$ ]

5.42 Un cuerpo de masa  $m = 2 \text{ kg}$  (ver la figura) está unido a una cuerda muy liviana enrollada en el eje de un volante. El radio del eje es  $r = 4 \text{ cm}$  y se apoya en bujes sin fricción.



Cuando se abandona partiendo del reposo, el cuerpo desciende  $3 \text{ m}$  en  $8 \text{ s}$ . a) Calcule el momento de inercia del sistema eje - cilindro. b) Calcule la energía cinética del sistema eje - cilindro en el instante  $t = 5 \text{ s}$ . [Rta.: a)  $I = 0,33 \text{ kg m}^2$ ; b)  $E_c = 22,78 \text{ J}$ ]

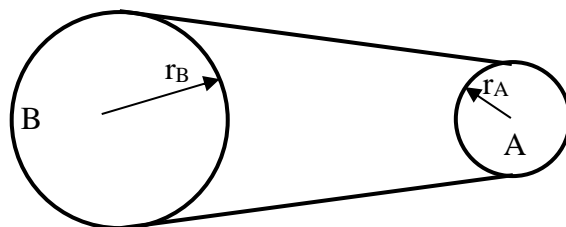
5.43 Un cilindro homogéneo rueda sin resbalar sobre un plano. Si su peso es de  $P = 1200 \text{ N}$  y la velocidad del eje  $v = 10 \text{ m/s}$ ; ¿cuál es el valor de la energía cinética total del ci-



lindro?. (Rta:  $E_C = 9183 \text{ J}$ ).

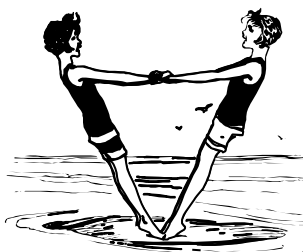
5.44 Una persona sentada sobre una silla giratoria extiende sus brazos hacia sus laterales y rota con una rapidez angular de  $0,75 \text{ s}^{-1}$ , que al cerrar los brazos se incrementa a  $1,25 \text{ s}^{-1}$ . Determine: a) En qué factor cambia el momento de inercia; b) En qué factor cambia la energía cinética. (ignore la fricción). [Rta.: a)  $\frac{I_2}{I_1} = 0,6$ ; b)  $\frac{E_{C2}}{E_{C1}} = 1,67$ ]

5.45 Dos ruedas A y B, están conectadas como indica la figura. El radio de B es tres veces el radio de A. ¿Cuál es la razón de sus momentos de inercia  $I_A/I_B$ , si a) ambas ruedas tienen iguales momentos angulares; b) Ambas ruedas tienen la misma energía de rotación. Suponga que las bandas no patinan. [Rta: a)  $I_A/I_B = 1/3$ ; b)  $I_A/I_B = 1/9$ ]



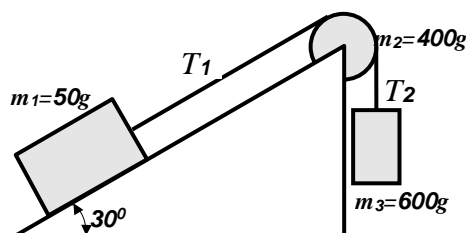
5.46 Un niño empuja un balón de  $0,6 \text{ kg}$  para que suba rodando una rampa larga. El balón puede considerarse como una esfera hueca de pared delgada. Cuando el niño suelta el balón en la base de la rampa, éste tiene una rapidez de  $10 \text{ m/s}$ . Cuando el balón vuelve a él después de subir la rampa y regresar rodando, tiene una rapidez de  $5 \text{ m/s}$ . Suponga que el trabajo efectuado por la fricción del aire sobre el balón es el mismo cuando sube o baja la rampa, y que el balón rueda sin resbalar. Calcule el máximo aumento en la altura vertical del balón al rodar por la rampa [  $h = 5,32 \text{ m}$  ]

5.47 Las dos jóvenes de la figura están girando alrededor de un eje vertical, tomadas de la mano. Si se acercan una a otra su velocidad de rotación aumenta: a) ¿qué ocurre con el



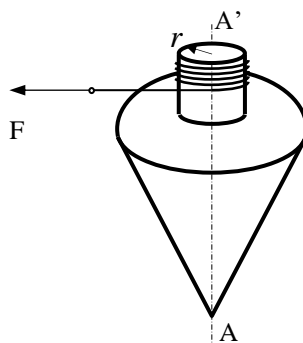
momento angular total del sistema?; b) ¿qué ocurre con el momento de inercia de ambas con respecto al eje de rotación?; c) ¿cómo varía la energía cinética?; justificar las respuestas indicando qué leyes, principios ó teoremas aplica. [Rta.: a) se conserva; b) disminuye; c) aumenta]

5.48 a) Calcule la aceleración del sistema de la figura y b) los esfuerzos  $T_1$  y  $T_2$  en la cuerda. La polea es un cilindro homogéneo de radio  $R$ . c) Calcule la variación de energía mecánica cuando  $m_3$  desciende  $0,6 \text{ m}$ . El coeficiente de rozamiento entre  $m_1$  y el plano es  $\mu = 0,2$ . [Rta.: a)  $6,53 \text{ m/s}^2$ ; b)  $T_1 = 0,656 \text{ N}$ ,  $T_2 = 1,962 \text{ N}$ ;  $\Delta E_m = -0,051 \text{ J}$ ].



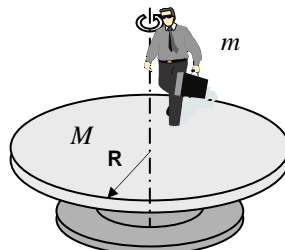
5.48 a) Calcule la aceleración del sistema de la figura y b) los esfuerzos  $T_1$  y  $T_2$  en la cuerda. La pulea es un cilindro homogéneo de radio  $R$ . c) Calcule la variación de energía mecánica cuando  $m_3$  desciende  $0,6 \text{ m}$ . El coeficiente de rozamiento entre  $m_1$  y el plano es  $\mu = 0,2$ . [Rta.: a)  $6,53 \text{ m/s}^2$ ; b)  $T_1 = 0,656 \text{ N}$ ,  $T_2 = 1,962 \text{ N}$ ;  $\Delta E_m = -0,051 \text{ J}$ ].

5.49 El trompo de la figura tiene un momento de inercia  $I = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ , y está inicialmente en reposo. Tiene la libertad de girar alrededor de un eje estacionario A-A'. Una cuerda previamente enrollada alrededor de la cabeza que está sobre el eje del trompo es desenrollada



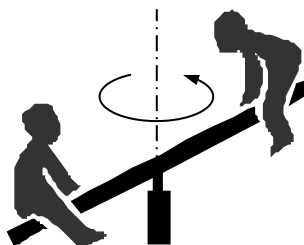
sin deslizar aplicando sobre ella una fuerza constante  $F = 5,57 \text{ N}$ . ¿Cuál es la velocidad angular del trompo después de que se han desenrollado **80 cm** de cuerda? [Rta.:  $\omega = 149,2 \text{ s}^{-1}$ ]

5.50 Una plataforma gira alrededor de un eje vertical con una velocidad de  $0,10 \text{ s}^{-1}$ . El momento de inercia de la plataforma en forma de disco circular de radio **4 m** respecto a este eje es  $1200 \text{ kg m}^2$ . Un hombre de **80 kg** de masa se encuentra en el centro de la plata-



forma y comienza a caminar a lo largo de un radio. Calcule: a) la velocidad angular de la plataforma cuando el hombre se ha alejado **2 m** del centro; b) La energía cinética inicial y final del sistema, c) Si ahora el hombre camina desde el borde hacia el centro, ¿aumenta o disminuye la energía cinética? Justifique [Rta.: a)  $\omega = 0,08 \text{ s}^{-1}$ ; b)  $E_{c0} = 6 \text{ J}$ ,  $E_{cf} = 4,86 \text{ J}$ ]

5.51 Dos niños de igual masa  $m = 30 \text{ kg}$  están sentados en los respectivos extremos de una barra horizontal que rota alrededor de su eje vertical con una velocidad de **0,5 rpm**. Inicialmente, la distancia de cada uno al eje de rotación es  $R = 1 \text{ m}$ . Despreciando el rozamien-



to y la masa de la barra, calcule: a) el momento angular del sistema; b) la energía cinética inicial del sistema ( $E_{c0}$ ); c) si después de que ambos chicos comienzan a desplazarse a lo largo de la barra hasta los **0,5 m** del eje, ¿cuál es la energía cinética final del sistema ( $E_{cf}$ ); d) ¿a qué se debe la diferencia de energía cinética?. [Rta.: a)  $L_0 = 3,14 \text{ kg m}^2/\text{s}$ ; b)  $E_{c0} = 82,2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ ; c)  $E_{cf} = 0,329 \text{ J}$ ; d) la fuerza de cada chico sobre la barra, (y su reacción sobre ellos), es una fuerza radial, pero la trayectoria de los mismos no es una circunferencia sino que tiene una forma aproximadamente espiral (dependiendo de la ley de variación de la fuerza), por lo que fuerza y trayectoria no son normales. Conclusión: la componente de la

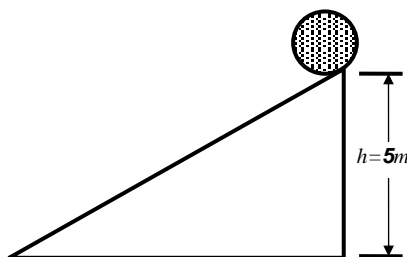
fuerza de la barra sobre cada chico produce un momento que acelera al sistema y realiza trabajo]

5.52 Una cucaracha de masa  $m = 2 \text{ g}$  corre en sentido antihorario por el borde de un disco que gira alrededor de un eje vertical en el sentido horario. el disco tiene un radio  $R = 20 \text{ cm}$  y un momento de inercia  $I = 20000 \text{ g cm}^2$ , su velocidad es  $\omega_d = 6 \cdot \text{s}^{-1}$ . La velocidad de la cucaracha, con relación al suelo es  $V_c = 1 \text{ m/s}$ . La cucaracha encuentra una miga de pan y se detiene. Calcule: a) La velocidad angular del disco después de detenerse la cucaracha; b) La variación de energía cinética. [Rta: a)  $\omega = 5,57 \text{ s}^{-1}$ ;  $\Delta E_C = -47341,04 \text{ erg}$ ]

5.53 Una mujer de  $60 \text{ kg}$  está parada en el borde, a  $5 \text{ m}$  del eje vertical de una plataforma horizontal circular que tiene un momento de inercia de  $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  con respecto al eje de rotación. La plataforma al principio está en reposo, y tiene libertad de girar sin fricción alrededor del eje vertical que pasa por su CM. La mujer empieza a caminar a lo largo de la orilla en el sentido de las agujas del reloj (vista desde arriba) con una velocidad constante de  $1,50 \text{ m/s}$  con respecto a La Tierra. a) ¿Con qué sentido y velocidad angular gira la mesa?; b) ¿cuál es el trabajo total realizado por la mujer?. [Rta.: a)  $\omega = 0,9 \text{ s}^{-1}$  contrario a las agujas del reloj; b)  $W = 810 \text{ J}$ ]

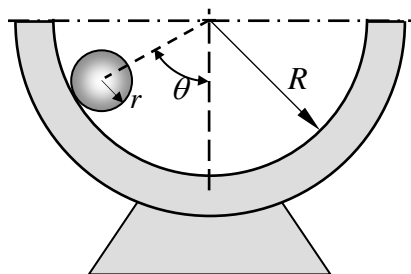
### CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

5.54 Un cilindro de  $1000 \text{ kg}$  y  $50 \text{ cm}$  de radio cae rodando sin resbalar por un plano incli-



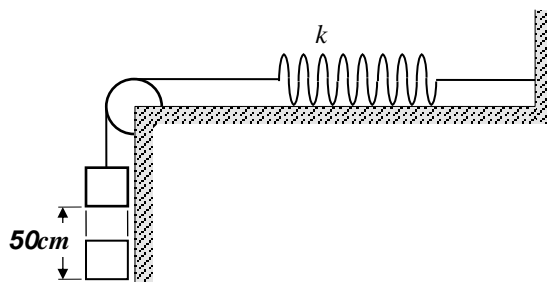
nado desde  $5 \text{ m}$  de altura. Calcule, para el instante en que llega al pie del plano: a) la velocidad del CM, b) su velocidad angular, c) la energía cinética al llegar al pie del plano. [Rta.: a)  $v = 8,08 \text{ m/s}$ ; b)  $\omega = 16,2 \text{ s}^{-1}$ ; c)  $E_c = 49 \text{ kJ}$ ]

5.55 Una esfera maciza uniforme de radio  $r$  se coloca sobre la superficie interior de un tazón hemisférico de radio  $R$ . La esfera se suelta desde el reposo a un ángulo  $\theta$  con respecto



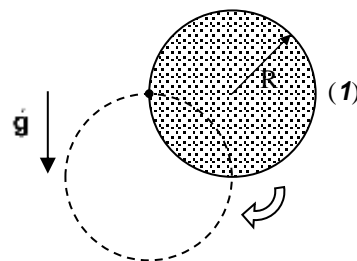
a la vertical y rueda sin deslizar. Determine la velocidad angular de la esfera cuando alcanza el fondo del tazón. [Rta.:  $\omega = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{10}{7} \cdot g \cdot (R - r) \cdot (1 - \cos \theta)}$ ]

5.56 En el dispositivo de la figura el momento de inercia de la polea es  $I = 0,5 \text{ kgm}^2$  y su radio es  $R = 30 \text{ cm}$ . La constante elástica del resorte es  $k = 2 \text{ N/m}$ . Calcule la velocidad de

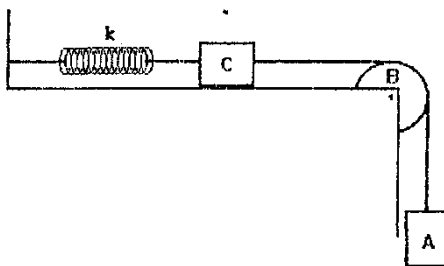


la masa de **100 g** cuando ha descendido **50 cm** a partir de la posición en que se engancha a la cuerda. *Sugerencia: plantear el principio de conservación de la energía mecánica.* [Rta.:  $v = 0,29 \text{ m/s}$ ].

5.57 Un disco sólido uniforme de radio  $R = 10 \text{ cm}$  y masa  $m = 2 \text{ kg}$  puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto sobre su borde. Si el disco se libera desde el reposo en la posición (1), a) calcule la velocidad de su centro de masa cuando el disco pasa por la posición inferior (círculo punteado); b) calcule la velocidad del punto más bajo sobre el disco punteado. [Rta.: a)  $v_{CM} = 1,14 \text{ m/s}$ ; b)  $v = 2,28 \text{ m/s}$ ]

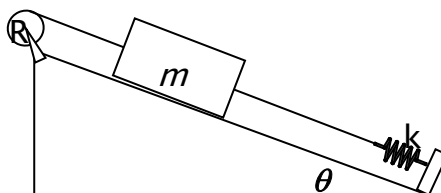


5.58 En el instante inicial el bloque A desciende con una velocidad **5 m/s**. El cilindro



B es homogéneo y gira sin rozamiento y el cuerpo C presenta rozamiento sobre el plano horizontal. El resorte está estirado **0,5 m** y su constante elástica es de **50 N/m**. ¿Cuál es la velocidad de A después de descender **1 m**?  $m_A = 3 \text{ kg}$ ;  $m_B = m_C = 2 \text{ kg}$ ;  $\mu = 0,35$  [ $v_f = 4 \text{ m/s}$ ]

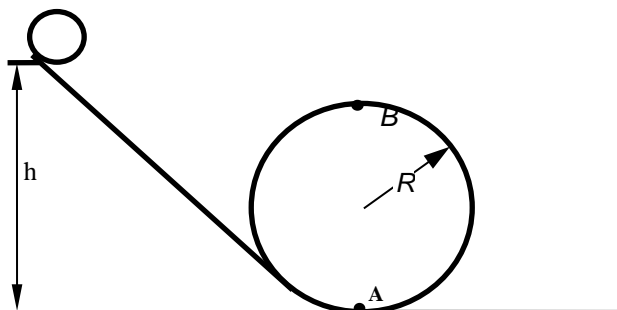
5.59 La polea que se muestra en la figura 6 tiene un radio  $R$  y un momento de inercia  $I$ . La masa  $m$  está conectada a un resorte de constante elástica  $k$  y a una cuerda enrollada alre-



dedor de la polea. El eje de la polea y el plano inclinado no tienen fricción. La polea se gira en sentido contrario a las manecillas del reloj de tal manera que el resorte se estira una distancia  $d$  desde su posición de equilibrio. Si se suelta la polea, encuentre: a) la expresión de la velocidad angular de la polea cuando el resorte está nuevamente sin estirar y b) el valor

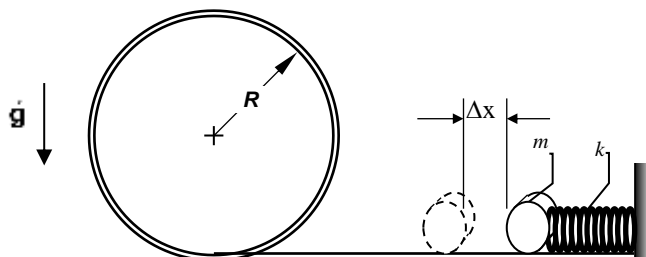
numérico para la velocidad angular en este punto ( $I = 1 \text{ kg m}^2$ ,  $R = 0,3 \text{ m}$ ,  $k = 50 \text{ N/m}$ ,  $m = 0,5 \text{ kg}$ ,  $d = 0,2 \text{ m}$  y  $\theta = 37^\circ$ ). [Rta.: a)  $\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot d \cdot \sin \theta + k \cdot d^2}{m \cdot R^2 + I}}$ ; b)  $\omega = 1,74 \text{ s}^{-1}$ ]

5.60 Un disco de masa  $m = 1 \text{ kg}$  y  $20 \text{ cm}$  de diámetro se deja caer rodando sin deslizar desde una altura  $h = 30 \text{ m}$  en el bucle de la figura. Si el radio del bucle es  $R = 1,0 \text{ m}$ : a)-



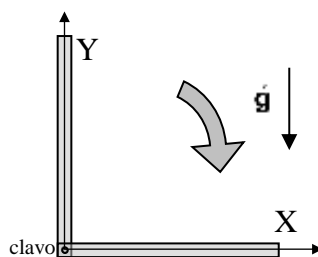
Determine la velocidad con que el disco pasa por el punto A. b)- Ídem por el punto B. c)- Calcule la reacción del carril del bucle sobre el disco en A. d)- Ídem en B. [Rta.: a)  $v_A = 19,8 \text{ m/s}$ ; b)  $v_B = 19,2 \text{ m/s}$ ; c)  $N_A = 445 \text{ N}$ ; d)  $N_B = 400 \text{ N}$ ]

5.61 El cuerpo cilíndrico de masa  $m = 1 \text{ kg}$  y radio  $r = 0,25 \text{ m}$  comprime un resorte de



constante  $k = 10000 \text{ N/m}$ . ¿Cuál debe ser la mínima compresión del resorte para que, al liberarse, dispare al cuerpo sobre el bucle de radio  $R = 1 \text{ m}$  y describa una circunferencia completa?. Suponga que el cilindro rueda sin deslizar todo en su recorrido. [Rta.:  $\Delta x_{\text{MIN}} = 0,064 \text{ m}$ ]

5.62 Una barra delgada y uniforme de longitud  $L = 50 \text{ cm}$  y masa  $m = 1 \text{ kg}$  puede girar alrededor de un clavo horizontal sin fricción que pasa por uno de sus extremos. Se suelta



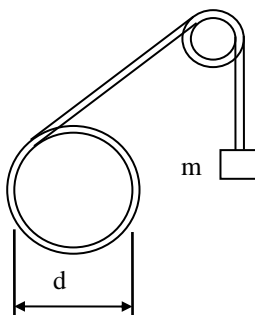
desde el reposo en la posición vertical. Calcule, para el instante en que pasa por la posición horizontal: a) su velocidad angular, b) su aceleración angular, c) las componentes en x y en y de la aceleración de su centro de masa, d) las componentes de la fuerza de reacción en el pivote [Rta.: a)  $\bar{\omega} = -7,67 \text{ s}^{-1} \hat{k}$ ; b)  $\bar{\alpha} = -29,4 \text{ s}^{-2} \hat{k}$ ; c)  $a_{xcm} = -14,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \hat{i}$ ;  $a_{ycm} = -7,35 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \hat{j}$ ; d)

$$R_x = 7,35 \text{ N} \hat{i}; R_y = 2,45 \text{ N} \hat{j}]$$



**POTENCIA**

5.63 Un bloque de masa  $m = 2000 \text{ kg}$  se eleva mediante un cable de acero y accionado por un torno cuyo tambor tiene un diámetro  $d=30 \text{ cm}$ . a)- ¿Qué fuerza debe ser ejercida por

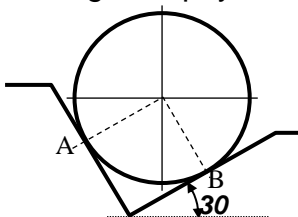


el cable para elevar el bloque con una velocidad constante de  $8 \text{ m/s}$ ?. b)- ¿Cuál es la velocidad angular del tambor? c)- ¿Qué potencia desarrolla el motor del torno? [Rta.: a) **19,6 kN**; b)  $\omega = 53,3 \text{ s}^{-1}$ ; c)  $P = 156,8 \text{ kW}$ ]

**UNIDAD 6 - ESTÁTICA Y ELASTICIDAD****Condiciones de equilibrio:**

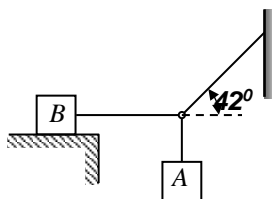
- a) Para sistemas de fuerzas concurrentes:  $\sum_{i=1}^{i=n} (F_i)_x = 0$  y  $\sum_{i=1}^{i=n} (F_i)_y = 0$
- b) Si las fuerzas son no concurrentes, para poder hallar todas las incógnitas debe agregarse una tercera ecuación, referida a los momentos:  $\sum_{i=1}^{i=n} (F_i)_x = 0$  ;  $\sum_{i=1}^{i=n} (F_i)_y = 0$  y  $\sum_{i=1}^{i=n} (M_i) = 0$

6.1 Un cilindro homogéneo, de  $m = 5$  kg, se apoya sobre un prisma cuyas caras forman



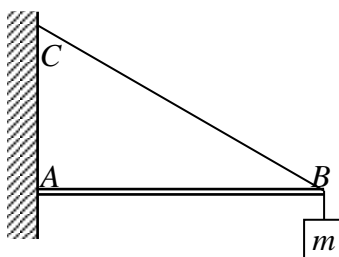
un ángulo de  $90^\circ$  entre sí. Determine las reacciones en los puntos de apoyo A y B [Rta.:  $R_A = (21,2 \hat{i} + 12,3 \hat{j})\text{N}$ ;  $R_B = (-21,2 \hat{i} + 36,7 \hat{j})\text{N}$  ;  $|R_A| = 24,5 \text{ N}$  ;  $|R_B| = 42,4 \text{ N}$ ].

6.2 El bloque B de la figura pesa  $712 \text{ N}$  y el coeficiente de fricción estática entre el bloque



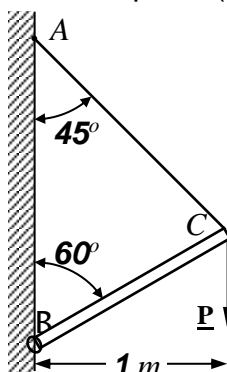
B y la mesa, es de  $0,25$ . Calcule el peso máximo del bloque A con el que el sistema se mantendrá en equilibrio.[Rta.:  $P_A = 160 \text{ N}$ ]

6.3 La barra AB (de peso nulo), tiene aplicada una carga de masa  $m = 20$  kg, como se



muestra en la figura. Calcule la reacción en la articulación A y la tensión de la cuerda BC. ( $AB = 2 \text{ m}$  y  $BC = 2,5 \text{ m}$ ).[Rta.:  $R_A = (261 \hat{i})\text{N}$ ;  $T_C = 326,7 \text{ N}$ ]

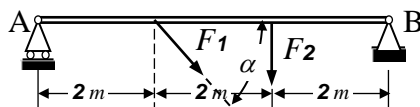
6.4 Calcule las reacciones en el vínculo simple A (cuerda) y en el doble B, si la fuerza



aplicada en el extremo C es  $P = 1000 \text{ N}$ . [Rta.:  $R_A = (-634 \hat{i} + 634 \hat{j}) \text{ N}$ ;  $R_B = (634 \hat{i} + 366,1 \hat{j}) \text{ N}$ ]

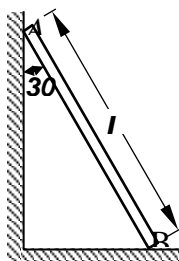
6.5 Dos personas tiran (una de cada extremo de una cuerda), en sentidos opuestos, tratando de romperla. No pueden y atan uno de los extremos a una pared, tirando juntas del otro extremo. Justifique si este método es mejor que el anterior para romper la cuerda.

6.6 Para el sistema indicado en la figura, donde  $F_1 = F_2 = 200 \text{ N}$ , y  $\alpha = 45^\circ$ , determine las



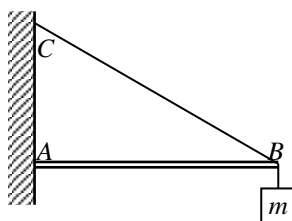
reacciones de los vínculos A y B. [Rta.:  $R_A = (161 \hat{j})\text{N}$ ;  $R_B = (-141,5 \hat{i} + 180,5 \hat{j})\text{N}$ ]

6.7 La escalera homogénea AB de la figura, está apoyada en equilibrio y sin fricción so-



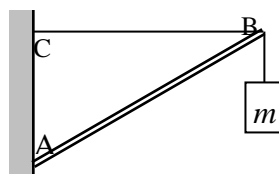
bre la pared vertical, pero sobre un piso horizontal rugoso. Si el peso de la escalera es  $P = 800 \text{ N}$ , a) Calcule las reacciones en los apoyos A y B (módulo, dirección y sentido), b) ¿Cuál debe ser el mínimo valor del coeficiente de rozamiento entre la escalera y el piso? [Rta.: a)  $R_A = (231 \hat{i})\text{N}$ ;  $R_B = (-231 \hat{i} + 800 \hat{j})\text{N}$ ; b)  $\mu = 0,289$ ]

6.8 La barra AB, de peso  $P = 100 \text{ N}$ , tiene aplicada una carga de masa  $m = 20 \text{ kg}$ , como



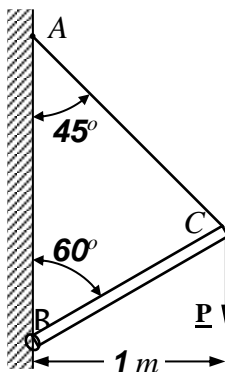
se muestra en la figura. Calcule la reacción en la articulación A y la tensión de la cuerda BC ( $AB = 2 \text{ m}$ ;  $BC = 2,5 \text{ m}$ ). [Rta.:  $R_A = (328 \hat{i} + 50,1 \hat{j})\text{N}$ ;  $T_C = 410 \text{ N}$ ]

6.9 Sabiendo que la barra uniforme AB pesa  $200 \text{ N}$  y tiene suspendida una masa  $m = 80$



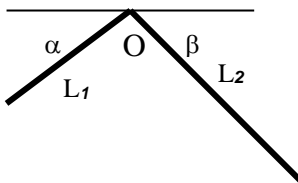
kg, como muestra la figura, Calcule la reacción de vínculo en la articulación A y la tensión de la cuerda BC ( $AB = 2,5 \text{ m}$ ;  $BC = 2 \text{ m}$ ). [Rta.:  $R_A = (1179 \hat{i} + 984 \hat{j})\text{N}$ ;  $T_C = 1179 \text{ N}$ ]

6.10 Calcule las reacciones en el vínculo simple A, y en el doble B, si  $P = 1000 \text{ N}$ , y la ba-



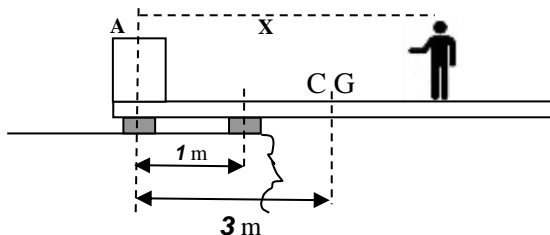
rra homogénea BC pesa  $2000 \text{ N}$ . [Rta.:  $R_A = (-1268 \hat{i} + 1268 \hat{j})\text{N}$ .  $R_B = (1268 \hat{i} + 1732 \hat{j})\text{N}$ ]

6.11 Una barra homogénea, de **4 m** de longitud, se dobla en ángulo recto de modo que una de sus ramas mide **2,50 m**. Calcule los valores de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  que forman estas



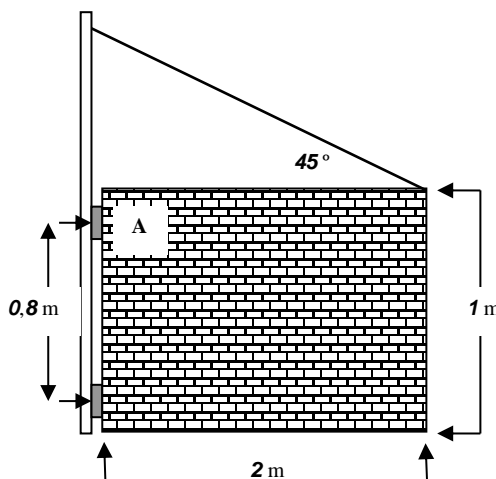
ramas cuando la barra se suspende del punto O. [Rta.:  $\alpha = 19,8^\circ$ ;  $\beta = 70,2^\circ$ ]

6.12 Un tablón de **200 N** de peso, se encuentra apoyado en una saliente, tal como muestra el esquema. Sobre el extremo A se coloca una carga de **1500 N** y el centro de gravedad



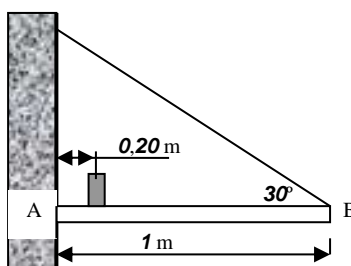
del tablón está ubicado a **3 m** de A. Un obrero de **400 N** de peso comienza a caminar sobre el tablón hacia el otro extremo. Calcule hasta que distancia X, medida desde el punto A, puede caminar el obrero para que el sistema permanezca en equilibrio y el obrero no se caiga. [Rta.:  $X = 2,75 \text{ m}$ ]

6.13 La tranquera de la figura es homogénea y pesa **1000 N**. Se encuentra sostenida por



dos bisagras y un tensor, como muestra la figura. Calcule la tensión del cable para que la reacción sobre la bisagra A, sea cero. [Rta.:  $T = 487,6 \text{ N}$ ]

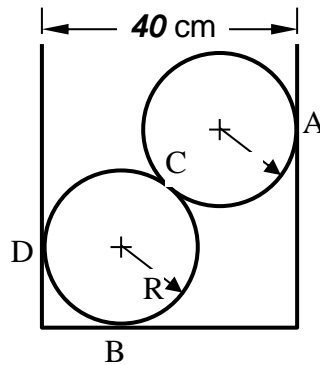
6.14 Una barra horizontal homogénea, cuyo peso es una incógnita, y cuya longitud es de **1**



m, está sujeta a la pared vertical mediante una articulación en el punto A, y soportada en B por un alambre de masa despreciable (que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la barra). Sobre la barra reposa un bloque, de peso incógnita, que está ubicado a **0,20 m** de la pared. El sistema está en equilibrio y la tensión del alambre es de **40 N**. Sabiendo que la reacción en A, hacia arriba ( $R_{AY}$ ), es de **50 N**, Calcule el peso del bloque, el peso de la barra y la reacción

horizontal en la articulación A. [Rta.:  $R_{AX} = 34,6 \text{ N}$ ; peso del bloque =  $50 \text{ N}$ ; peso de la barra =  $20 \text{ N}$ ]

6.15 En un vaso cilíndrico, de  $40 \text{ cm}$  de diámetro, están contenidas dos esferas de radio  $R$

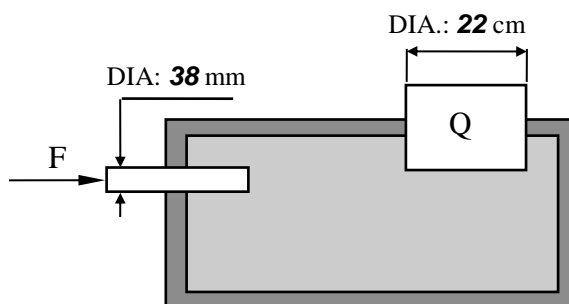


=  $12 \text{ cm}$  y  $580 \text{ N}$  de peso cada una. Calcule las reacciones en los puntos A, B, y D y el esfuerzo entre ambas esferas en el punto C indicados en la figura. [Rta.:  $T_A = T_D = 519 \text{ N}$ ;  $T_B = 1160 \text{ N}$  y  $T_C = 779 \text{ N}$ ]

**UNIDAD 7 - HIDROSTÁTICA**

bar	N/m <sup>2</sup> (Pa)	kN/m <sup>2</sup> (kpa)	mm Hg (0 °C) (torr)	m H <sub>2</sub> O (4 °C)	kgf/cm <sup>2</sup>	lbf/in <sup>2</sup> PSI	atm (standard)
1	$1 \times 10^5$	100	750,062	10,197 2	1,019 72	14,503 8	0,986 923
1,013 25	101 325	101,325	760	10,332 3	1,033 23	14,695 9	1

7.1 Determine la masa del cuerpo “Q” que puede soportarse con la fuerza  $F = 500 \text{ N}$



aplicada sobre el pistón de la figura. [Rta.:  $Q = 1710 \text{ kg}$ ]

7.2 El émbolo grande de una prensa hidráulica tiene un diámetro de **20 cm**. ¿Qué fuerza debe aplicarse al émbolo chico de **2 cm** de diámetro para elevar un coche cuya masa es de **1200 kg**?. [Rta.:  $F=118\text{N}$ ]

7.3 La densidad del mercurio es  $\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . ¿Cuál es la altura de la columna de un barómetro de mercurio si la presión atmosférica es  $p_0 = 100 \text{ kPa}$ ?. (Rta.: **750 mm de Hg**)

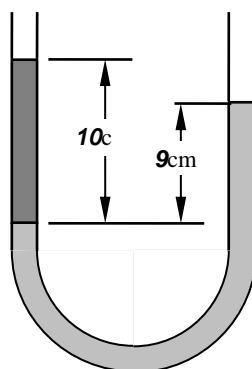
7.4 La presión sobre la superficie de un lago es de **101 kpa** (presión atmosférica local). ¿A qué profundidad la presión es el doble de dicha presión?. [Rta.: **10,3 m**]

7.5 Si la presión en la superficie de un recipiente que contiene mercurio es  $p_0$ , ¿a qué profundidad la presión es  $p=2 \cdot p_0$ ?. [Rta.: **0,757 m**]

7.6 Un depósito cúbico de **3 m** de lado está lleno de agua. Calcule la fuerza que se ejerce sobre el fondo y sobre una de las caras laterales [Rta.: **264600 N** y **132300 N**]

7.7 Dos tubos iguales contienen, uno aceite de oliva hasta **50 cm** de altura, y el otro agua hasta **46 cm** de altura. El peso de ambos es el mismo. Calcule la densidad del aceite de oliva. [Rta.: **0,92 g/cm<sup>3</sup>**]

7.8 En el tubo de la figura se coloca agua en una rama y aceite (de menor densidad que



el agua) en la otra rama. ¿Cuál es la densidad del aceite?. [Rta.:  $\rho_{ac} = 0,9 \frac{g}{cm^3}$ ]

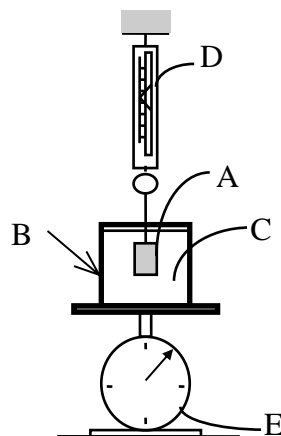
7.9 Un tubo en U abierto contiene mercurio. Cuando se echan **13.6** cm de agua en la rama derecha, ¿cuánto se eleva el nivel de Hg en la rama izquierda a partir del nivel original?.  $\rho_{Hg} = 13.6 \text{ g/cm}^3$ . [Rta: **0,5 cm.**]

7.10 Un trozo de una aleación de aluminio y oro tiene una masa de **5** kg. Al sumergirlo en agua suspendido de un dinamómetro, la lectura de la escala indica el peso correspondiente a una masa de **4** kg. Calcule las masas respectivas de oro y aluminio de la aleación, sabiendo que la densidad relativa del oro es  $\rho_{rAu} = 19,3$  y la del aluminio es  $\rho_{rAl} = 2,5$ .  
[Rta.: **2,87 kg de oro y 2,13 kg de Al**]

7.11 Un cubo de hielo esta flotando en agua, que fracción del cubo de hielo emerge del agua siendo la densidad del hielo **917** kg/m<sup>3</sup>? [Rta:  $\frac{V_{emerg.}}{V_{total}} = 0,087$ ]

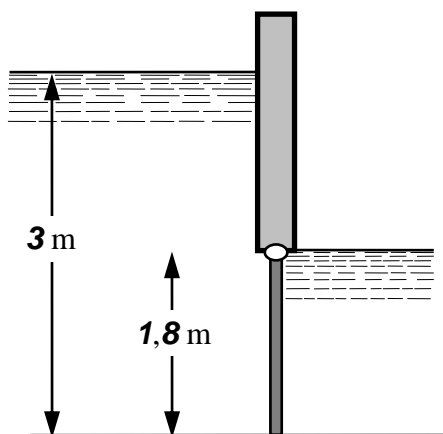
7.12 Un cajón rectangular de madera de **60** kg flota en H<sub>2</sub>O. Al agregar un cuerpo de **50** kg se hunde **3** cm más en el agua. Calcule: a) El volumen de H<sub>2</sub>O que desplaza el cajón al ser apoyado vacío en el agua. b) El área de la sección transversal del cajón.  $\rho_{Agua} = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/cm}^3$  [Rta: a) **0,060 m<sup>3</sup>** b) **1,667 m<sup>2</sup>**]

7.13 El bloque A de la figura está suspendido en un dinamómetro D y sumergido en un líquido C contenido en un recipiente B. El peso del recipiente vacío es de **2N**, el peso del líquido es de **3N**. La balanza E indica **15N** y el dinamómetro D indica **5N**. El volumen del



bloque A es de **0,1 m<sup>3</sup>**. a)Cuál es la densidad del líquido C?; b) Qué medirán las balanzas D y E si el bloque A se saca del líquido? [Rta: a)  $\rho_C = 10 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $P_D = 15 \text{ N}$ ;  $P_E = 5 \text{ N}$ ]

7.14 A ambos lados de la compuerta de la figura hay agua hasta los niveles indicados. Si



dicha compuerta tiene forma rectangular y su ancho es de **1,2** m, Calcule el valor y la

posición de la resultante de las fuerzas ejercidas por la acción del agua. [Rta.: **25402 N** a **0,9 m** de la base]

### **HIDRODINAMICA**

7.15 Una manguera de agua de **2 cm** de diámetro se utiliza para llenar un recipiente de **20** litros; si tarda **60 s** para llenarlo Calcule el valor de la velocidad de salida del agua de la manguera. [Rta:  $V = 1,06 \text{ m/s}$ ]

7.16 Se practica un orificio circular de **2,5 cm** de diámetro en la pared lateral de un gran depósito de agua a **6 m** por debajo del nivel del agua. Calcule : a) la velocidad de salida y b) el gasto o caudal. Se desprecia el estrechamiento de la salida. [Rta: a)  $V_s = 10,8 \text{ m/s}$ ; b)  $Q = 0,0053 \text{ m}^3/\text{s}$ ]

7.17 Una tubería horizontal de **15 cm** de diámetro tiene un estrechamiento de **7,5 cm** de diámetro. Si por ella circula agua y la velocidad en la tubería es de **1,2 m/s**, calcule: a) la velocidad en el estrechamiento; b) el caudal y c) la diferencia de presión entre ambas secciones. [Rta: a)  $V_2 = 4,8 \text{ m/s}$ ; b)  $Q = 0,0212 \text{ m}^3/\text{s}$ ; c)  $\Delta p = 10800 \text{ Pa}$ ]

7.18 El agua fluye con una velocidad de **1 m/s** a través de un tubo nivelado cuya sección transversal es de **20 cm<sup>2</sup>** y la presión de **75000 Pa**, el agua continua su flujo por un tubo del doble de diámetro. Suponiendo que el agua es un fluido ideal, calcule: a) la presión en el diámetro mayor, b) la velocidad en el diámetro mayor y c) realice un esquema en escala. [Rta: a)  $P_2 = 75468,75 \text{ Pa}$ ; b)  $V_2 = 0,25 \text{ m/s}$ .

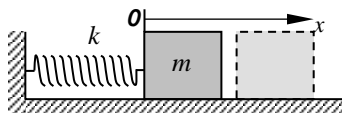


**UNIDAD 8: MOVIMIENTO OSCILATORIO**

8.1. Para un movimiento armónico simple, escriba las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Representélas gráficamente.

8.2. ¿Cuál es la constante de fase  $\alpha$  en  $x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$  si la posición de la partícula en el instante  $t = 0$  es: a) 0, b) A, c)  $-A$ , d)  $\frac{1}{2} A$ ?

8.3. Una masa de **3 kg** se sujeta a un resorte de constante  **$k = 500 \text{ N/m}$**  que se encuentra



en posición horizontal. Luego manualmente se estira **5 cm** el resorte y se lo suelta. Escriba la ecuación horaria  $x(t)$  de las oscilaciones, (incluya la fase inicial).

8.4. Un cuerpo oscila con MAS de acuerdo con la siguiente ecuación:  $x = (6,12 \text{ m}) \cos [(8,38 \text{ rad/s}) t + 1,92 \text{ rad}]$ . Halle: a) la frecuencia, b) para el instante  $t = 1,90 \text{ s}$ : la posición, la velocidad y la aceleración del cuerpo. [Rta: a)  $f = 1,33 \text{ Hz}$  b)  $x = 3,27 \text{ m}$   $v = 43,4 \text{ m/s}$   $a = -230 \text{ m/s}^2$ ]

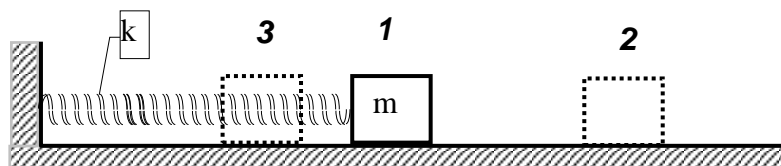
8.5. Un altoparlante produce un sonido musical por medio de la oscilación de un diafragma. Si la amplitud de la oscilación está limitada a  $1,20 \times 10^{-3} \text{ mm}$ , ¿qué frecuencias darán por resultado que la aceleración del diafragma exceda de  $g$ ? [Rta:  $f > 455 \text{ Hz}$ ]

8.6. Un oscilador consta de un bloque unido a un resorte de constante elástica  **$k = 456 \text{ N/m}$** , si en un instante  $t$  la posición, la velocidad y la aceleración del bloque son:  $x = 0,112 \text{ m}$ ,  $v = -13,6 \text{ m/s}$  y  $a = -123 \text{ m/s}^2$ , calcule la frecuencia, la masa del bloque y la amplitud de la oscilación. [Rta:  $f = 5,27 \text{ Hz}$ ;  $m = 0,415 \text{ kg}$ ;  $A = 0,425 \text{ m}$ ]

8.7. En un MAS, a) Cuando el desplazamiento es la mitad de la amplitud, ¿qué fracción de la energía total es cinética y qué fracción es potencial? b) ¿A qué desplazamiento la energía total es mitad cinética y mitad potencial? [Rta: a)  $E_C = \frac{3}{4} E_m$ ,  $E_P = \frac{1}{4} E_m$  b)  $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ ]

8.8. Una masa de **100 kg** se engancha de un resorte de constante  **$k = 9800 \text{ N/m}$**  suspendido de un punto fijo y se deja en libertad. Calcule el trabajo realizado por la fuerza elástica durante el alargamiento, el período de oscilación y la máxima velocidad del movimiento oscilatorio. [Rta.:  $W = -196 \text{ J}$ ;  $T = 0,635 \text{ s}$ ;  $v = 0,99 \text{ m/s}$ ].

8.9. En la figura se muestra un carrito de masa  **$m$**  montado sobre ruedas sin rozamiento,



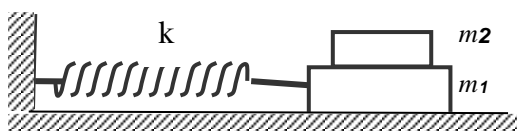
enganchado a un resorte de constante  **$k$** , en la posición “1” de reposo. Al carro se lo saca de su posición de equilibrio llevándolo hasta la posición “2”, y dejándolo en libertad desde dicha posición. Dibuje los vectores velocidad y aceleración cuando el carro, en sus oscilaciones pasa por: a)- el punto “1” hacia la derecha; b)- el punto “1” hacia la izquierda; c)- el punto “2”;

d)- el punto genérico “3” hacia la derecha; e)- el punto “3” hacia la izquierda. Realice un esquema para cada caso.

8.10. -Dos cuerpos de **5 kg** y **3 kg** respectivamente, se suspenden, en ese orden, de un largo resorte cuya constante elástica es  **$k = 200 \text{ N/m}$** . Mientras el sistema se encuentra en la posición de equilibrio se retira el cuerpo de **3 kg**. Determine: a) la frecuencia de las oscilaciones; b)- máxima velocidad del movimiento. [Rta.: a)  $f = 1 \text{ Hz}$ ; b)  $v_{\text{máx.}} = 0,93 \text{ m/s}$ ].

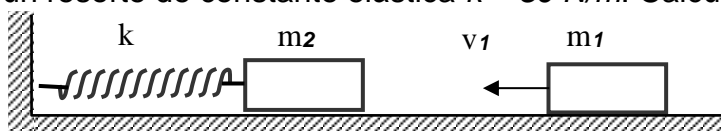
8.11. Un bloque se encuentra apoyado sobre un émbolo que oscila verticalmente con MAS, a) ¿Para qué valor de la elongación el bloque se separa del émbolo, si éste tiene un período de **1,18 s**?; b) si el émbolo oscila con una amplitud de **5,12 cm**, ¿cuál es la frecuencia máxima a la cual permanecerán en contacto el bloque y el émbolo?. [Rta: a)  $y > 0,346 \text{ m}$  b)  $f = 2,20 \text{ Hz}$ ]

8.12. Un bloque de masa  $m_1$  está apoyado sobre una superficie horizontal sin fricción y conectado a un resorte de constante elástica  $k$ . El otro extremo del resorte está fijo a una pa-



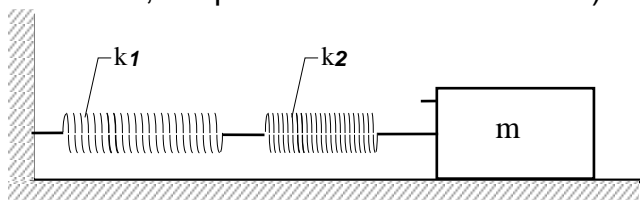
red. Un segundo bloque de masa  $m_2$  está sobre el primero. El coeficiente de rozamiento estático entre los bloques es  $\mu_e$ . Determine la amplitud de oscilación máxima que no permite que el bloque superior resbale. [Rta:  $A = \mu_e (m_1 + m_2) g / k$ ]

8.13. Un bloque de masa  $m = 10 \text{ kg}$  se desplaza con velocidad  $v_1 = 2 \text{ m/s}$  sobre una superficie horizontal sin rozamiento y choca plásticamente con otro bloque de masa  $m_2 = 10 \text{ kg}$ , en reposo y unido a un resorte de constante elástica  $k = 80 \text{ N/m}$ . Calcule a) frecuencia y



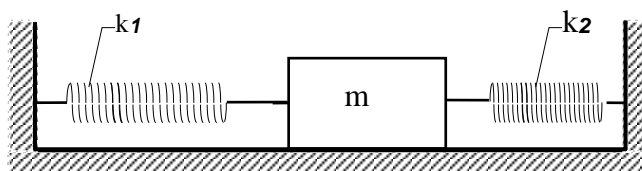
amplitud de las oscilaciones subsecuentes, b) el tiempo que tarda el sistema en regresar por primera vez a la posición en que estaba inmediatamente antes del choque. [Rta: a)  $f = 0,318 \text{ Hz}$ ;  $A = 0,500 \text{ m}$ ; b)  $t = 1,57 \text{ s}$ ]

8.14. Dos resortes están unidos uno a continuación del otro y conectados a un cuerpo de masa  $m = 1 \text{ kg}$  como se muestra en la figura. Si los resortes separadamente tienen constantes  $k_1 = 300 \text{ N/m}$  y  $k_2 = 350 \text{ N/m}$ , despreciando el rozamiento: a) Demuestre que si se des-



plaza el cuerpo de su posición de equilibrio una magnitud **A** y se deja en libertad, éste realiza un movimiento armónico simple; b) Determine la frecuencia de las oscilaciones. [Rta.: b)  $f = 2 \text{ Hz}$ ].

8.15. Dos resortes están conectados a un cuerpo de masa  $m = 1 \text{ kg}$  y a su vez sus extremos opuestos a puntos fijos como muestra la figura. Si los resortes separadamente tienen

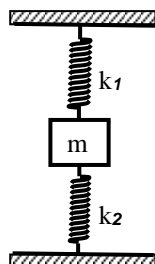


constantes  $k_1 = 300 \text{ N/m}$  y  $k_2 = 350 \text{ N/m}$ , despreciando el rozamiento: a) Demuestre que si se desplaza el cuerpo de su posición de equilibrio una magnitud **A** y se deja en libertad, éste realiza un movimiento armónico simple; b) Determine la frecuencia de las oscilaciones.

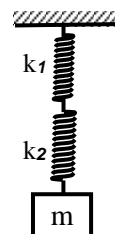
[Rta.: b)  $f = 4 \text{ Hz}$ ]

8.16. El bloque de **50 kg** se desplaza **4 cm** hacia abajo y se suelta. Para cada una de las disposiciones de los resortes de constantes elásticas  $k_1 = 4 \text{ kN/m}$  y  $k_2 = 6 \text{ kN/m}$ , determine el período de oscilación, la velocidad y aceleración máximas del bloque. [Rta: a)  $T = 0,444 \text{ s}$   $v_m = 0,566 \text{ m/s}$   $a_m = 8,00 \text{ m/s}^2$ ; b)  $T = 0,907 \text{ s}$   $v_m = 0,277 \text{ m/s}$   $a_m = 1,92 \text{ m/s}^2$ ].

a)



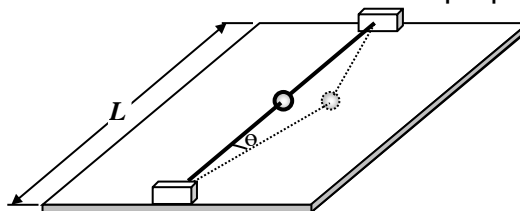
b)



8.17. Una carga de **98 kg** desciende con velocidad constante de **10 m/s** suspendida de un cable de acero de constante elástica **10000 N/cm**. Se interrumpe bruscamente el descenso y la carga realiza un movimiento armónico simple. Calcule: a) la amplitud del movimiento b) la amplitud del movimiento si entre la carga y el cable se intercala un resorte de constante elástica **6000 N/cm**. [Rta.: a)  $A = 10 \text{ cm}$ ; b)  $A = 16 \text{ cm}$ ]

8.18. Un resorte tiene una constante elástica **k**, y de él se encuentra suspendida una masa **m**. El resorte se corta a la mitad de su longitud y de una de las mitades se suspende la misma masa. ¿Cómo están relacionadas las frecuencias? [Rta.:  $f' = \sqrt{2} f$ ].

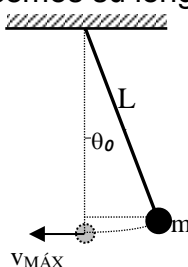
8.19. Una pequeña esfera de masa **m** está fija en el punto medio de una cuerda elástica de longitud **L** y tensión **F**. El conjunto se encuentra apoyado sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Si se desplaza levemente la esfera en dirección perpendicular a la cuerda y supo-



niendo despreciable el cambio de tensión, determine el período de oscilación de **m**. [Rta:

$$T = \pi \sqrt{\frac{mL}{F}} \text{ ].}$$

8.20. Si del péndulo de la figura conocemos su longitud **L** y la velocidad **v<sub>MÁX</sub>** con que pasa



por el punto inferior, demuestre que para pequeñas oscilaciones, la amplitud  $\theta_0$  es:

$$\theta_0 = \frac{v_{MÁX}}{\sqrt{g \cdot L}}.$$

8.21. Por medio de consideraciones energéticas, encuentre la expresión de la velocidad de un péndulo simple en función de su posición angular.

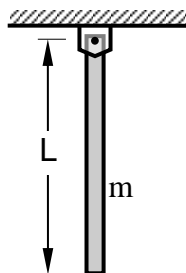
8.22. A un péndulo simple que tiene una longitud de **2,23 m** y una masa de **6,74 kg** se le imprime una velocidad inicial de **2,06 m/s** en su posición de equilibrio y describe un MAS. Calcule: a) el período, b) la energía total, c) el máximo desplazamiento angular. [Rta: a)  $T = 3,00$  s; b)  $E = 14,3$  J; c)  $\theta_m = 0,441$  rad]

8.23. Un péndulo simple tiene una longitud de **2 m** y oscila con una amplitud de **2°**. Exprese en función del tiempo: a) el desplazamiento angular, b) la velocidad angular, c) la aceleración angular, d) la aceleración centrípeta. Considere que para  $t = 0$ ,  $\theta = 2^\circ$ . [Rta: a)

$$\theta = \frac{\pi}{90} \sin(2,21t + \frac{\pi}{2}) ; b) \Omega = 2,21 \frac{\pi}{90} \cos(2,21t + \frac{\pi}{2}) s^{-1} ; c) \alpha = -4,90 \frac{\pi}{90} \sin(2,21t + \frac{\pi}{2}) s^{-2} ; d)$$

$$a_c = 1,19 \cdot 10^{-2} \cos^2(2,21t + \frac{\pi}{2}) m/s^2 ]$$

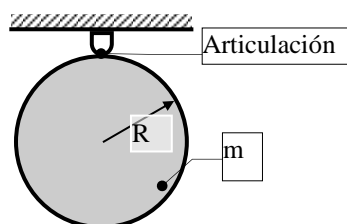
8.24. Una barra homogénea de masa **m** y longitud **L** esta articulada en un extremo. En-



cuentre el período para pequeñas oscilaciones: [Rta.:  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot L}{3 \cdot g}}$ ]

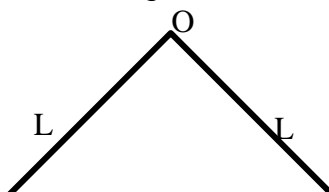
8.25. Una barra homogénea de masa **m** y longitud **L** se suspende de un punto situado a  $\frac{1}{4}L$  de un extremo. Encuentre su longitud **L** si su período es **T = 1s**. (Rta.:  $L = 0,425$  m).

8.26. Demuestre que el período de las oscilaciones pequeñas del disco de la figura está



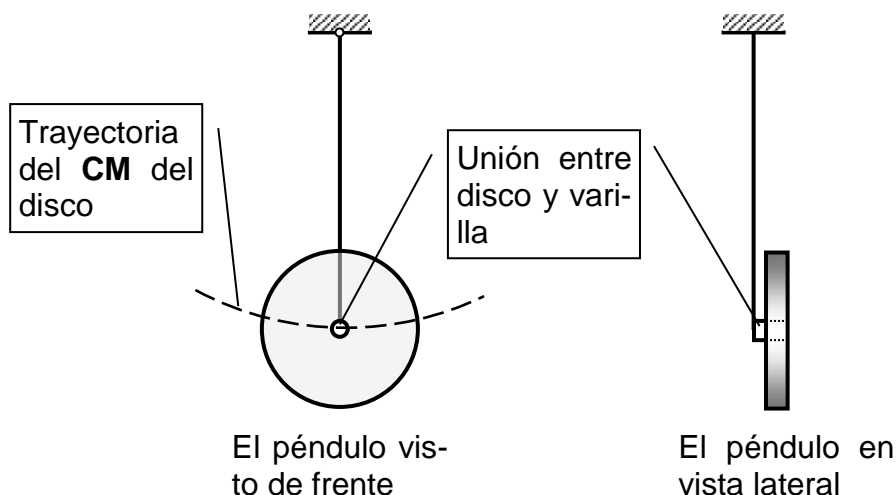
dado por:  $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{3R}{2g}}$ .

8.27. Dos varillas delgadas idénticas de longitud **L** se unen formando ángulo recto. Calcule,



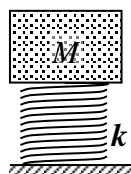
para oscilaciones de pequeña amplitud, la frecuencia de oscilación alrededor del eje que pasa por el vértice  $O$ . [Rta:  $f = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{3g}{L\sqrt{2}}}$ ]

8.28. Dos péndulos, formados cada uno por un disco fijo a una barra muy liviana, son idénticos salvo en lo que respecta a la unión entre el disco y la barra. En uno, la barra está rígidamente unida al disco; en el otro, se usan rodamientos, de forma que el disco tiene libertad de girar alrededor del eje que pasa por el punto de unión. Ambos péndulos se suspenden,



se separan de su posición de equilibrio hasta la misma altura y se sueltan. ¿Cuál tiene mayor período?. [Rta.: *El que se encuentra unido en forma rígida a la varilla*]

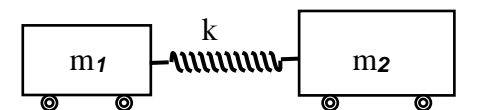
8.29. Un resorte de constante  $k$  se encuentra con una de sus caras apoyada en un plano



horizontal. Si sobre su cara superior se deposita un cuerpo de masa  $m$  el sistema comienza a oscilar; a) ¿cuál es la máxima fuerza elástica sobre el cuerpo?, b) ¿cuál es la máxima velocidad que adquiere el cuerpo?, c) exprese la energía cinética máxima de las oscilaciones en función de los parámetros del sistema. [Rta.: a)  $F_{e,máx} = 2mg$ ; b)  $v_{máx} = g\sqrt{\frac{m}{k}}$ ; c)

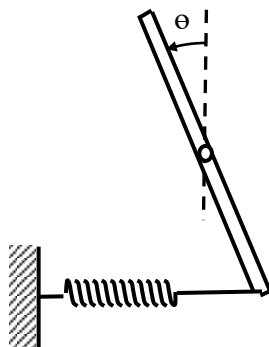
$$E_{c,máx} = \frac{m^2 g^2}{2k}]$$

8.30. Dos cuerpos de masas  $m_1 = 1 \text{ kg}$  y  $m_2 = 2 \text{ kg}$  se pueden desplazar libremente sobre una superficie horizontal. Están unidos por un resorte de constante elástica  $k = 300 \text{ N/m}$ . Se



comprime el resorte  $x_0 = 20 \text{ cm}$  a partir de su longitud natural  $L$  y se liberan los cuerpos de manera que el centro de masa permanece en reposo. Calcule a) la frecuencia de las oscilaciones, b) la energía del sistema cuando los cuerpos se encuentran en la posición de equilibrio. [Rta: a)  $f = 3,38 \text{ Hz}$  b)  $E = 6 \text{ J}$ ].

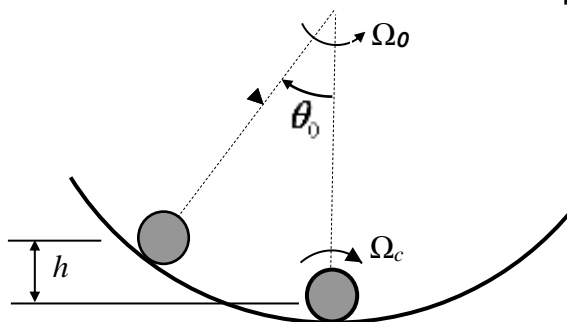
8.31. Una varilla delgada de masa  $m$  pivota sin fricción sobre un eje horizontal que pasa por su punto medio. Un resorte horizontal de constante  $k$  se conecta al extremo inferior de la varilla y el otro extremo del resorte se fija a un soporte rígido. La varilla se desplaza un pe-



queño ángulo  $\theta$  respecto a la vertical y se suelta. Obtenga la expresión del período. [Rta:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}} I$$

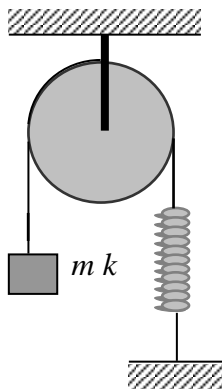
8.32. Obtenga el período de oscilación de un cilindro de radio  $r$  que rueda sin deslizar



dentro de una superficie cilíndrica de radio  $R$  si se separa  $\theta_0$  de la posición de equilibrio y

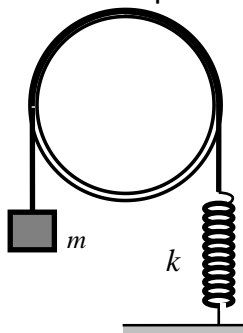
se suelta. Considerar  $\theta_0$  pequeño. [Rta.:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{3(R-r)}{2g}}$  ].

8.33. La polea de la figura tiene radio  $R = 10$  cm y momento de inercia  $I = 0,1$  kgm<sup>2</sup>, la constante elástica del resorte es  $k = 135$  N/m y la masa  $m = 5$  kg. El cable no se desliza so-



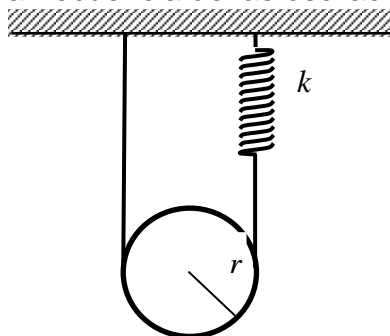
bre la polea. Determine el período de oscilación de la masa  $m$ . [Rta.:  $T = 2,09$  s]

8.34. En la figura está representado un sistema formado por una masa ( $m$ ), vinculada por una cuerda inextensible de masa despreciable a un resorte de constante elástica ( $k$ ). La cuerda envuelve una polea de masa ( $M$ ) con forma de tubo de pared delgada que puede rotar libremente alrededor de su eje. Encuentre el período de las oscilaciones cuando a la ma-



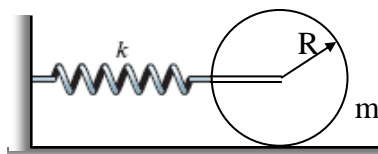
sa se la desplaza de su posición de equilibrio y luego se la suelta. [Rta.:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$ ]

8.35. Un cilindro de masa  $m$  y radio  $r$  está suspendido de una cuerda como muestra la figura. Un extremo de la cuerda está unido a un soporte rígido y el otro extremo a un resorte de constante elástica  $k$ . Determine la frecuencia de las oscilaciones del cilindro al separarlo li-



geramente de su posición de equilibrio. [Rta:  $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{8k}{3m}}$ ]

8.36. Un cilindro macizo de masa  $m = 500\text{ g}$  está unido a un resorte de constante  $k = 20\text{ N/m}$ . Si se lo desplaza  $x_0 = + 15\text{ cm}$  de la posición de equilibrio y se suelta, oscila y rueda sin deslizar. Calcule: a) la velocidad de traslación del cilindro al pasar por la posición de



equilibrio. b) la ecuación del movimiento oscilatorio del cilindro. [Rta: a)  $v_{CM} = 0,770\text{ m/s}$ ; b)  $x = 0,15 \sin(5,16t + \pi/2)$ , ( $m$ ; s)].

**UNIDAD 9 – ONDAS MECANICAS****ONDAS VIAJERAS:****Introducción:**

La ecuación de una onda armónica unidimensional, que se propaga en la dirección y sentido de  $+x$ , puede ser escrita de alguna de las siguientes formas:  $y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi(x/\lambda - t/T)$  (1);  $y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi(t/T - x/\lambda)$  (2);  $y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$  (3) o  $y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$  (4), donde  $y$ : elongación;  $A$ : Amplitud;  $\lambda$ : longitud de onda;  $T$ : Período;  $\omega$ : frecuencia angular;  $k$ : número de onda.

Si para las condiciones iniciales  $x = 0$ ;  $t = 0$ , la elongación y no fuera nula, deberá adicionarse dentro del argumento de la función la constante de fase  $\phi$  (o fase inicial).

También las ecuaciones dadas pueden escribirse cambiando la función seno por la función coseno si al mismo tiempo se le sustrae a la constante de fase  $\phi$  el valor  $\pi/2$ .

9.1 Determine los valores de la fase inicial, la amplitud, la longitud de onda, el número de onda, la frecuencia angular, la frecuencia y la velocidad de propagación, para una onda cuya ecuación, en el Sistema Internacional de unidades (S.I.) es:  $y(x,t) = 0,05 \cdot \sin[\pi(400x - 20t + 0,25)]$  [Rta:  $\phi = 0,25\pi = \pi/4$ ;  $A = 0,05$  m;  $\lambda = 1/200$  m =  $0,005$  m;  $T = 1/10 = 0,1$  s;  $k = 400$   $\pi$ /m;  $\omega = 20$   $\pi$  s $^{-1}$ ;  $f = 1/T = 10$  Hz;  $v = 0,05$  m/s]

9.2 Una onda se propaga en el sentido  $+x$ , siendo sus características: Amplitud  $0,03$  m; longitud de onda  $0,02$  m; velocidad de propagación  $2$  m/s; elongación (para  $x = 0 \wedge t = 0$ )  $0,03$  m. Se pide a) Escribir la ecuación de la onda b) dibujar el primer periodo de la onda y señalar los puntos donde la velocidad y la aceleración son máximas. [Rta:  $y(x,t) = 0,03 \sin(100\pi x - 200\pi t + \pi/2)$ ]

9.3 Determine los valores de a) La amplitud; b) La frecuencia; c) La longitud de onda, para la onda cuya ecuación, expresada en el S.I. es:  $y(x,t) = 0,01 \cdot \sin 2\pi(2x - 100t)$ . [Rta: a)  $A = 0,01$  m b)  $f = 100$  Hz c)  $\lambda = 1/2$  m =  $0,50$  m]

9.4 Dada la ecuación de la onda en el S.I.:  $y(x,t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(2x - 628t)$ , determine: a) La amplitud; b) La frecuencia; c) Su velocidad de propagación. [Rta: a)  $A = 2 \cdot 10^{-3}$  m; b)  $f = 100$  Hz; c)  $v = 100\pi$  m/s]

9.5 La ecuación de la onda armónica es:  $y(x,t) = 10^{-6} \cdot \sin(3x - 932t)$ . Calcule a) La velocidad de propagación de la onda; b) La velocidad de oscilación de una partícula en  $x = 4$  m y  $t = T/2$  [Rta: a)  $v = 311$  m/s b)  $v_y = 7,86 \times 10^{-4}$  m/s]

9.6 Una onda armónica que se propaga por una cuerda tiene, en el S.I., la ecuación  $y(x,t) = 0,06 \sin(2\pi x + 4\pi t)$ . Calcule a) la amplitud; b) la longitud de onda; c) la velocidad de propagación; d) el sentido de propagación; e) La máxima velocidad transversal de una partícula de la cuerda [Rta: a)  $A = 0,06$  m; b)  $\lambda = 1$  m; c)  $v = 2$  m/s; d) Hacia las  $-x$  e)  $v_{yMAX} = 0,75$  m/s].

**ONDAS ESTACIONARIAS****Introducción:**

La ecuación de una onda estacionaria es:  $y(x,t) = 2 \cdot A \cdot \sin(k \cdot x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$

9.7 La ecuación de una onda transversal que viaja por una cuerda es:  $y(x,t) = 0,15 \cdot \sin(0,79x - 13t)$  a) Escriba la ecuación de una que cuando se suma a la dada, produciría ondas estacionarias en la cuerda; b) Determine la elongación de la onda estacionaria para el punto de la cuerda  $x = 2,3$  m y el instante  $t = 0,16$  s. [Rta: a)  $y(x,t) = 0,15 \sin(0,79x + 13t)$ ; b)  $y(2,3; 0,16) = -0,14$  m]



9.8 La onda estacionaria en una cuerda, en el S.I. es:  $y(x,t) = 0,20 \cdot \sin(5000x) \cos(400t)$   
 Calcule a) Las ecuaciones de las ondas viajeras originales; b) La distancia entre dos nodos consecutivos; c) La velocidad de un punto de la cuerda situado en  $x = 0,01$  m y  $t = 0,1$  s [ Rta: a)  $y_1(x;t) = 0,10 \cdot \sin(5000x - 400t)$  y  $y_2(x;t) = 0,10 \cdot \sin(5000x + 400t)$  b)  $\Delta d = \pi / 5000$  m c)  $V_y = 15,64$  m/s ]

9.9 La onda estacionaria en una cuerda tiene una amplitud  $A = 0,25$  cm, una  $\omega = 942$  s<sup>-1</sup> y una  $k = 0,75\pi$  m<sup>-1</sup>. Tomando como origen de un sistema de referencia ( $x = 0$ ) al extremo izquierdo de la cuerda, determine las posiciones a) de los nodos b) de los vientres. [ Rta: a) Posic. de nodos =  $\frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot n = 1,33(m) \cdot n$  donde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  b) Posic. de vientres =  $1,33(m)(n + \frac{1}{2})$  donde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  ]

9.10 Una cuerda esta, en el eje de las +x, fija en  $x=0$ . En la onda estacionaria que la perturba, la separación entre dos antinodos consecutivos es de 15cm. Un punto de la cuerda, ubicado en un antinodo, realiza un MAS de amplitud  $A = 0,85$  cm y periodo  $T = 0,075$  s. Determine a) la distancia entre dos nodos consecutivos b) Los valores de  $\lambda$ ,  $A$  y  $V$  de las ondas viajeras que forman a la estacionaria c) Los valores  $v_{\max}$  y  $v_{\min}$  para el movimiento del punto en el antinodo d) La distancia que separa un nodo de su antinodo adyacente [Rta: a) dist. nodo-nodo = 15 cm b)  $v = 4$  m/s;  $\lambda = 30$  cm;  $A = 0,425$  cm c)  $v_{\max} = 71,2$  cm/s y  $v_{\min} = 0$  d) dist. nodo-antinodo = 7,5 cm]

9.11 Un alambre de 1,50 m de largo, con ambos extremos fijos, ha sido tensado de manera tal que las ondas transversales lo recorren con una  $v = 48$  m/s. Determine los valores de frecuencia y longitud de onda para a) la fundamental b) el segundo sobretono (o sea el tercer armónico) c) el cuarto armónico [ Rta: a)  $f_0 = 16$  Hz;  $\lambda_0 = 3$  m b)  $f_3 = 48$  Hz;  $\lambda_3 = 1$  m c)  $f_4 = 64$  Hz  $\lambda_4 = 0,75$  m]

9.12 Una cuerda de acero tensa vibra en su modo fundamental, con una frecuencia de 512 Hz, Otra cuerda del mismo material y longitud, pero con doble diámetro, vibra en su modo fundamental, con una frecuencia de 256Hz ¿Cuánto vale la relación entre las tensiones de ambas cuerdas? [ Rta:  $T_2 / T_1 = 1$  ]

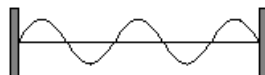
9.13 Determine cómo cambia la frecuencia fundamental de una cuerda, si se duplica a) la tensión b) la masa por unidad de longitud [ Rta: a)  $f' = 1,41 f$ ; b)  $f' = 0.707 f$  ]

9.14 Una cuerda de 60 cm de longitud y 3 g de masa, vibra en su modo fundamental con una frecuencia de 20 Hz. Determine el valor de la tensión en ella sí: a) está fija en sus dos extremos b) está fija solamente en uno de sus extremos [Rta. a)  $T = 2,88$  N b)  $T = 11,52$  N]

9.15 Cierta nota ejecutada en un piano debe tener una frecuencia de 231 Hz. Sin embargo, el afinador mide una frecuencia de 224 Hz, siendo la tensión de la cuerda de 723 N. El afinador corrige la frecuencia variando la tensión de la cuerda. ¿Cuál debe ser el valor de la tensión correcta? [Rta:  $T = 769$  N]

9.16 Un afinador de pianos ajusta en 800 N el valor de la tensión en una cuerda de alambre, de 40cm de longitud y 3 g de masa. Determine a) el valor de la frecuencia fundamental b) el número del armónico mas alto que podría escuchar una persona que percibe una frecuencia de hasta 14000 Hz [Rta: a)  $f_0 = 408,25$  Hz b)  $n = 34$  ]

9.17 Una onda estacionaria hace vibrar una cuerda según el modo mostrado en la figura,



sabiendo que su frecuencia es de **240 Hz**. a) Determine el valor de la frecuencia fundamental de la cuerda. b) si la tensión de la cuerda se reduce a la novena parte, ¿cuál sería el valor de la nueva frecuencia fundamental? [Rta: a)  $f_0 = 48$  Hz; b)  $f'_0 = 16$  Hz]

9.18 Una cuerda de **3 m** de longitud y **2,5 g/m** está sujeta por ambos extremos. Una de sus frecuencias naturales es **252 Hz** y la siguiente es de **336 Hz**. Calcule: a) la frecuencia fundamental. b) la tensión en la cuerda. [ Rta. a)  $f_0 = 84$  Hz; b)  $T = 635$  N]

9.19 Una cuerda de **80 cm** de longitud y  $\mu = 50$  g/m está sujeta por ambos extremos. Su frecuencia fundamental de vibración es de **60 Hz** y la amplitud de la onda estacionaria es de **3 mm**. Calcule: a) La velocidad de propagación de las ondas viajeras originales b) La tensión de la cuerda c) Las máximas velocidades y aceleraciones que alcanzan las partículas de la cuerda. [Rta: a)  $v = 96$  m/s b)  $T = 460,8$  N c)  $v_{\max} = 1,13$  m/s;  $a_{\max} = 426,4$  m/s<sup>2</sup>]

9.20 Una cuerda de **80 cm** de longitud fija en ambos extremos, oscila en su modo fundamental. El periodo de oscilación vale **0,1 s** y un punto de la cuerda situado en  $x = 20$  cm tiene una elongación  $y = 1$  mm en el instante  $t = 0,02$  s. Escriba la ecuación de la onda estacionaria. [Rta.:  $y(x,t) = 4,58 \times 10^{-3} \sin(1,25\pi \cdot x) \cdot \cos(20\pi \cdot t)$  [m;s]]

## ACÚSTICA

Densidad de algunas sustancias ( $\rho$ ), en kg / m <sup>3</sup>	
Aire ( a 1 atm. y 20°C)	<b>1,20</b>
Agua	<b>1000,0</b>
Agua de mar	<b>1025,0</b>
Aluminio	<b>2700</b>
Hierro y Acero	<b>7800</b>
Latón	<b>8600</b>

Velocidad del sonido al propagarse en distintos medios ( m/s)	
Aire (20 °C)	<b>344</b>
Hidrógeno (20 °C)	<b>1330</b>
Agua (20 °C)	<b>1482</b>
Aluminio	<b>6420</b>
Acero	<b>5941</b>
Plomo	<b>1960</b>

Introducción:

Amplitud de presión:  $P_{\max} = \rho \cdot v \cdot \omega \cdot A = k \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A$

Donde:  $k$  = número de onda;  $\rho$  = densidad del medio;  $V$  = Velocidad de la onda;  $A$  = amplitud de presión

9.21 Una onda sonora se propaga en el aire con una amplitud de elongación  $A = 2 \times 10^{-5}$  m. Calcule la amplitud de presión  $P_{\max}$  para la frecuencia de **900 Hz** [Rta.  $P_{\max} = 46,7$  Pa]

9.22 Para ondas sonoras, propagándose en el aire con una frecuencia de **1000 Hz**, ¿Qué amplitud de elongación **A** se requiere para que la amplitud de presión tenga el valor del umbral de dolor (que es de **30 Pa**)?. [Rta:  $A = 1,16 \times 10^{-5}$  m]

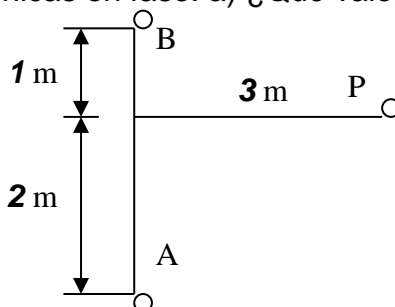
9.23 ¿Qué valores deben tener la longitud onda  $\lambda$  y la frecuencia  $f$  en una onda que se propaga en el aire con una amplitud de elongación  $A = 1,2 \times 10^{-8}$  m y una amplitud de presión máxima  $P_{\max} = 1,5 \cdot 10^{-3}$  Pa? [Rta:  $\lambda = 7,16$  m  $f = 48$  Hz ]

9.24 Un buzo sumergido en un lago escucha el sonido de la sirena de un barco en la superficie, directamente arriba de él. Al mismo tiempo otra persona, parada en tierra firme a **22 m** del barco, también lo escucha. La sirena está **1,20 m** sobre la superficie del agua ¿A qué distancia se encuentra el buzo de la sirena? [Rta: a **90,8 m** ]

9.25 ¿Cuál es la diferencia de fase entre las vibraciones de dos puntos en el aire, que se encuentran respectivamente a las distancias de **9** y **17** m del centro emisor? La vibración tiene un período de  $T = 0,04$  s. [Rta:  $1,16 \cdot \pi$  rad]

9.26 Una onda sonora se propaga en el aire con una amplitud  $A = 0,10$  m y una longitud de onda  $\lambda = 3$  m. ¿Qué valor alcanza la máxima velocidad longitudinal de las partículas del medio? [Rta: **72** m/s]

9.27 En el esquema de la figura, A y B son dos altavoces que, alimentados por un mismo amplificador, emiten ondas armónicas en fase. a) ¿Qué valores de frecuencia producen in-



terferencia constructiva en P? b) Ídem, para interferencia destructiva. [Rta: a)  $f = 776$  Hz; **1552** Hz; **2328** Hz; etc.; b)  $f = 388$  Hz; **1164** Hz; **1940** Hz; etc.]

9.28 Una columna de soldados que marcha a **120** pasos por minuto se mantiene al paso con la música de una banda que encabeza la columna. Se observa que los hombres que van atrás de la columna dan el paso con el pie izquierdo cuando los de la banda lo dan con el pie derecho. ¿Cuál es la longitud aproximada de la columna? [Rta:  $L = 86$  m]

## INTENSIDAD SONORA Y SENSACIÓN AUDITIVA

### Introducción.

$\rho$  = densidad del medio.  $v$  = velocidad de la onda.  $\omega$  = frecuencia angular.  $A$  = amplitud de elongación.  $I_0 = 10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>

### Intensidad de onda (I)

$$I = \frac{\text{Potencia de la fuente}}{\text{Área}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{P_{\text{máx}}^2}{2 \cdot \rho \cdot v}$$

### Nivel de intensidad ( $\beta$ )

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}}$$

9.29 Una fuente emite ondas esféricas con igual intensidad en todas las direcciones. Si a **40** m de la fuente la intensidad vale  $2 \times 10^{-4}$  W/m<sup>2</sup>, ¿cuál es su potencia? [Rta: **4** W]

9.30 Una fuente de sonido emite en todas direcciones. ¿Qué potencia tiene, si a **2** m de ella se ha medido un nivel de intensidad de **40** dB? [Rta:  $5 \times 10^{-7}$  W]

9.31 Usted está a una distancia  $d$  de una fuente sonora que emite en todas direcciones. Camina **50** m hacia la fuente y observa que la intensidad se ha duplicado. Calcule la distancia  $d$ . [Rta:  $d = 170$  m]

9.32 Una onda sonora que se propaga en el aire con una frecuencia de **1000** Hz, tiene una intensidad de **1** W/m<sup>2</sup>. Calcule la amplitud de elongación. [Rta:  $A = 1,1 \times 10^{-5}$  m]

9.33 El nivel de intensidad de un sonido es **80 dB**. Calcule su intensidad. [Rta:  $I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$ ]

9.34 A **10 m** de distancia el nivel de intensidad de la sirena de un barco es de **60 dB**. Calcule a) el nivel de intensidad a **1 km** de distancia; b) la distancia a la cual la sirena deja de ser audible. [Rta: a)  $\beta = 20 \text{ dB}$ ; b)  $d = 10 \text{ km}$ ]

9.35 a) Calcule el nivel de intensidad en un automóvil cuando la intensidad del sonido es  **$5 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$** . b) Determine el nivel de intensidad de sonido en el aire cerca de un martillo neumático cuando la amplitud de presión del sonido es de **0,15 Pa** y la temperatura es de **20°C**. [Rta: a)  $\beta = 57 \text{ dB}$ ; b)  $\beta = 74,35 \text{ dB}$ ]

9.36 La bocina de un automóvil se escucha hasta **1 km** de distancia. Calcule el nivel de intensidad sonora a **100 m**. [Rta:  $\beta = 20 \text{ dB}$ ]

9.37 Una onda sonora de **150 Hz** de frecuencia se propaga en el aire a **20°C** con una amplitud de elongación de  **$5 \times 10^{-6} \text{ m}$** . Calcule: a) la amplitud de presión; b) la intensidad; c) el nivel de intensidad de sonido. [Rta: a)  $P_{\text{máx}} = 1,94 \text{ Pa}$ ; b)  $I = 4,58 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$  c)  $\beta = 96,6 \text{ dB}$ ]

9.38 El sonido más tenue que una persona con oído normal puede escuchar, a una frecuencia de **400 Hz**, tiene una amplitud de presión aproximada de  **$6,0 \times 10^{-5} \text{ Pa}$** . Calcule: a) la intensidad correspondiente; b) el nivel de intensidad; c) la amplitud de elongación. [Rta: a)  $I = 4,36 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ; b)  $\beta = 6,4 \text{ dB}$ ; c)  $A = 5,8 \times 10^{-11} \text{ m}$ ]

9.39 El sonido emitido por un parlante A, tiene **50 dB** más que el de otro parlante B. Encuentre el valor de la relación entre sus intensidades sonoras  $I_A / I_B$ . [Rta:  $I_A / I_B = 10^5$ ]

9.40 Dos sonidos tienen niveles de intensidad de **67 dB** y de **76 dB** respectivamente, en un punto que se encuentra a igual distancia de ambas fuentes sonoras. Calcule el valor de la relación a) entre las potencias de ambos sonidos; b) entre las amplitudes de presión de ambos. [Rta: a)  $P_1 / P_2 = 0,126$ ; b)  $P_{1\text{máx}} / P_{2\text{máx}} = 0,355$ ]

## **INSTRUMENTOS MUSICALES**

9.41 Las notas *fa*, *la* y *do* tienen frecuencias de **349**, **440** y **262 Hz** respectivamente. En un órgano de tubos cerrados, ¿qué longitudes deberán tener los tubos que, en su modo fundamental, produzcan tales notas? [Rta:  $L_{fa} = 24,6 \text{ cm}$ ,  $L_{la} = 19,5 \text{ cm}$  y  $L_{do} = 32,8 \text{ cm}$ ]

9.42 Se hace sonar un tubo de órgano cerrado y, en estas condiciones, se le acerca una guitarra. Espontáneamente una de sus cuerdas comienza a vibrar con gran amplitud. La longitud de la cuerda es el **70 %** de la del tubo. Si tanto el tubo como la cuerda vibran en su frecuencia fundamental, Calcule a) la velocidad de la onda en la cuerda; b) el valor de la relación entre las longitudes de las ondas en el tubo y en la cuerda. [Rta: a)  $v_{\text{cuerda}} = 120,4 \text{ m/s}$ ; b)  $\lambda_{\text{tubo}} / \lambda_{\text{cuerda}} = 2,857$ ]

9.43 Un tubo cerrado de órgano vibra con una frecuencia fundamental de **250 Hz**. Determine: a) ¿Cuál es la longitud del tubo? b) Si resulta que el tercer sobretono de este tubo (o sea el séptimo armónico) tiene la misma longitud de onda que el cuarto armónico de un tubo abierto, ¿cuál es la longitud de este tubo abierto? [Rta: a)  $L = 0,344 \text{ m}$ ; b)  $L = 0,393 \text{ m}$ ]

9.44 Un tubo de órgano abierto en un extremo y cerrado en el otro, tiene **30 cm** de longitud. Para la primera armónica o fundamental: a) indique en un diagrama la posición de los nodos y vientres de elongación. b) Muestre en otro diagrama la posición de los nodos y vien-

tres de presión. c) Si la velocidad de propagación de la onda es de **344** m/s, calcule la frecuencia fundamental. [Rta: c)  $f_0 = 286,67$  Hz]

9.45 Un tubo de órgano, abierto en ambos extremos tiene **40** cm de longitud. Para la primera armónica o fundamental, a) muestre en un diagrama la posición de los nodos y los vientres de presión. b) Indique en otro diagrama la posición de los nodos y vientres de elongación. c) Calcule la frecuencia fundamental. [Rta: c)  $f_0 = 430$  Hz]

9.46 Un tubo de órgano, cerrado en un extremo y abierto en el otro, en su primera armónica o fundamental, produce un sonido de **110** Hz. a) Calcule la frecuencia del sonido cuando vibra con su tercera armónica; b) Muestre en un diagrama la posición de los nodos y vientres de presión; c) Ídem de los nodos y vientres de elongación. [Rta: a)  $f_3 = 330$  Hz]

9.47 Un trompetista está afinando su instrumento tocando la nota **la** simultáneamente con el primer trompetista que tiene una frecuencia perfecta de **440** Hz. ¿Cuáles son las posibles frecuencias si se oyen **2,6** batidos por segundo? [Rta: Hay dos posibilidades:  $f_2 = 437,4$  Hz y  $f_2 = 442,6$  Hz]

9.48 Una persona toca una flauta pequeña de **10,75** cm de longitud, abierta en un extremo y cerrada en el otro, cerca de una cuerda tensa que tiene una frecuencia fundamental de **600** Hz. ¿Con cuáles armónicos de la flauta resonará la cuerda? En cada caso, ¿cuál armónica de la cuerda está en resonancia? [Rta: El **3º** armónico de la flauta resuena con el **4º** armónico de la cuerda.]

9.49 Un tubo de órgano tiene dos armónicos sucesivos con frecuencias de **1372** y **1764** Hz. a) ¿El tubo es abierto o cerrado? Justifique su respuesta. b) ¿De cuáles armónicos se trata? c) ¿Qué longitud tiene el tubo? [Rta: a) El tubo es cerrado; b) del  $n = 7$  y  $n = 9$ ; c)  $L = 0,4387$  m]

**UNIDAD 10 – CALOR****TERMOMETRÍA:**

**10.1-** Complete el siguiente cuadro, expresando las temperaturas detalladas en las diferentes escalas e indique la relación de conversión en cada caso:

<b>°C</b>	<b>°F</b>	<b>K</b>
<b>83</b>		
<b>— 215</b>		
		<b>400</b>
		<b>0</b>
	<b>— 32</b>	
	<b>300</b>	

**10.2** Una varilla metálica se enfría desde **90 °C** hasta **25 °C**. Expresa la variación de temperatura ( $\Delta T$ ), experimentada por la varilla, en °F. [Rta:  $\Delta T = - 117^\circ\text{F}$ ]

**10.3-** Una persona, viajando por Inglaterra, se siente indispuesta y concurre a un médico. Este, luego de revisarla, le informa que su temperatura axilar es de **104 °F**. Sabiendo que la temperatura axilar en una persona sana, es de **36,8 °C**, ¿puede decir si esta persona tiene fiebre o no? [Rta: Tiene fiebre]

**10.4-** ¿A qué temperatura las lecturas de dos termómetros, uno de ellos graduado en la escala Celsius y el otro en la escala Fahrenheit, indican la misma lectura? [Rta: **- 40°**]

**DILATACIÓN:**

**PARÁMETROS A UTILIZAR**  
**TABLA DE COEFICIENTES DE DILATACIÓN LINEAL**

<b>MATERIAL</b>	Coef. de Dilatación lineal $\alpha$ $\left[ \frac{1}{^\circ\text{C}} \right]$
Aluminio	<b><math>2,4 \times 10^{-5}</math></b>
Acero	<b><math>1,1 \times 10^{-5}</math></b>
Cobre	<b><math>1,7 \times 10^{-5}</math></b>
Mercurio	<b><math>18,2 \times 10^{-5}</math></b>
Vidrio Común	<b><math>0,9 \times 10^{-5}</math></b>
Vidrio Pirex	<b><math>0,32 \times 10^{-5}</math></b>

**10.5-** Un tubo de cobre mide **2 m** de longitud a **20 °C**. ¿Qué aumento de longitud tiene cuando circula por el un fluido a **80 °C**?

Rta:  $\Delta L = 0,002 \text{ [m]} = 2 \text{ [mm]}$

**10.6-** Un riel ferroviario de acero mide **20 m** de longitud a **25 °C**. Teniendo en cuenta que las temperaturas a las que estará expuesto, son de **-15 °C** en invierno y **+ 40 °C** en verano, determine la longitud libre que deberá haber entre dos rieles consecutivos. [Rta:  $\Delta L = 3,3 \text{ mm}$ ]

**10.7-** Una chapa rectangular de aluminio mide **0,50 m x 1,20 m**, a **20 °C**, y posee un orificio de **5 cm**. de diámetro. Si la chapa es calentada a **150 °C**, determine: a) La variación de área de la chapa; b) El diámetro del orificio. [Rta: a)  $\Delta S = 37,44 \text{ cm}^2$ ; b)  $D_f = 5,0155 \text{ cm}$ ]

**10.8-** Suponga que pudiera construirse un aro de acero alrededor del ecuador terrestre, ajustándolo exactamente a la temperatura de **20 °C**. Calcule el valor de la diferencia de radios entre el aro y la Tierra, cuando la temperatura del aro se eleva en **1 °C** (suponemos que la Tierra no experimentará dilatación alguna). El valor del radio terrestre es de **6,378x10<sup>6</sup> m**. [Rta:  $\Delta R = 70,158$  m]

**10.9-** Una varilla de metal tiene una longitud de **1,00 m** a **0 °C**. A los **50 °C** se mide una dilatación de **0,06 cm**. Calcule: a) El valor del coeficiente de dilatación lineal de dicho metal. b) Si tiene una sección de **10 cm<sup>2</sup>** a **0 °C**, ¿cuál será su sección y su volumen a **100 °C**? [Rta: a)  $\alpha = 1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ; b)  $S = 10,024 \text{ cm}^2$ ;  $V = 1003,6 \text{ cm}^3$ ]

**10.10.-** Una barra de cobre y una barra de acero se calientan a partir de **0 °C**. La primera tiene una longitud **L<sub>CU</sub>** y la segunda una longitud **L<sub>AC</sub>**. Cuando ambas barras se calientan o se enfrían, se mantiene una diferencia de **5 cm** entre sus longitudes. Determine los valores de **L<sub>CU</sub>** y de **L<sub>AC</sub>**. [Rta.:  $L_{CU} = 9,17 \text{ cm}$ ;  $L_{AC} = 14,17 \text{ cm}$ ]

**10.11.-** Un par bimetálico está formado por dos láminas de diferentes metales, unidas rígidamente en la superficie de contacto. Demuestre que si las láminas son del mismo espesor “d”, el par adopta la forma de un arco de circunferencia, cuyo radio medio es aproximadamente  $R = \frac{d}{\Delta t (\alpha_1 - \alpha_2)}$  donde  $\Delta t$  es la variación de temperatura, y  $\alpha_1, \alpha_2$  son los respectivos coeficientes de dilatación.

**10.12.-** Un par bimetálico está constituido por dos láminas soldadas de **6 cm** de longitud y **0,4 mm** de espesor. Una de las láminas es de aluminio y la otra de acero. Calcule el valor del radio de flexión de las láminas cuando experimentan una variación de temperatura de **25 °C**. [Rta:  $R = 1,23 \text{ m}$ ]

## CALORIMETRÍA:

### PARÁMETROS A UTILIZAR

TABLA DE CALORES ESPECÍFICOS DE DIFERENTES MATERIALES

MATERIAL	Calor Específico $c$ $\left[ \frac{J}{kg \text{ } ^\circ C} \right]$
Agua Líquida	<b>4.186</b>
Agua (hielo a <b>-5 °C</b> )	<b>2.090</b>
Agua (vapor a <b>100 °C</b> )	<b>2010</b>
Aluminio	<b>900</b>
Cobre	<b>387</b>
Hierro	<b>448</b>
Plata	<b>234</b>
Vidrio	<b>837</b>

CALORES LATENTES DEL AGUA (a presión atmosférica normal)

De Fusión:  $L_f = 3,33 \times 10^5 \frac{J}{kg}$ ; de Vaporización:  $L_v = 2,26 \times 10^6 \frac{J}{kg}$

**10.13.-** Una persona consume normalmente alimentos por un valor energético total de **3000 kcal/día**. Calcule: a) La equivalencia en J/día. b) La potencia disipada en W, si suponemos que esta energía se pierde a un ritmo constante en **24 h**. [Rta: a)  $E = 1,256 \times 10^7 \text{ J/día}$ ; b)  $P = 145,35 \text{ W}$ ].

**10.14.-** ¿Qué cantidad de calor deberá suministrarse a **25 kg** de agua para elevar su temperatura desde **15 °C** hasta **45 °C**? [Rta:  $Q = 3139500 \text{ J}$ ].

**10.15.-** Se tienen dos recipientes. El recipiente **1** contiene **15 l** de agua a **80 °C**, y el **2** contiene **60 l** de agua a **20 °C**. Se pide determinar la temperatura final de la mezcla del agua de ambos recipientes. [Rta:  $t_f = 32 \text{ °C}$ ]

**10.16.-** El vaso de un calorímetro tiene una masa de **7,3 kg** y contiene **10 kg** de agua. Se introduce en él un cuerpo del mismo metal con que está construido el vaso, cuya masa es de **1,2 kg** y su temperatura original de **120 °C**. Si la temperatura del calorímetro y del agua era inicialmente de **19 °C**, y la temperatura final del sistema es de **22 °C**. Determine el valor del calor específico del metal. [Rta:  $c = 1,31 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}}$ ]

**10.17.-** Se tiene una muestra de **500 g** de agua a **-20 °C**. a) Calcule la cantidad de calor que deberá suministrarse para elevar la temperatura a **150 °C**. a) Represente en un sistema de ejes coordenados cartesianos  $Q-t$  la evolución, suponiendo los calores específicos constantes. [Rta: a)  $Q = 1576950 \text{ J}$ ]

**10.18.-** Calcule la temperatura final que alcanzará una mezcla de **225 g** de hielo a **0 °C**, con **450 g** de agua a **60 °C**. [Rta:  $t_f = 13,48 \text{ °C}$ ]

**10.19.-** Se mezcla **1 kg** de agua a **50 °C** con **1 kg** de hielo a **-20 °C**. a) Se pregunta si se dispondrá de suficiente calor para fundir todo el hielo. b) En caso contrario, ¿Qué masa de hielo queda sin fundir? [Rta: b) Queda sin fundir una masa de **0,5 kg** de hielo]

**10.20.-** Se mezclan **15 kg** de hielo a **-60 °C** con **45 kg** de vapor de agua a **200 °C**. En el estado final de equilibrio térmico, encuentre la temperatura, los componentes existentes y sus cantidades. [Rta:  $t_f = 100 \text{ °C}$ ; Componentes existentes: **43,17 kg** de vapor, **16,83 kg** de líquido].

**10.21.-** Para el agua entre **15 °C** y **100 °C** el calor específico se puede expresar como:

$c = (4.186 + 0,16744t + 0,003767t^2) \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{°C}}$ . a) Calcule la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de **2 kg** de agua desde **15 °C** hasta **100 °C**; b) Compare el resultado con el que se hubiera obtenido si el cálculo se hubiera realizado con  $c = \text{cte.} = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{°C}}$

[Rta: a)  $Q = 715759,6 \text{ J}$  b)  $Q = 711620 \text{ J}$ ]



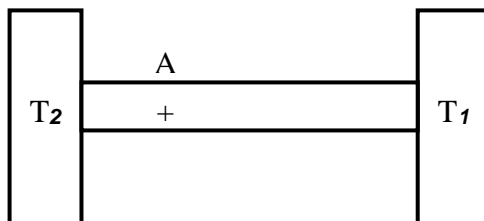
**UNIDAD 11 – TRANSMISIÓN DE CALOR****CONDUCCIÓN:**

PARÁMETROS A UTILIZAR - COEFICIENTES DE CONDUCTIVIDAD TÉRMICA

MATERIAL	COEFICIENTES DE CONDUCTIVIDAD TÉRMICA "K" $\left[ \frac{W}{m^{\circ}C} \right]$
Acero	<b>50,0</b>
Agua	<b>0,60</b>
Aire	<b>0,023</b>
Aluminio	<b>237,0</b>
Amianto	<b>0,08</b>
Cobre	<b>397</b>
Hielo	<b>2,0</b>
Hierro	<b>80</b>
Latón	<b>87,2</b>
Vidrio	<b>0,8</b>

**11.1.-** Una plancha rectangular de aluminio mide **50 cm.** x **60 cm** y tiene un espesor de **2,54 cm**. Una de sus caras laterales está a la temperatura de **120 °C** y la opuesta a **114 °C** en condiciones estacionarias. Determine el valor de la potencia calorífica que se transfiere. [Rta: **H = 16.795 W**]

**11.2.-** La figura muestra una barra cilíndrica de aluminio de **40 cm.** de longitud y **10 cm<sup>2</sup>**

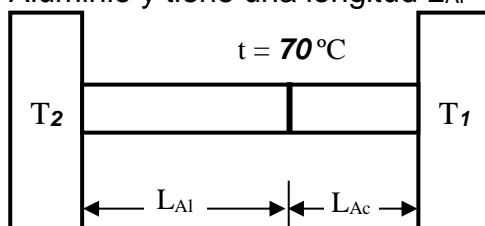


de sección, con uno de sus extremos a la temperatura  $T_2 = 120^{\circ}$ , y el otro a  $T_1 = 0^{\circ}C$ . Para el régimen estacionario, determine: a) El valor del gradiente de temperatura; b) El ritmo de transferencia de calor  $H$ ; c) La temperatura en el punto A de la barra, ubicado a **12 cm.** del extremo en contacto con  $T_2$ ; d) Si la barra está cubierta por una capa aislante para evitar pérdidas de calor al ambiente a través de su área lateral, y si la fuente  $T_1$  consiste en una mezcla de agua y hielo a presión normal, Calcule el ritmo de fusión del hielo en ella, en **g/s**. [Rta: a)  $\Delta t/L = 300^{\circ}C/m$ ; b)  $H = 71,1 W$ ; c)  $t_A = 84^{\circ}C$ ; d)  $H/L_f = 0,21 g/s$ ].

**11.3.-** Una plancha de cierto material transmite **1790 J/h** de calor a través de **0,5 m<sup>2</sup>** cuando el gradiente de temperatura vale **14 °C/m**. ¿Cuánto valdría el calor transmitido por hora a través de otra placa del mismo material, pero, de **2 cm** de espesor y **1,5 m<sup>2</sup>** de superficie, cuando una de sus caras está a **30 °C** y la otra a **20 °C**? [Rta: **H = 191.775 J / h**]

**11.4.-** Una olla de acero, de **5 mm.** de espesor y **25 cm.** de diámetro, recibe calor (a través de su base), de un horno sobre el que está apoyada. Se comprueba que, a la presión atmosférica normal, se evapora el agua que contiene, a razón de **1 litro** cada **15 minutos**. Determine el valor de la temperatura a la que se encuentra la superficie externa de la base de la olla (tomar el valor del calor latente de evaporación del agua de la unidad **11**). [Rta: **t<sub>ext</sub> = 105,1 °C**]

**11.5.-** La figura muestra una barra aislada térmicamente en su área lateral, con uno de sus extremos unido a una fuente  $T_2 = 140^\circ\text{C}$ , y el otro, a otra fuente  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ . La temperatura de las dos fuentes, es constante y la sección de la barra es de  $10\text{ cm}^2$ . La barra consta de dos tramos: el primero es de Aluminio y tiene una longitud  $L_{Al} = 1\text{ m}$ , y el segundo es de ace-



ro ( $L_{Ac}$ ). En régimen estacionario, la temperatura en la unión es de  $70^\circ\text{C}$ . Calcule: a) el ritmo de transferencia de calor a lo largo de la barra (en W); b) el valor de la longitud del tramo de acero ( $L_{Ac}$ ), en cm. [Rta: a)  $H = 16,59\text{ W}$ ; b)  $L_{Ac} = 0,15\text{ m} = 15\text{ cm}$ ]

**11.6.-** La figura A muestra dos varillas cuadradas idénticas geométricamente y del mismo

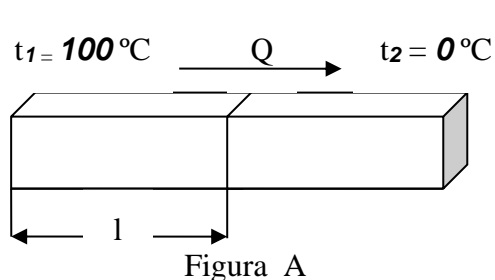


Figura A

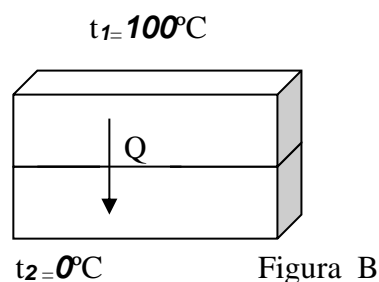


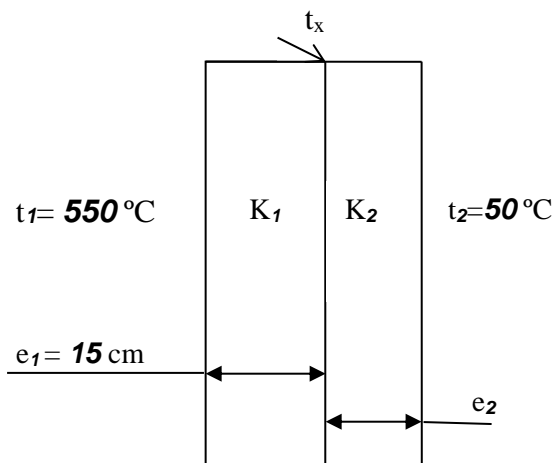
Figura B

metal, que están soldadas por uno de sus extremos. A través de ellas el calor fluye a un ritmo de  $5\text{ J/min}$ . Si las varillas fueran soldadas por una de sus caras, como lo muestra la figura B, ¿cuánto tiempo tardará en fluir  $5\text{ J}$  a través de ellas? [Rta:  $t_B = 15\text{ s}$ ]

### CONDUCCIÓN EN PAREDES COMPUESTAS:

**11.7.-** La pared de acero de un horno, en su cara interna se encuentra a la temperatura de  $180^\circ\text{C}$ . Se desea agregar una capa aislante de amianto que haga que su temperatura en la cara exterior del horno, sea de  $40^\circ\text{C}$ . Determine el espesor que deberá tener la pared de amianto. Datos: El área  $S$  de transferencia vale  $3\text{ m}^2$ , el espesor de la pared de acero es de  $3\text{ mm}$  y la potencia calorífica disipada a través de ella, es de  $586\text{ W}$ . [Rta:  $e_{\text{Amianto}} = 5,7\text{ cm}$ ]

**11.8.-** Las paredes de un horno están construidas con ladrillos refractarios, y tienen un espesor de  $0,15\text{ m}$ . La conductividad térmica del ladrillo es tal que, cuando la diferencia de temperatura entre las caras es de  $0,55^\circ\text{C}$ , fluyen  $3,154\text{ W}$  a través de una sección de  $1\text{ m}^2$

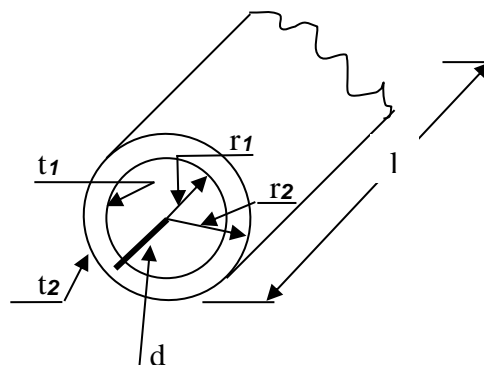


con un espesor de  $2,54\text{ cm}$ . La temperatura de la pared interior, es de  $550^\circ\text{C}$ , y la de la pa-

red exterior de **50 °C**. Determine: a) Qué espesor de ladrillo aislante, cuya conductividad térmica es **1/3** de la del ladrillo refractario, deberá colocarse por fuera de éste último para reducir la pérdida calorífica al **50 %** de su valor primitivo?; b) ¿Cual será entonces la temperatura ( $t_x$ ) en la interfase entre el ladrillo refractario y el aislante? [Rta: a)  $e_2 = 5$  cm; b)  $t_x = 300$  °C]

### CONDUCCIÓN EN PAREDES CILÍNDRICAS:

**11.9.-** El tubo de un radiador, es un cilindro de radio exterior  $r_2$  y radio interior  $r_1$ . Por su interior circula vapor siendo la temperatura interior  $t_1$  y la exterior  $t_2$ . Deducir una expresión que permita calcular a que distancia  $d$  (medida del centro del tubo), la temperatura en el tubo tiene el valor de la media aritmética  $t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}$ . Rta:  $d = \sqrt{r_1 \cdot r_2}$ .



**11.10.-** Un tubo de acero de radio exterior  $r_2 = 12$  cm y radio interior  $r_1 = 6$  cm, en  $r = 8$  cm tiene un gradiente de temperatura  $\frac{dt}{dr} = 100 \left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}} \right]$ . Para

un estado de régimen permanente, Calcule la cantidad de calor (en Joules) por unidad de tiempo (s) y de longitud (m) que se transmite.

Rta:  $H / l = 2.199$  [W /m].

### CONVECCIÓN:

Coeficientes de Convección Natural en el aire, a la presión atmosférica

ELEMENTO	$h \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}} \right]$
Lámina horizontal, mirando hacia arriba	$2,4907 x^4 \sqrt{\Delta t}$
Lámina horizontal, mirando hacia abajo	$1,3144 x^4 \sqrt{\Delta t}$
Lámina vertical	$1,7748 x^4 \sqrt{\Delta t}$
Tubo, horizontal o vertical, de diámetro D	$4,1860 x^4 \sqrt{\frac{\Delta t}{D}}$

Donde  $\Delta t$  es la diferencia entre la temperatura de la superficie y la de la masa principal del fluido.

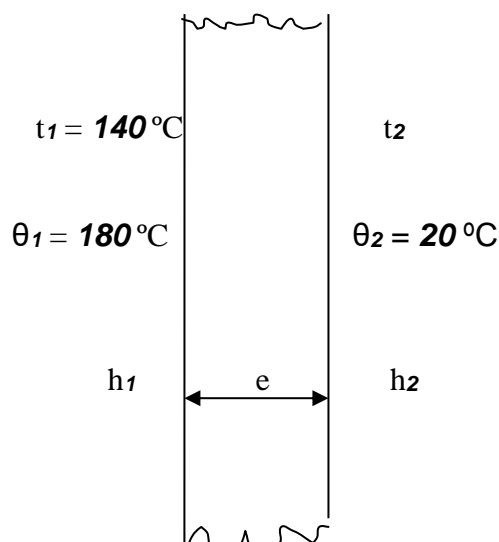
**11.11.-** Un tubo por el que circula vapor, tiene un diámetro exterior de **7,6** cm. y una longitud de **6** m. Su superficie exterior se encuentra a una temperatura constante de **95 °C** mientras que el aire circundante, que está a presión atmosférica, tiene una temperatura de **16 °C**. Calcule la potencia calorífica (en watts) que el tubo cede por convección natural al ambiente. [Rta:  $H = 2,690$  [W]]

**11.12.-** Una pared plana vertical es mantenida a una temperatura constante de **100 °C**. A ambos lados de la misma se tiene aire, a presión atmosférica normal, a una temperatura de **20 °C**. Calcule: a) El calor (en joules) que la pared pierde por hora y por  $\text{m}^2$  a través de sus dos caras, por convección natural; b) Idem si la pared fuera horizontal. [Rta: a)  $\Delta Q = 3,059 \times 10^6$  J; b)  $\Delta Q = 3,277 \times 10^6$  J]

**11.13.-** Una pared plana, de espesor  $e$ , tiene a ambos lados un mismo fluido cuya conductividad es  $h = 12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ . La conductividad interna

de la pared es  $k = 1,20 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ . En régimen estacio-

nario, las temperaturas del fluido, a uno y otro lado de la pared, son  $\theta_1 = 180^\circ C$  y  $\theta_2 = 20^\circ C$ . Si la cara (1) de la pared está a  $t_1 = 140^\circ C$ , Calcule: a) La temperatura de la cara (2); b) El flujo de calor  $H/S$   $W/m^2$  c) El espesor  $e$  de la pared. [Rta: a)  $t_2 = 60^\circ C$ ; b)  $H/S = 480 W/m^2$ ; c)  $e = 20$  cm]



**11.14.-** Una pared de ladrillo, de **20** cm. de espesor y conductividad térmica  $k = 0,63 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ , separa

una habitación (donde el aire se encuentra a **20**  $^\circ C$ ) del exterior (donde el aire tiene una temperatura de **-19**  $^\circ C$ ).

Si los coeficientes de convección interior y exterior son  $h_1 = 4 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  y

$h_2 = 8 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  respectivamente, Calcule: a) El valor del coeficiente de transmisión total; b) La

corriente calorífica por unidad de área  $\left(\frac{H}{S}\right)$  a través de la pared ;c) La temperatura de la cara interior de la pared; d) La temperatura de la cara exterior de la pared. [Rta: a)  $K_{Total} =$

$1,445 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ ; b)  $\frac{H}{S} = 70,8 \frac{W}{m^2}$ ; c)  $t_{interior} = 2,3^\circ C$ ; d)  $t_{exterior} = -10,15^\circ C$ ]

### **RADIACIÓN:**

**11.15.-** El sol tiene un radio de  $6,96 \times 10^8$  m, y la temperatura en su superficie, de **5.800** K. Suponiéndolo como un cuerpo negro, determine el valor de la potencia calorífica que emite por radiación. [Rta:  $P = 3,9 \times 10^{26}$  W]

**11.16.-** El cuerpo humano tiene una temperatura promedio de **37**  $^\circ C$ . Suponiendo que se comporta como un cuerpo negro y que tiene una superficie de **2,5**  $m^2$ , Calcule el valor del flujo total de calor si la temperatura ambiente es de **20**  $^\circ C$ . [Rta:  $P = 264$  W]

**11.17.-** Imagínese un cuerpo esférico en el espacio exterior y suponga que el cuerpo no recibe radiación alguna. Suponga también que se comporta como un cuerpo negro radiante, que tiene una conductividad térmica infinita y que la temperatura es uniforme en toda la esfera. La esfera tiene una densidad  $\rho$ , un radio  $R$  y un calor específico  $c$ . Si considera que solo existe la radiación que ella emite, calcule cuanto tardaría en reducirse a la mitad su temperatura. [Rta:  $\tau = \frac{8}{45} \cdot \frac{\rho \cdot R \cdot c}{\sigma \cdot T^3}$ ]

**11.18.-** El carborundo es uno de los mejores emisores de energía radiante, que puede llevarse a la incandescencia al aire libre. A **1000** K tiene una potencia radiante por unidad de superficie de  $4,87 \times 10^4$   $W/m^2$ . ¿Cuál es la emisividad del carborundo? [Rta:  $e = 0,86$ ]

**11.19.-** La emisividad del tungsteno es aproximadamente  $e = 0,35$ . Una esfera de tungsteno, de **1** cm. de radio, se halla suspendida dentro de una gran cavidad vacía, cuyas paredes se encuentran a **300** K.

¿Qué valor de potencia deberá suministrarse a la esfera para mantenerla a la temperatura de **3000 K**? (despreciar la conducción de calor a lo largo de los soportes). [Rta:  $P = 2018,75$  W]

**11.20.-** La temperatura del filamento de tungsteno en una lámpara de **60 W**, es de **2460 K**. Sabiendo que la emisividad del tungsteno es de **0,35**, Calcule el área del filamento suponiendo que la temperatura en la habitación es de **27 °C**. [Rta:  $S = 82,58$  mm<sup>2</sup>]