

CPE 261456 Introduction to Computational Intelligence

Computer Assignment 2 (Fuzzy logic)

จัดทำโดย

นาย ณัฏพล เพทายเทียมทอง

รหัสนักศึกษา 580610633

เสนอ

รศ.ดร. ศันสนีย์ เอื้อพันธ์วิริยะกุล

ภาควิชา วิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2561

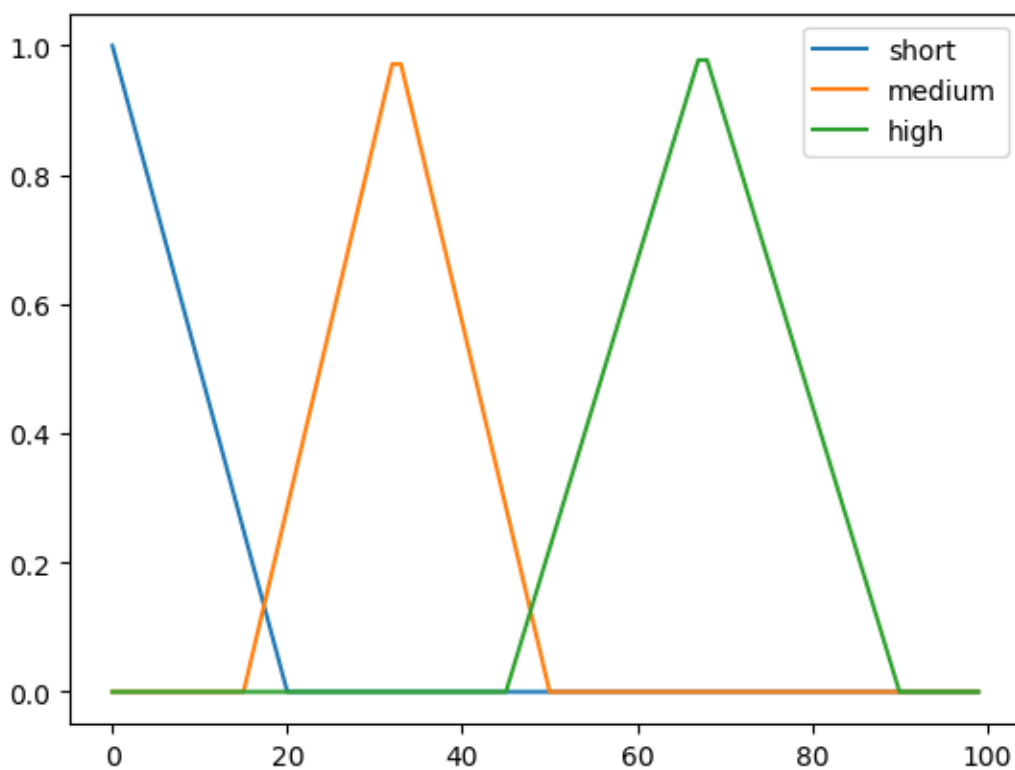
Fuzzy Logic

เตาอบ Bakery

ขั้นตอนการทำงาน

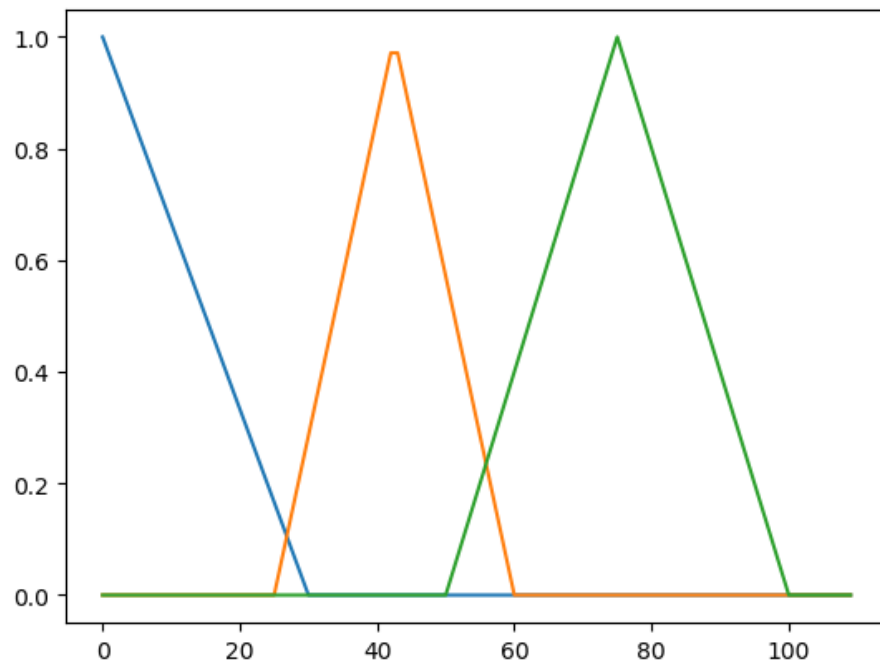
ในการทดลองนี้จะสมมติว่า เตาอบ Bakery นั้นจะพิจารณาองค์ประกอบ 3 อย่างด้วยกัน ได้แก่ ขนาดของขนมที่ต้องการอบ ชนิดของแป้งว่าขนมที่แป้งจะต้องมีลักษณะอย่างไร และเวลาที่ใช้ในการอบ เพื่อที่จะได้ปรับความแรงของไฟให้เหมาะสมกับองค์ประกอบของการอบขนมเหล่านั้นๆ โดย องค์ประกอบแต่ละอย่างจะแบ่งได้ดังนี้

1. เวลา จะแบ่งได้เป็น เวลาสั้น เวลาปานกลาง เวลานาน มีกราฟดังรูปที่ 1



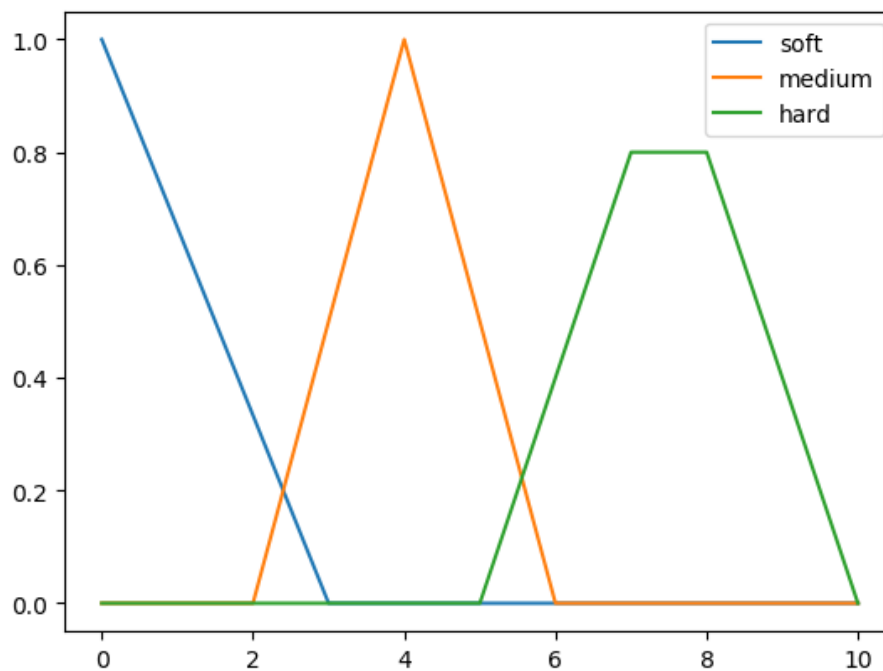
รูปที่ 1 กราฟของเวลา

2. ขนาดของขนม จะแบ่งได้เป็น ขนาดเล็ก ขนาดกลาง ขนาดใหญ่ ดังรูปที่ 2



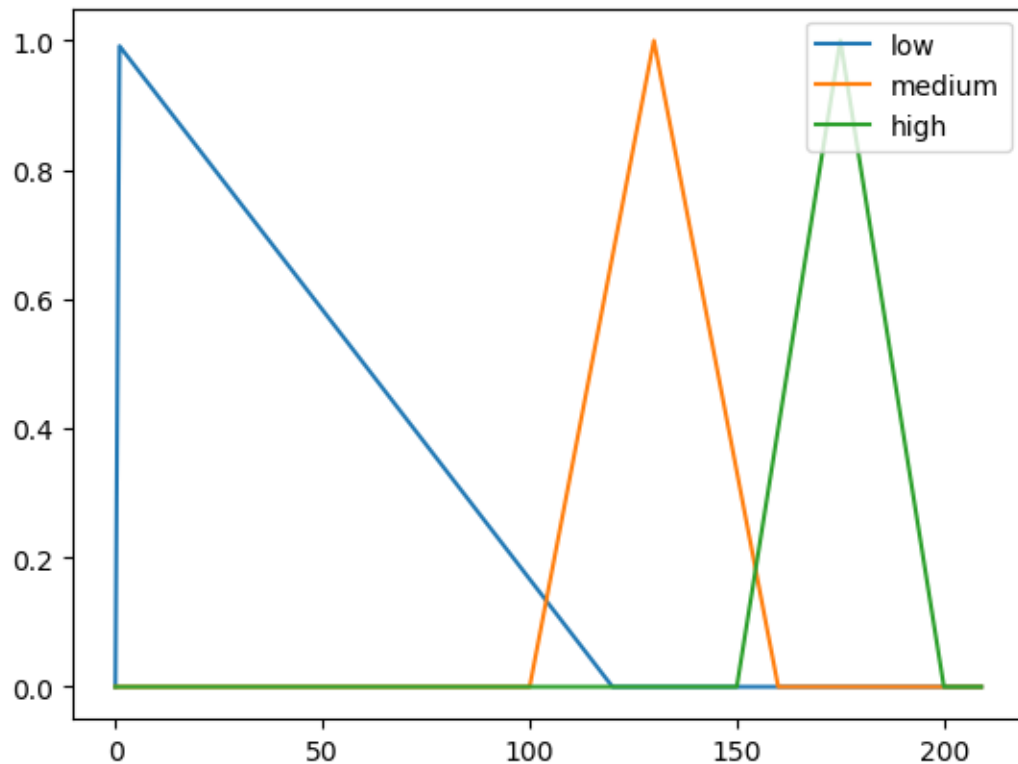
รูปที่ 2 กราฟของขนาดขนม

3. ชนิดของแป้ง จะแบ่งได้เป็น แป้งนุ่ม แป้งแข็งปานกลาง แป้งแข็ง ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 กราฟของชนิดแป้ง

ดังนั้นผลลัพธ์จะออกมาเป็นความแรงของไฟ เป็น ไฟเบา ไฟกลาง ไฟสูง ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 กราฟความแรงไฟ

ดังนั้นองค์ประกอบทั้ง 3 ที่เป็น input โดยแต่ละ input มี 3 อย่างดังนั้น Rule ที่ได้จะมี 27 Rule

ดังนั้น Rule มีดังนี้

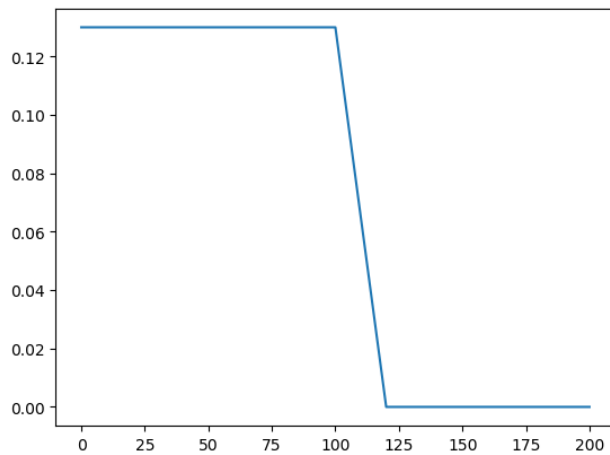
1. IF เวลาสั้น, ขนาดเล็ก, แป้งนุ่ม Then ไฟเบา
2. IF เวลาสั้น, ขนาดเล็ก, แป้งแข็งปานกลาง Then ไฟกลาง
3. IF เวลาสั้น, ขนาดเล็ก, แป้งแข็ง Then ไฟสูง
4. IF เวลาสั้น, ขนาดกลาง, แป้งนุ่ม Then ไฟกลาง

5. **IF** เวลาสั้น, ขนาดกลาง, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟกลาง
6. **IF** เวลาสั้น, ขนาดกลาง, แข็งแรง **Then** ไฟสูง
7. **IF** เวลาสั้น, ขนาดใหญ่, แข็งนุ่ม **Then** ไฟกลาง
8. **IF** เวลาสั้น, ขนาดใหญ่, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟสูง
9. **IF** เวลาสั้น, ขนาดใหญ่, แข็งแรง **Then** ไฟสูง
10. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดเล็ก, แข็งนุ่ม **Then** ไฟเบา
11. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดเล็ก, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟเบา
12. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดเล็ก, แข็งแรง **Then** ไฟกลาง
13. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดปานกลาง, แข็งนุ่ม **Then** ไฟกลาง
14. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดปานกลาง, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟกลาง
15. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดปานกลาง, แข็งแรง **Then** ไฟสูง
16. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดใหญ่, แข็งนุ่ม **Then** ไฟกลาง
17. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดใหญ่, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟสูง
18. **IF** เวลาปานกลาง, ขนาดใหญ่, แข็งแรง **Then** ไฟสูง
19. **IF** เวลานาน, ขนาดเล็ก, แข็งนุ่ม **Then** ไฟเบา
20. **IF** เวลานาน, ขนาดเล็ก, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟเบา
21. **IF** เวลานาน, ขนาดเล็ก, แข็งแรง **Then** ไฟเบา
22. **IF** เวลานาน, ขนาดปานกลาง, แข็งนุ่ม **Then** ไฟเบา
23. **IF** เวลานาน, ขนาดปานกลาง, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟกลาง
24. **IF** เวลานาน, ขนาดปานกลาง, แข็งแรง **Then** ไฟกลาง
25. **IF** เวลานาน, ขนาดใหญ่, แข็งนุ่ม **Then** ไฟกลาง
26. **IF** เวลานาน, ขนาดใหญ่, แข็งแรงปานกลาง **Then** ไฟกลาง
27. **IF** เวลานาน, ขนาดใหญ่, แข็งแรง **Then** ไฟสูง

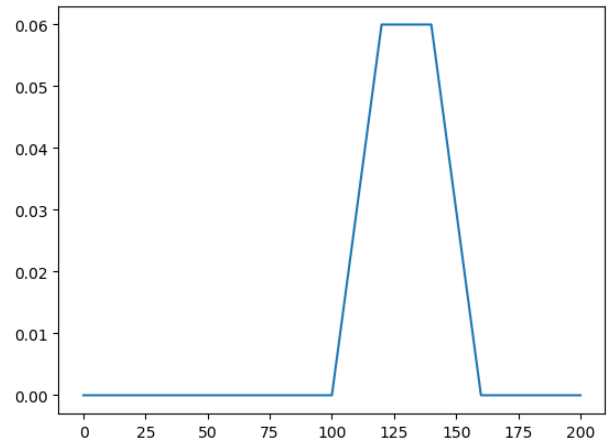
การทดลอง

การทดลองที่ 1 เวลา = 60, ขนาด = 26, แป้ง = 6

คำตอบ ต้องเปิดไฟ 60.67 องศาเซลเซียส และ ตรงกฎที่ 21 และ กฎที่ 24

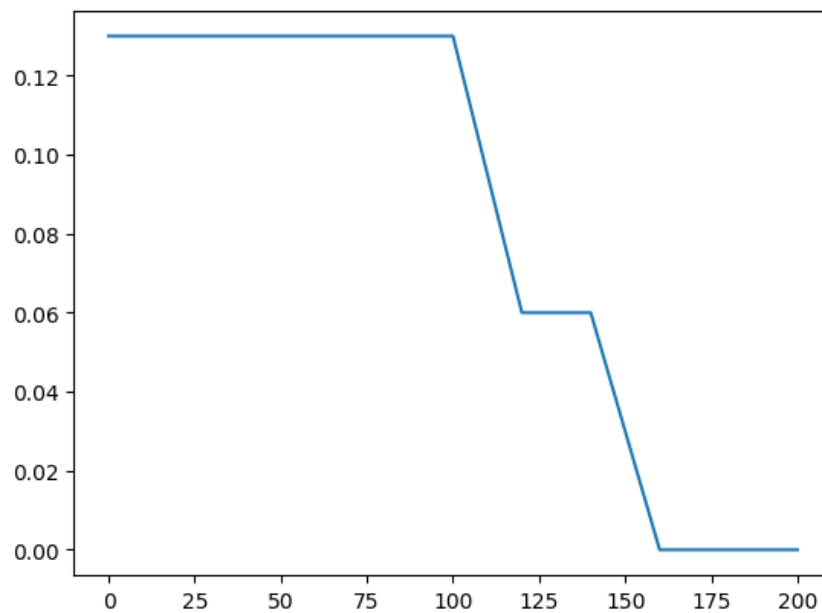


กฎที่ 21



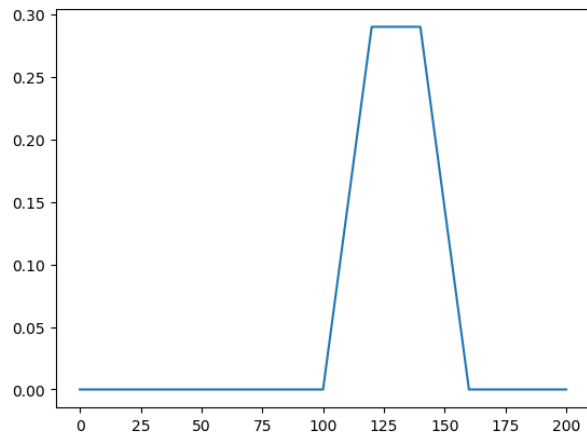
กฎที่ 24

กราฟผลลัพธ์

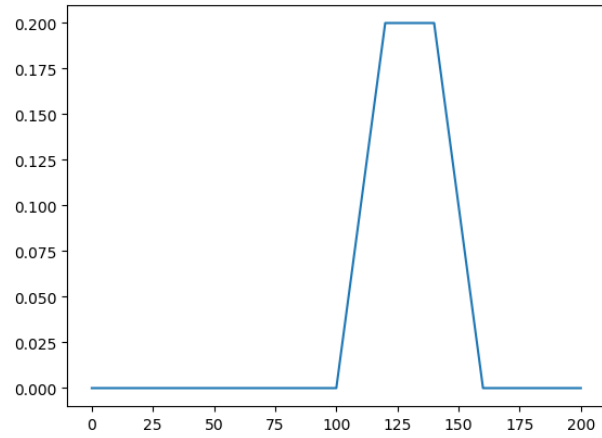


การทดลองที่ 2 เวลา = 80, ขนาด = 55, แป้ง = 3

คำตอบ ต้องเปิดไฟ 130 องศาเซลเซียส และ ตรงกฎที่ 23 และ กฎที่ 26

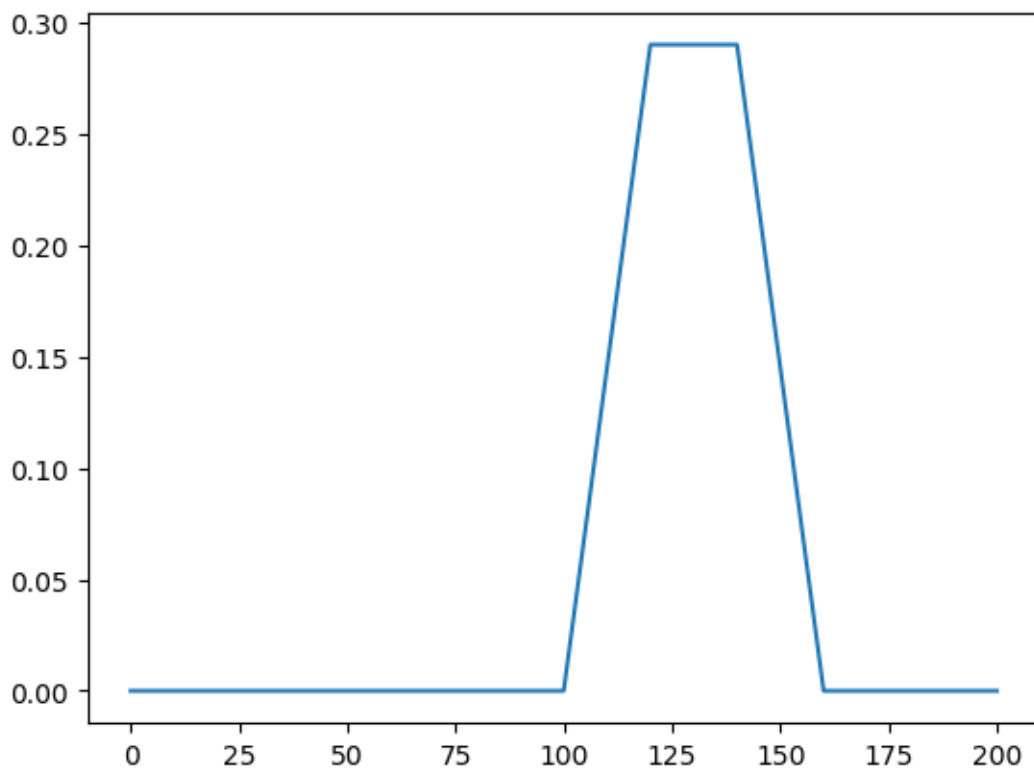


กฎที่ 23



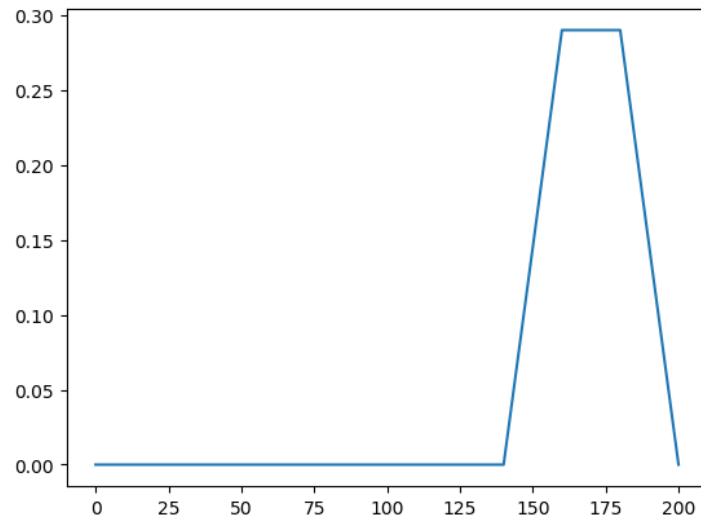
กฎที่ 26

กราฟผลลัพธ์



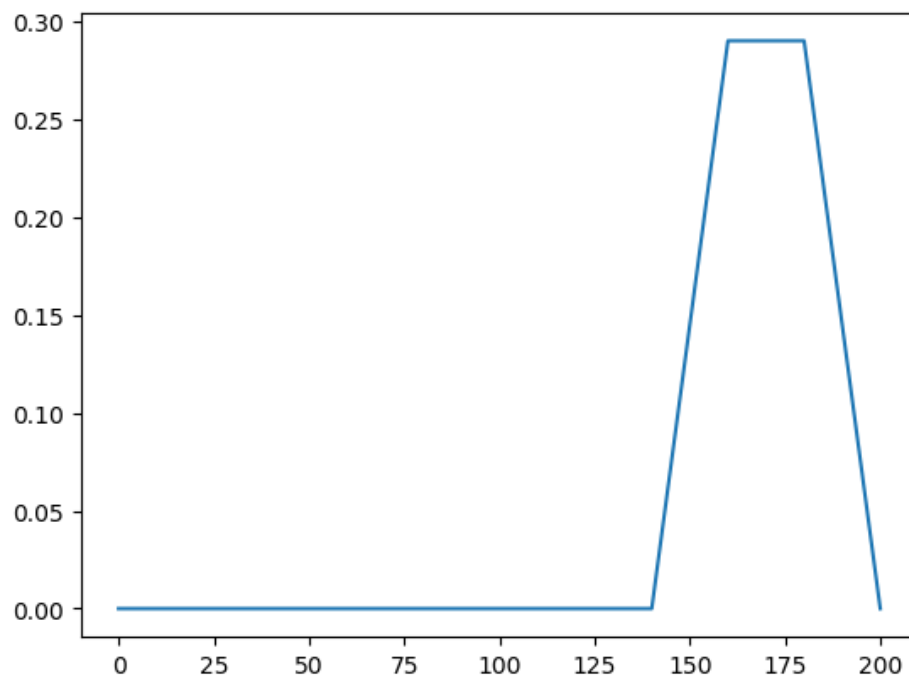
การทดลองที่ 3 เวลา = 20, ขนาด = 45, แป้ง = 8

คำตอบ ต้องเปิดไฟ 170 องศาเซลเซียส และ ตรงกฎที่ 15



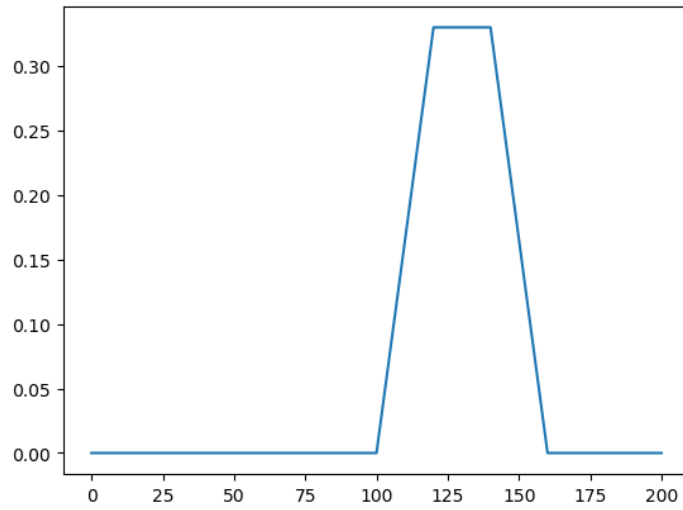
กฎที่ 15

กราฟผลลัพธ์



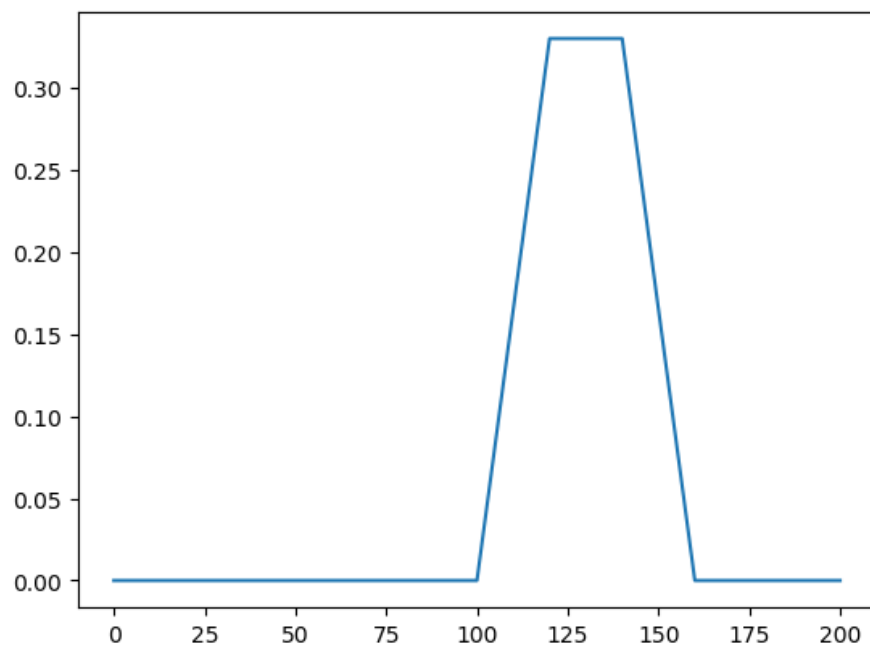
การทดลองที่ 4 เวลา = 60, ขนาด = 70, แป้ง = 2

คำตอบ ต้องเปิดไฟ 130 องศาเซลเซียส และ ตรงกฎที่ 25



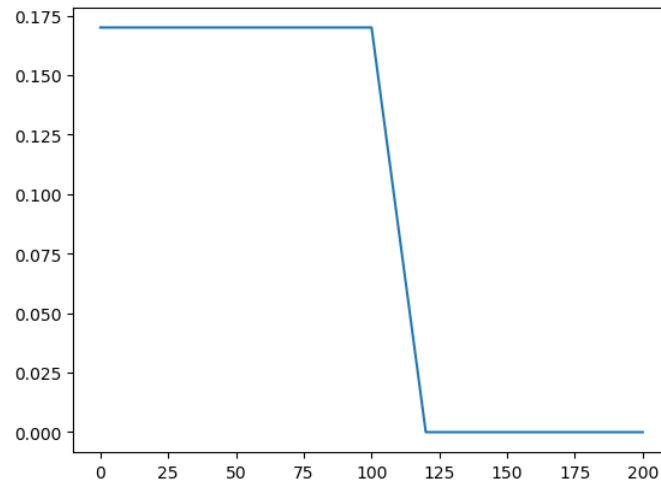
กฎที่ 25

กราฟผลลัพธ์



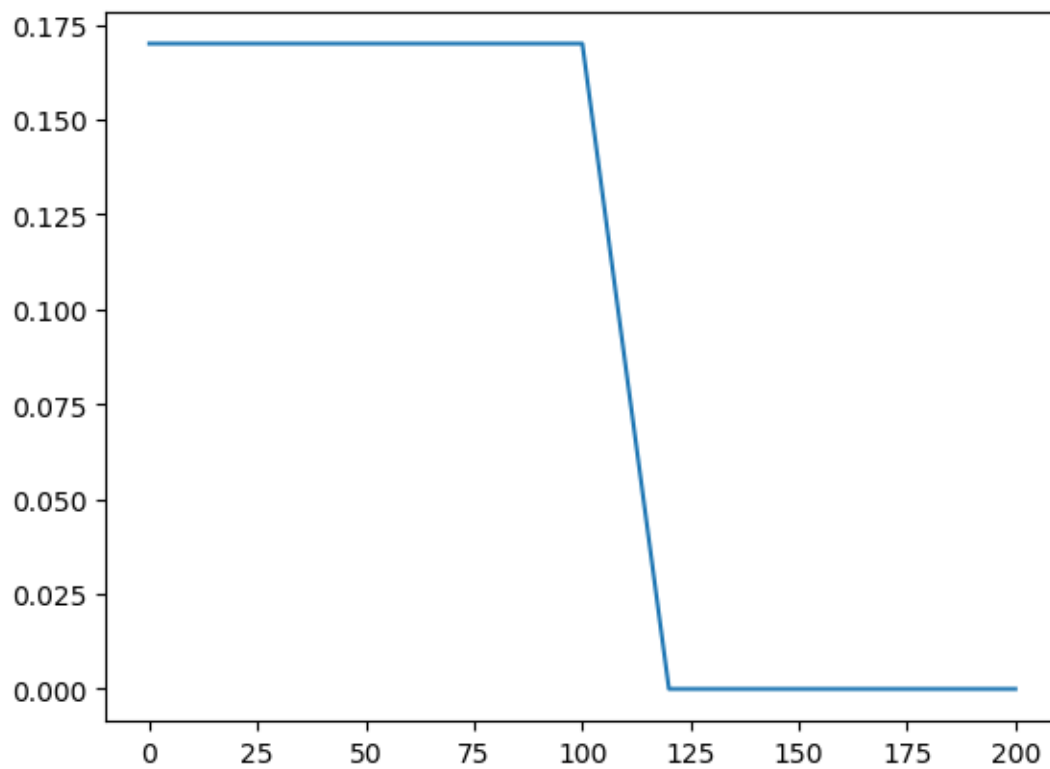
การทดลองที่ 5 เวลา = 15, ขนาด = 25, แป้ง = 2

คำตอบ ต้องเปิดไฟ 50 องศาเซลเซียส และ ตรงกฎที่ 1



กฎที่ 1

กราฟผลลัพธ์



วิเคราะห์ผลการทดลอง

จากการทดลองจะเห็นได้ว่า ความแรงของไฟนั้นมีแปรผันตรงกับขนาดของขนม ชนิดแป้ง แต่แปรผกผัน กับระยะของเวลาของการอบ จากการทดลองที่ 1 จะเห็นได้ว่า เกิดการรวมกันของทั้ง 2 กฎซึ่งสามารถหาความแรงไฟของทั้ง 2 กฎได้ โดยความแรงไฟที่ได้มานั้นสมเหตุสมผลก็ความเป็นจริงซึ่ง การใช้ fuzzy โดยกฎตาม expert นั้นได้คำตอบที่เหมาะสม

ภาคผนวก

Code ส่วนของ fire.py

```
import math
import matplotlib.pyplot as plt

def low(value, acut):
    if 0 <= value <= 120:
        membership = ((-1/120) * value) + 1
        if membership > acut:
            membership = acut
    else:
        membership = 0

    return membership

def medium(value, acut):
    if 100 <= value <= 160:
        membership = 1 - math.fabs((value - 130) / 30)
        if membership > acut:
            membership = acut
    else:
        membership = 0

    return membership

def high(value, acut):
    if 150 <= value <= 200:
        membership = 1 - math.fabs((value - 175) / 25)
        if membership > acut:
            membership = acut
    else:
        membership = 0

    return membership

def union(x, y):
    out = []
    for i in range(0, len(x)):
        ax = max(x[i], y[i])
        out.append(ax)
```

```

        return out

y1 = []
y2 = []
y3 = []
x1 = []
plt.figure(90)
for x in range(0, 210):
    y1.append(low(x,x))
    y2.append(medium(x,x))
    y3.append(high(x,x))
    x1.append(x)

plt.plot(x1, y1)
plt.plot(x1, y2)
plt.plot(x1, y3)
plt.legend(('low', 'medium', 'high'), loc='upper right')
plt.savefig("fire.png", bbox_inches='tight')

```

code ส่วนของ baketime.py

```

import math
import matplotlib.pyplot as plt

def short(value):
    if 0 <= value <= 20:
        membership = ((-1/20) * value) + 1
    else:
        membership = 0

    return membership

def medium(value):
    if 15 <= value <= 50:
        membership = 1 - math.fabs((value - 32.5) / 17.5)
    else:
        membership = 0

    return membership

def high(value):
    if 45 <= value <= 90:
        membership = 1 - math.fabs((value - 67.5) / 22.5)
    else:
        membership = 0

    return membership

```

```

y1 = []
y2 = []
y3 = []
x1 = []
plt.figure(91)
for x in range(0, 100):
    y1.append(short(x))
    y2.append(medium(x))
    y3.append(high(x))
    x1.append(x)

plt.plot(x1, y1)
plt.plot(x1, y2)
plt.plot(x1, y3)
plt.legend(['short', 'medium', 'high'], loc='upper right')
plt.savefig("baketime.png", bbox_inches='tight')

```

code ส่วนของ size.py

```

import math
import matplotlib.pyplot as plt

def small(value):
    if 0 <= value <= 30:
        membership = ((-1 / 30) * value) + 1
    else:
        membership = 0

    return membership

def medium(value):
    if 25 <= value <= 60:
        membership = 1 - math.fabs((value - 42.5) / 17.5)

    else:
        membership = 0

    return membership

def high(value):
    if 50 <= value <= 100:
        membership = 1 - math.fabs((value - 75) / 25)
    else:
        membership = 0

    return membership

```

```

y1 = []
y2 = []
y3 = []
x1 = []
plt.figure(92)
for x in range(0, 110):
    y1.append(small(x))
    y2.append(medium(x))
    y3.append(high(x))
    x1.append(x)

plt.plot(x1, y1)
plt.plot(x1, y2)
plt.plot(x1, y3)
plt.savefig("size.png", bbox_inches='tight')

```

code ส่วนของ flour.py

```

import math
import matplotlib.pyplot as plt

def soft(value):
    if 0 <= value <= 3:
        membership = ((-1 / 3) * value) + 1
    else:
        membership = 0

    return membership

def medium(value):
    if 2 <= value <= 6:
        membership = 1 - math.fabs((value - 4) / 2)
    else:
        membership = 0

    return membership

def hard(value):
    if 5 <= value <= 10:
        membership = 1 - math.fabs((value - 7.5) / 2.5)
    else:
        membership = 0

    return membership

```

```

y1 = []
y2 = []
y3 = []
x1 = []
plt.figure(93)
for x in range(0, 11):
    y1.append(soft(x))
    y2.append(medium(x))
    y3.append(hard(x))
    x1.append(x)

plt.plot(x1, y1)
plt.plot(x1, y2)
plt.plot(x1, y3)
plt.legend(('soft', 'medium', 'hard'), loc='upper right')
plt.savefig("flour.png", bbox_inches='tight')

```

code ส่วนของ rule.py

```

import size as s
import baketime as t
import flour as f
import fire as fr
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def Graph(x, y, rule, f):
    plt.figure(f)
    plt.plot(x, y)
    plt.savefig(rule, bbox_inches='tight')

#time is short, size is small, flour is soft so fire is low
def rule1(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule1", 1)
    return y

```



```

def rule2(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule2", 2)
    return y

def rule3(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule3", 3)
    return y

def rule4(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule4", 4)
    return y

def rule5(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.medium(size)

```

```

mem_flour = f.medium(flour)

x = np.arange(0, 210, 20)
y = []

acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

for i in range(0, len(x)):
    y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

Graph(x, y, "rule5", 5)
return y

def rule6(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule6", 6)
    return y

def rule7(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule7", 7)
    return y

def rule8(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)

```

```

y = []

acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

for i in range(0, len(x)):
    y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

Graph(x, y, "rule8", 8)
return y

def rule9(time, size, flour):
    mem_time = t.short(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule9", 9)
    return y

def rule10(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule10", 10)
    return y

def rule11(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

```

```

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule11", 11)
    return y

def rule12(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule12", 12)
    return y

def rule13(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule13", 13)
    return y

def rule14(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule14", 14)

```

```

    return y

def rule15(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule15", 15)
    return y

def rule16(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule16", 16)
    return y

def rule17(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule17", 17)
    return y

def rule18(time, size, flour):
    mem_time = t.medium(time)

```

```

mem_size = s.high(size)
mem_flour = f.hard(flour)

x = np.arange(0, 210, 20)
y = []

acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

for i in range(0, len(x)):
    y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

Graph(x, y, "rule18", 18)
return y

def rule19(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule19", 19)
    return y

def rule20(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule20", 20)
    return y

def rule21(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.small(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)

```

```

y = []

acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

for i in range(0, len(x)):
    y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

Graph(x, y, "rule21", 21)
return y

def rule22(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.low(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule22", 22)
    return y

def rule23(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule23", 23)
    return y

def rule24(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.medium(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

```

```

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule24", 24)
    return y

def rule25(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.soft(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule25", 25)
    return y

def rule26(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.medium(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.medium(x[i], acut), 2))

    Graph(x, y, "rule26", 26)
    return y

def rule27(time, size, flour):
    mem_time = t.high(time)
    mem_size = s.high(size)
    mem_flour = f.hard(flour)

    x = np.arange(0, 210, 20)
    y = []

    acut = min(mem_time, mem_size, mem_flour)

    for i in range(0, len(x)):
        y.append(round(fr.high(x[i], acut), 2))

```



```
Graph(x, y, "rule27", 27)
return y
```

code 004 main.py

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import rule as r
import fire as fr
plt.rcParams.update({'figure.max_open_warning': 0})
x = np.arange(0, 210, 20)
y = 0
yx = 0

time = float(input("time: "))
size = float(input("size: "))
flour = float(input("flour: "))

output1 = r.rule1(time, size, flour)
output2 = r.rule2(time, size, flour)
output3 = r.rule3(time, size, flour)
output4 = r.rule4(time, size, flour)
output5 = r.rule5(time, size, flour)
output6 = r.rule6(time, size, flour)
output7 = r.rule7(time, size, flour)
output8 = r.rule8(time, size, flour)
output9 = r.rule9(time, size, flour)
output10 = r.rule10(time, size, flour)
output11 = r.rule11(time, size, flour)
output12 = r.rule12(time, size, flour)
output13 = r.rule13(time, size, flour)
output14 = r.rule14(time, size, flour)
output15 = r.rule15(time, size, flour)
output16 = r.rule16(time, size, flour)
output17 = r.rule17(time, size, flour)
output18 = r.rule18(time, size, flour)
output19 = r.rule19(time, size, flour)
output20 = r.rule20(time, size, flour)
output21 = r.rule21(time, size, flour)
output22 = r.rule22(time, size, flour)
output23 = r.rule23(time, size, flour)
output24 = r.rule24(time, size, flour)
output25 = r.rule25(time, size, flour)
output26 = r.rule26(time, size, flour)
output27 = r.rule27(time, size, flour)
```

```
output = fr.union(output1, output2)
output = fr.union(output, output3)
output = fr.union(output, output4)
output = fr.union(output, output5)
output = fr.union(output, output6)
output = fr.union(output, output7)
output = fr.union(output, output8)
output = fr.union(output, output9)
output = fr.union(output, output10)
output = fr.union(output, output11)
output = fr.union(output, output12)
output = fr.union(output, output13)
output = fr.union(output, output14)
output = fr.union(output, output15)
output = fr.union(output, output16)
output = fr.union(output, output17)
output = fr.union(output, output18)
output = fr.union(output, output19)
output = fr.union(output, output20)
output = fr.union(output, output21)
output = fr.union(output, output22)
output = fr.union(output, output23)
output = fr.union(output, output24)
output = fr.union(output, output25)
output = fr.union(output, output26)
output = fr.union(output, output27)

print("output: ", output)
print("x: ", x)

for i in range(0, len(output)):
    y += x[i] * output[i]
    yx += output[i]
centroid = y / yx

print("Centroid: ", centroid)
plt.figure(0)
plt.plot(x, output)
plt.savefig("output.png", bbox_inches='tight')
```