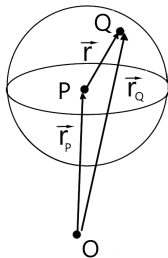


Movimiento rototraslatorio

Campo de velocidades

$$\vec{v}_Q(\vec{r}) = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \vec{r}$$



El movimiento tiene 6 grados de libertad

- Las tres componentes de la velocidad del punto P \vec{v}_P
- Las tres componentes de la velocidad angular $\vec{\omega}$

Ecuaciones de Movimiento

Elecciones adecuadas del punto P

Siempre podemos reducir el campo de velocidades al **centro de masa** o (mejor aún) al **eje instantáneo de rotación** siempre que este último exista.

Como afectan las fuerzas exteriores al movimiento del CM?

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = M \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \right) = M \vec{a}_{cm}$$

Centro de Masa

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

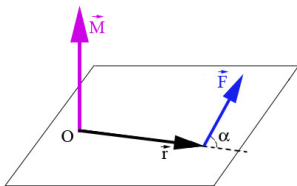
Ecuaciones de movimiento

Como afectan las fuerzas exteriores al movimiento de rotación?

$$\sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{F}_i = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

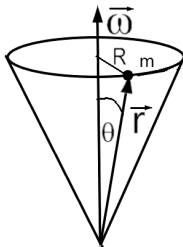
Momento de una fuerza

- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \vec{M} \perp \vec{r}, \vec{M} \perp \vec{F}$
- $M = r F \sin(\alpha)$
- \vec{r} es el punto de aplicación de la fuerza con origen en el punto P (CM o EIR, según corresponda)



Momento de inercia

$$I = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2 = \int_V (r \sin(\theta))^2 \rho(\vec{r}) d^3 r$$



Momentos de Inercia de los sólidos más frecuentes

Cilindro sólido o disco,
eje simétrico



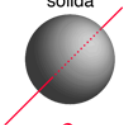
$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

Anillo sobre un
eje simétrico



$$I = MR^2$$

Esfera
sólida



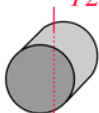
$$I = \frac{2}{5} MR^2$$

Varilla sobre
el centro



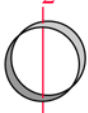
$$I = \frac{1}{12} ML^2$$

$$I = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2$$



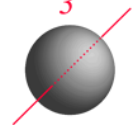
Cilindro sólido,
diámetro central

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



Anillo sobre un
diámetro

$$I = \frac{2}{3} MR^2$$



Delgada capa
esférica

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



Varilla sobre
un extremo

Movimiento del Sólido

Teorema de Steiner

Cuando consideramos a P como el eje instantáneo de rotación debemos desplazar al eje que pasa por el CM a nuestro nuevo punto de referencia

$$I_{EIR} = I_{cm} + Md^2$$

