

doi:10.13436/j.mkjx.202104018

UR5 机器人运动学分析与轨迹规划研究*

吴 璞¹, 夏长林², 景鸿翔³

(1.太原工业学院, 太原 030008; 2.大秦铁路股份有限公司 太原车辆段, 太原 030045; 3.中北大学 机械工程学院, 太原 030051)

摘 要:以 UR5 机器人为研究对象,为提高作业效率并保证其运动的平稳性,对其进行运动学分析与轨迹规划研究。采用 D-H 方法对机械臂的正、逆运动学进行了分析。以关节最大速度为约束,结合五次多项式得到了机械臂各关节的轨迹。通过建立机器人的 Simulink 控制模型,以关节角速度为输入,得到关节的角加速度曲线。通过对比轨迹规划与模型仿真的结果,验证了运动学方程的准确性。

关键词: UR5 机器人; D-H 法; 轨迹规划; Simulink

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003 - 0794(2021)04 - 0055 - 04

Research on Kinematics Analysis and Trajectory Planning of UR5 Robot

Wu Pu¹, Xia Changlin², Jing Hongxiang³

(1. Taiyuan Institute of Technology, Taiyuan 030008, China; 2. Taiyuan Depot, Daqin China Railway Co., Ltd., Taiyuan 030045, China; 3. School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: Taking the UR5 robot as the research object, in order to improve the working efficiency and ensure the stability of its movement, the kinematics analysis and trajectory planning were studied. Using the D-H method to analyze the forward and inverse kinematics of the manipulator. Taking the maximum joint speed as the constraint and combining the fifth degree polynomial, obtained the joints of the manipulator trajectory. By establishing the Simulink control model of the robot and taking the joint angular velocity as input, the angular acceleration curve of the joint was obtained. By comparing the results of trajectory planning and model simulation, the accuracy of the kinematics equation was verified.

Key words: UR5 robot; D-H method; trajectory planning; Simulink

0 引言

煤炭是我国重要的能源和材料,在煤炭开采过程中,自动化领域仍局限在掘进、装卸和运输方面,对于人力的依赖还很大,且由于矿井工作环境差,存在安全隐患,人力的成本逐年攀升。工业机器人以负载大、精度高、作业环境适应性强等优点,代替人工高效地完成搬运、焊接、装配等工作,在工业领域得到了广泛应用。

本文以 UR5 机器人为研究对象,开展了煤矿开采中搬运机械臂的应用研究。采用 D-H 方法建立其运动学模型,选用五次多项式进行轨迹规划,在 MATLAB 中得到各关节的角位移、角速度和角加速度的轨迹曲线,进而在 Simulink 中完成基于运动学控制的试验,试验结果表明其运行过程平稳。

1 UR5 机器人坐标系的建立

UR5 型机器人有 6 个自由度,其结构如图 1 所示。

示。各关节均为旋转关节。为了完成机械臂的正运动学计算,采用 D-H 方法建立各连杆的坐标系, D-H 参数如表 1 所示。

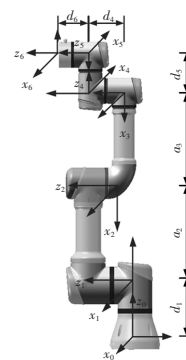


图 1 UR5 型机器人的结构模型与坐标系分布
表 1 UR5 型机器人的 D-H 参数表

杆件	d_i/mm	a_i/mm	α_i/mm	$\theta_i/(\text{°})$	关节角范围/((°)
1	89.2	89.2	0	θ_1	-360~360
2	0	0	-425	θ_2	-360~360
3	0	0	-392	θ_3	-360~360
4	109.2	109.2	0	θ_4	-360~360
5	94.7	94.7	0	θ_5	-360~360
6	82.3	82.3	0	θ_6	-360~360

* 山西省国际合作重点研发项目(201903D421015);太原工业学院院级重点科学基金资助项目(2020LG01)

2 运动学分析

(1) 运动学正解

已知机械臂各关节的变量参数求解其末端执行器的位姿即为运动学正解问题。由图 1 中 D-H 坐标系可知,从连杆 $i-1$ 到连杆 i 的齐次变换矩阵

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) \text{Trans}(a_i, 0, 0) \text{Rot}(x, \alpha_i) \quad (1)$$

展开式(1)可得

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)中, $s=\sin$, $c=\cos$ 。

根据表 1 中各连杆的参数值,得到相邻连杆之间的齐次变换矩阵 ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ 。将从基坐标系到机器人末端执行器之间的齐次变换矩阵连续相乘,即可得到机械臂末端执行器相对于基坐标系的位姿矩阵

$${}^0\mathbf{T}_6 = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 {}^3\mathbf{A}_4 {}^4\mathbf{A}_5 {}^5\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{cases} p_x = d_4 s_1 + d_5 c_1 s_{234} - d_6 s_5 c_1 c_{234} + a_2 c_1 c_2 + d_6 c_5 s_1 + a_3 c_1 c_{23} \\ p_y = -d_4 c_1 + d_5 s_1 s_{234} - d_6 s_1 s_5 c_{234} - d_6 c_1 c_5 + a_2 s_1 c_2 + a_3 s_1 c_{23} \\ p_z = -d_5 c_{234} + a_2 s_2 - d_6 s_{234} s_5 + a_3 s_{23} + d_1 \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中, $s_i = \sin \theta_i$, $c_i = \cos \theta_i$, $s_{234} = \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$, $c_{234} = \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$, $s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$, $c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3)$ 。

(2) 运动学逆解

运动学逆解是正解的逆过程,将式(3)调整为左右等式的形式,即

$${}^0\mathbf{T}_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3 {}^3\mathbf{A}_4 {}^4\mathbf{A}_5 {}^5\mathbf{A}_6 \quad (5)$$

在式(5)两侧同时左乘 ${}^0\mathbf{A}_1^{-1}$ 和 ${}^5\mathbf{A}_6^{-1}$,根据等式两侧相等条件可得

$$(d_6 a_y - p_y) c_1 - (d_6 a_x - p_x) s_1 = d_4 \quad (6)$$

对式(6)采用三角函数运算得出第 1 个关节的角位移

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{p_y - d_6 a_y}{p_x - d_6 a_x}\right) \pm \arccos\left(\frac{d_4}{\sqrt{(p_x - d_6 a_x)^2 + (p_y - d_6 a_y)^2}}\right) \quad (7)$$

在式(5)两侧左乘 ${}^0\mathbf{A}_1^{-1}$,根据等式两侧第 3 行第 4 列相等,第 3 行第 1 列和第 4 列分别相等,计算得第 5、第 6 个关节的角位移:

$$\theta_5 = \pm \arccos \frac{p_x s_1 - p_y c_1 - d_4}{d_6} \quad (8)$$

$$\theta_6 = \pm \arccos \frac{-o_x s_1 + o_y c_1}{n_z s_1 - n_y c_1} \quad (9)$$

由于计算较复杂,中间计算省略,此处只列出 $\theta_2 \sim \theta_4$ 计算结果:

$$\theta_2 = \arccos \frac{A}{B} + \arctan \frac{m_2}{m_1} \quad (10)$$

$$A = m_1^2 + m_2^2 + a_2^2 - a_3^2 \quad (11)$$

$$B = \sqrt{(2a_2 m_1)^2 + (2a_2 m_2)^2} \quad (12)$$

$$m_1 = -d_6(a_x c_1 + a_y s_1) + p_x c_1 + p_y s_1 - d_5 s_{234} \quad (13)$$

$$m_2 = -d_6 a_z + p_z + d_5 c_{234} - d_1 \quad (14)$$

$$\theta_3 = \arccos \frac{C}{D} - \theta_2 \quad (15)$$

$$C = -d_6 a_z + p_z - d_1 + d_5 c_{234} + a_3 s_2 \quad (16)$$

$$D = -d_6(a_x c_1 + a_y s_1) + p_x c_1 + p_y s_1 - d_5 s_{234} + a_3 s_2 \quad (17)$$

$$\theta_4 = \arccos \frac{a_z}{a_x c_1 + a_y s_1} - \arctan \frac{C}{D} \quad (18)$$

3 轨迹规划

根据末端执行器的始末位置,通过运动学逆解方程求得机器人关节变量 θ_i ,进而在关节空间建立关节变量与时间的函数关系式 $\theta(t)$,即为机器人的轨迹规划问题。为了保证运动的平稳性,且各关节轨迹必须是光滑连续的,轨迹应满足的边界约束条件为

$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0 \\ \theta(t_f) = \theta_t \\ \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta}(t_f) = \dot{\theta}_t \\ \ddot{\theta}(0) = \ddot{\theta}_0 \\ \ddot{\theta}(t_f) = \ddot{\theta}_t \end{cases} \quad (19)$$

式中 t_f ——机械臂按照轨迹运行的总时间;

$\theta(0)$ 和 $\theta(t_f)$ ——机械臂各关节始末位置的角位移。

式(19)中 6 个约束方程,可唯一确定一个五次多项式方程

$$\theta(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 + k_4 t^4 + k_5 t^5 \quad (20)$$

各项系数为

$$\begin{cases} k_0 = \theta_0 \\ k_1 = k_2 = 0 \\ k_3 = \frac{10(\theta_t - \theta_0)}{t_f^3} \\ k_4 = -\frac{15(\theta_t - \theta_0)}{t_f^4} \\ k_5 = \frac{6(\theta_t - \theta_0)}{t_f^5} \end{cases} \quad (21)$$

对式(20)继续求导可得到各关节角速度、角加速度方程。

4 MATLAB 仿真实验

现规定 UR5 机器人末端执行器轨迹起点处的位置 $P_0 = [-817 \ -191 \ -5.5]$, 轨迹终止点处的位置 $P_1 = [-616 \ -307 \ -455]$ 。根据运动学逆解公式求解出关节的起始角位移 $q_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \pi/2]$, $q_1 = [\pi/6 \ \pi/2 \ 0 \ \pi/3 \ \pi/6 \ \pi/4]$ 。在 MATLAB 中得到机器人各关节的运动参数如图 2~图 4 所示。

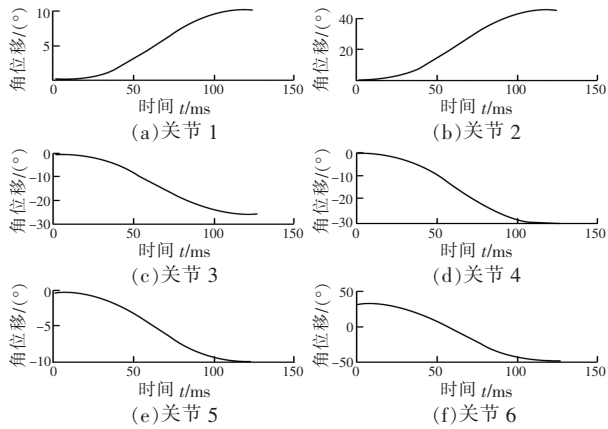


图 2 各关节角位移曲线

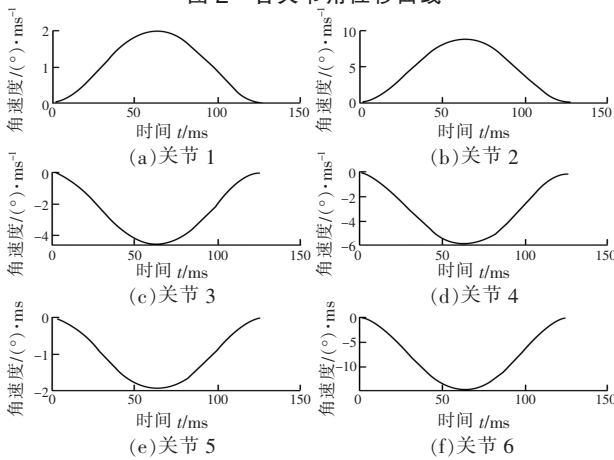


图 3 各关节角速度曲线

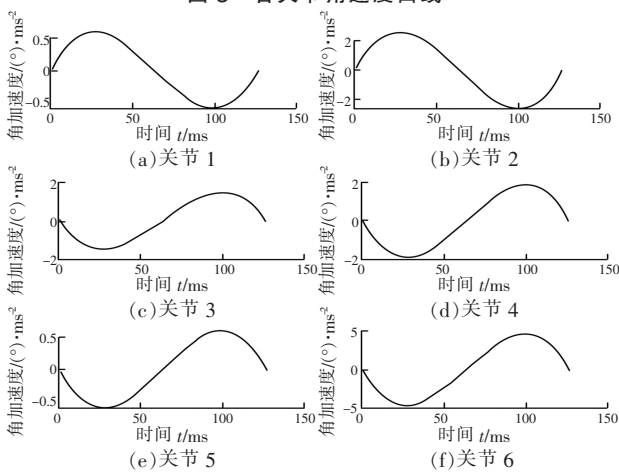


图 4 各关节角加速度曲线

从图 2~图 4 中可以看出,经五次多项式规划后机器人 6 个关节的角位移、角速度、角加速度曲线满足约束条件且平滑无突变,符合运动过程的稳定性要求。根据运动学正解公式求得机器人在笛卡尔空

间的轨迹如图 5 所示。从图 5 可以看出,机器人可以从起点到达终点,且轨迹平滑稳定。

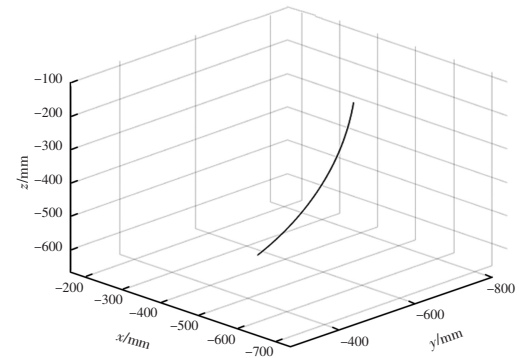


图 5 UR5 机器人笛卡尔空间轨迹曲线

为进一步达到实际的控制要求,在 MATLAB 中搭建机器人的 Simulink 控制模型,如图 6 所示。以机器人各关节的角速度作为输入参数,应用模型仿真得出的各关节角加速度曲线如图 7 所示。由图 7 可知,各关节角加速度曲线平滑无突变,满足运动过程的稳定性要求。

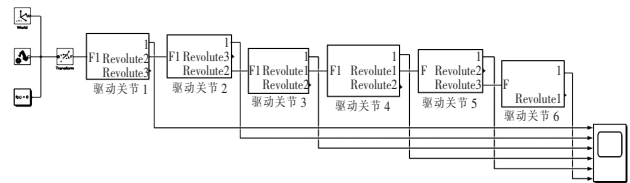


图 6 机器人的 Simulink 模型

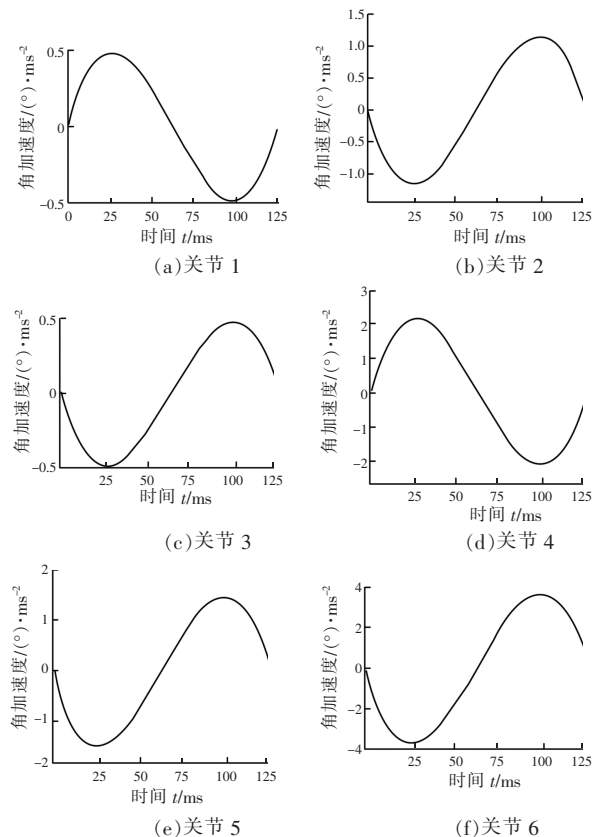


图 7 Simulink 仿真的各关节角加速度曲线

5 结语

本文在运动学分析的基础上提出了五次多项式的轨迹规划算法,在 MATLAB 中进行了算法验证,得到的轨迹连续光滑,同时采用 Simulink 建立了控制系统仿真模型,结合实时控制模块为实现高效、平稳可靠的高负载矿用机械臂搬运,实现自动化生产、提高生产效率提供了一种可行方案。

参考文献:

- [1]梁春苗,姚宁平,彭光宇,等. 煤矿井下瓦斯抽采钻孔机器人钻臂运动学研究[J]. 煤矿机械,2021,42(1):30-33.
- [2]张付祥,赵阳. UR5 机器人运动学及奇异性分析[J]. 河北科技大

学学报,2019,40(1):51-59.

- [3]杨鑫科,吴娟,李琳. 矿用巡检机械臂运动学及工作空间分析[J]. 煤矿机械,2019,40(9):88-91.
- [4]宋涛,王乐炯,杨丽萍. 四自由度串联机器人运动学仿真分析[J]. 煤矿机械,2017,38(1):43-45.
- [5]顾友谅. 机器人与数字人—基于 MATLAB 的建模与控制[M]. 北京:机械工业出版社,2017.
- [6]郑承谱,韩康,鲍佳蕾,等. 基于 SolidWorks 与 MATLAB 六轴机械臂动力学仿真研究[J]. 煤矿机械,2020,41(4):171-173.

作者简介: 吴璞(1987-),女,河北石家庄人,讲师,硕士,研究方向:机器人、智能制造,电子信箱:wupustudy@163.com.

责任编辑:赵 荣 **收稿日期:**2020-12-18