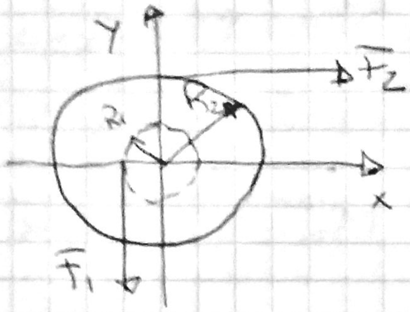
HOJA N°

FECHA

Dinámica del cuerpo rígido.

5.6



$\bar{M} = \sum \bar{R} \times \bar{F}$

$M_2 = R_2 \hat{y} \times F_2 \hat{x} = -R_2 F_2 \hat{z}$

$M_1 = -R_1 \hat{x} \times (-F_1)\hat{y} = R_1 F_1 \hat{z}$

$\bar{M} = (R_1 F_1 - R_2 F_2)\hat{z}.$

5.9

$\bar{M}_F = \bar{R} \times \bar{F} = M_{mg} + M_F + M_{fr}$

$M_{mg} = \overset{=0}{\bar{r}} \times (-mg)\hat{y} = 0$

$M_F = R\hat{x} \times (-F)\hat{x} = 0 \qquad (\hat{x} \times \hat{x} = 0)$
$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$

$M_{fr} = R\hat{x} \times (-\hat{y}) f_r = -R f_r \hat{z}$

$\Rightarrow \bar{M} = -R f_r \hat{z} = I_0 \alpha \hat{z}$

La reacción de vínculo entre el cilindro y la zapata es F (es equivalente a una normal). Por lo tanto la fuerza de rozamiento es proporcional a F.

$f_r = \mu \underline{N} = \mu \underline{F}$

I_0 (desde el CM) $= \frac{1}{2} m R^2 \sim 0{,}45\ kg\,m^2$

$\Rightarrow M = -R\mu F = I_0 \alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{-R\mu F}{I_0} \sim -1{,}3\ s^{-2}$

Para obtener el número de vueltas $\rightarrow \dfrac{\Delta\theta(t_f)}{2\pi}$

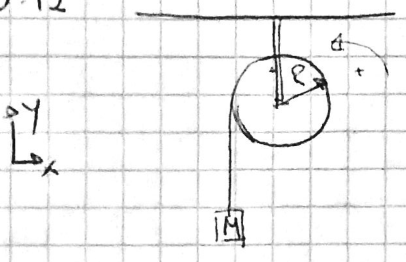
$\Delta\theta = \omega_0 t_f - \dfrac{\alpha t_f^2}{2}$

$\underset{\text{se frena}}{\omega_f \underset{\uparrow}{=} 0} = \omega_0 + \alpha t \rightarrow t_f = \dfrac{\omega_i}{\alpha} = 24{,}16\ s$

$\#\text{vueltas} = \dfrac{\Delta\theta}{2\pi}(t_f) \simeq 60$ vueltas.

NOTA

5.12



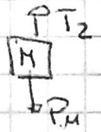
Para la polea

$T_1 - P - T_2 = 0$ (está quieto)

$\sum \bar{M}_{O_1} = M_{T_2}$ ya que T_1 y P pasan por el O_1

$M_{T_1} - R T_2 = I_0 \alpha = \frac{1}{2} m_p R^2 . \alpha$ (1)

Para la masa M



$T_2 - P_M = -M . a$

aceleración tangencial en donde cuelga la masa M (en la polea)

$a = \alpha R$.

$T_2 = -M . a + Mg$

reemplazo en (1)

$M_{T_1} = R . [Ma + Mg] = I_0 (-\frac{a}{R}) \Rightarrow I_0 = MR^2 . \frac{[-a+g]}{-a}$

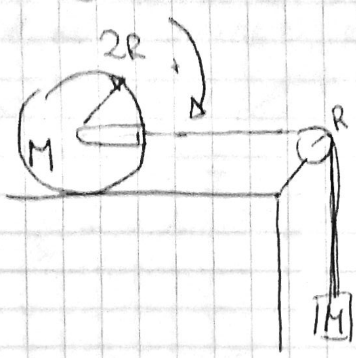
Si $R' = 2R \Rightarrow I_0 = 2^2 MR^2 \frac{[-a+g]}{-a} = 4 I_0$

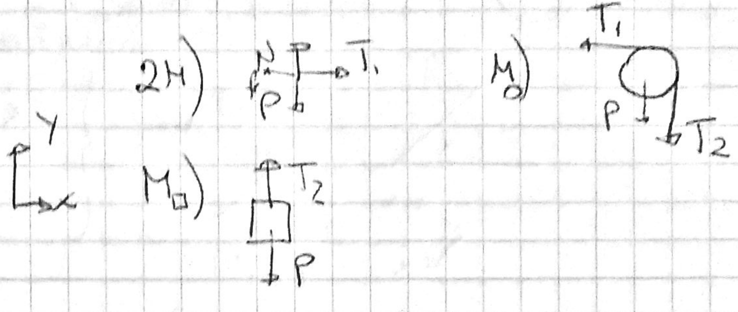
Si $M' = 2M \Rightarrow I_0 = 2MR^2 \frac{[-a+g]}{-a} = 2 I_0$

$M = 2kg$, $a = 6 m/s^2 \downarrow$, $R = 0,2 m$

NOTA

5.23





2M) Desde el e.i.r. $2R \cdot T_1 = (I_M + M4R^2)\alpha \rightarrow T_1 = \frac{(I_{2M}+4MR^2)\alpha}{2R}$ ①

M_0) $R T_2 - R T_1 = I_M \alpha = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \alpha \rightarrow T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M \alpha R$ ②

$M_\square$) $T_2 - Mg = Ma$ ③

considero
$a_{cg} = \alpha R$

② - ③

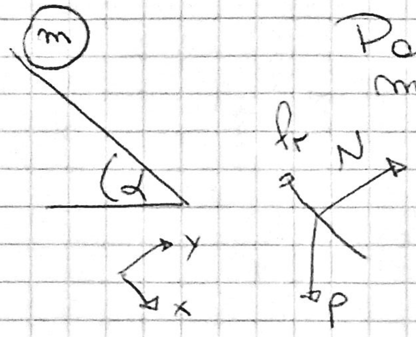
$$Mg - T_1 = \frac{1}{2} M\alpha R - Ma = \frac{1}{2}Ma - Ma = -\frac{1}{2}Ma$$

$$T_1 = \left(\frac{\frac{1}{2}M4R^2 + 4MR^2}{2R}\right)\alpha = \left(\frac{2MR^2+4MR^2}{2R}\right)\alpha = 3MR\alpha = 3Ma$$

$$Mg - 3Ma = -\frac{1}{2}Ma \Rightarrow \cancel{M}g = \left(3-\frac{1}{2}\right)\cancel{M}a = \frac{5}{2}a$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{5}g$$

5.28



Para um objeto rodante de momento de inercia I_0, masa m, radio R

$$\begin{cases} \hat{x} : mg \operatorname{sen}\alpha - f_r = ma \quad (1) \\ (eir) : R \cdot P_x = I\alpha \\ R\, mg \operatorname{sen}\alpha = I \dfrac{a}{R} \quad (2) \end{cases}$$

de (2) $\quad a = \dfrac{mg R^2 \operatorname{sen}\alpha}{I}$ para qualquer rodante.

Para um cilindro hueco $\quad I = mR^2 + mR^2 = 2mR^2$

Para um cilindro macizo $\quad I = 1/2\, mR^2 + mR^2 = 3/2\, mR^2$

Para uma esfera $\quad I = 2/5\, mR^2 + mR^2 = 7/5\, mR^2$

$a_{ch} = \dfrac{g}{2} \operatorname{sen}\alpha$

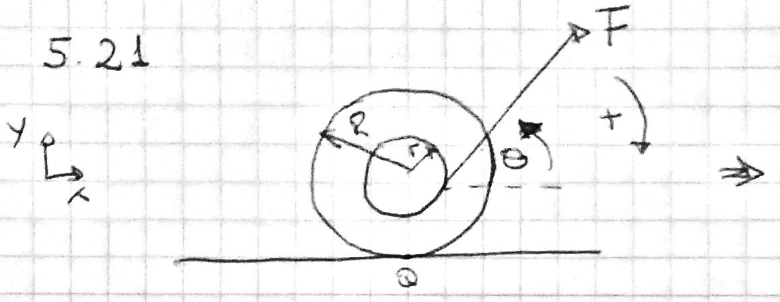
$a_{cM} = \dfrac{2}{3} g \operatorname{sen}\alpha$

$a_e = \dfrac{5}{7} g \operatorname{sen}\alpha$

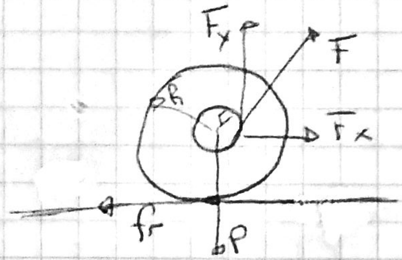
$\underline{a = \varepsilon g \operatorname{sen}\alpha}$

NOTA

5.21



Rueda sin deslizar.



$\hat{X}$ $F\cos\theta - fr = ma$ (1)

$\hat{Y}$ $F \operatorname{sen}\theta - mg + N = 0$ (2)

Para que el carretel no se despegue del suelo, $N > 0$.

(fr se opone a F_x)

$N > 0 \Rightarrow N > mg - F\operatorname{sen}\theta > 0 \Rightarrow F < \frac{mg}{\operatorname{sen}\theta}$ ($\operatorname{sen}\theta > 0$) (3)

La suma de momentos desde el CM queda

$$fr \cdot R - F \cdot r = I\alpha = I_{CM} \cdot \frac{a}{R} \quad (4)$$

Considerando que $\alpha = a/R$ ya que la condición de rodadura está en R y no en r.

$$fr - F\frac{r}{R} = I_{CM}\frac{a}{R^2} \quad (4')$$

Sumo (1) + (4')

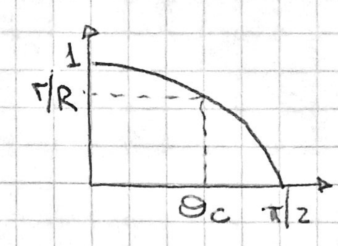
$$F\cos\theta - F\frac{r}{R} = I_{CM}\frac{a}{R^2} + ma = \left(\frac{I_{CM}}{R^2} + m\right)a$$

$$a = \frac{F\left(\cos\theta - r/R\right)}{\frac{I_{CM}}{R^2} + m}$$

¿Qué signo tiene a? ¿Hacia dónde se mueve el cuerpo?

$$a = \frac{F(\cos\theta - r/R)}{\frac{I_{cu}}{R^2} + m}$$

$\exists\, \theta_c \,/\, \cos\theta_c = r/R$ y $a = 0$



- si $\theta > \theta_c \Rightarrow \cos\theta < r/R \rightarrow a < 0$

- si $\theta < \theta_c \Rightarrow \cos\theta > r/R \rightarrow a > 0$