

דאן נאך

# נוסחאות נטיה

מיון מיזוג (merge sort)

מחיצה של סדר חצי מדרג ומחצית.

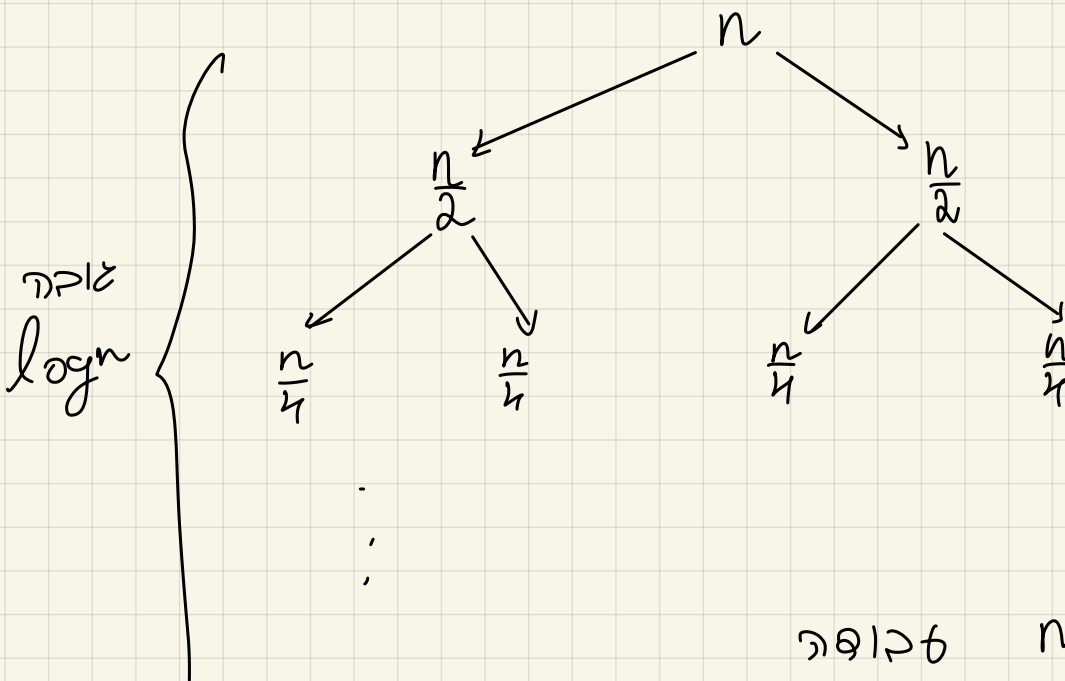
זמן ריצה:

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n)$$

נחלק את המערך למחצית.

עצי רקורסיה

$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n$  באמצעות

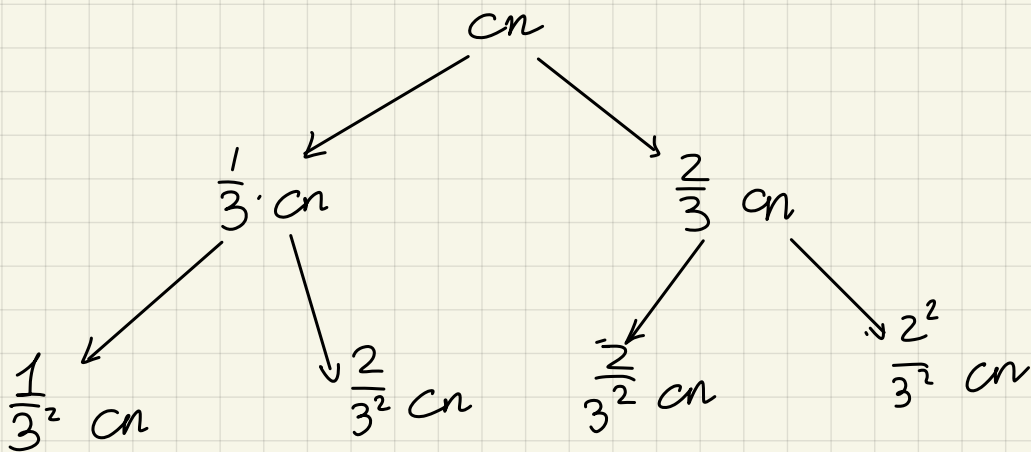


כמה זמן נדרש

זמן  $T(n) \in \Theta(n \log n)$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{2n}{3}\right) + cn$$

סיכום



$$n \log_3 n$$

סדר גודל

$$n \log_{\frac{3}{2}} n$$

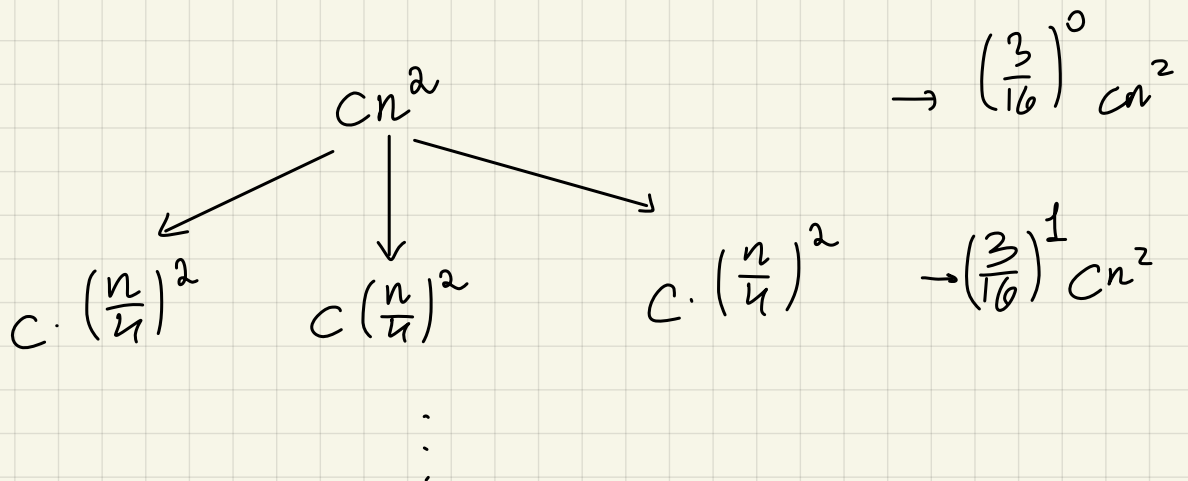
הפרש

$$T(n) \in \Theta(n \log n)$$

108

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + cn^2$$

סיכום



$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log_4 n} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 \in O(n^2) \Rightarrow \Theta(n^2)$$

$$T(n) = 2T(n-3) + 2$$

$$T(n) = 2(2T(n-6) + 2) + 2$$

$$T(n) = 2(2(2T(n-9) + 2) + 2) + 2$$

$$T(n) = 2^i T(n-3i) + 2^{i+1} - 2$$

$$\downarrow i = \frac{n}{3} \approx 31$$

$$T(n) = 2^{\frac{n}{3}} + 2^{\frac{n}{3}+1} - 2 \in \Theta(2^{\frac{n}{3}})$$

$$T(n) = 2T(\sqrt{n}) + 1$$

$$T(n) = 2T(n^{\frac{1}{2}}) + 1$$

$$T(n) = 2(2T(n^{\frac{1}{4}}) + 1) + 1 = 4T(n^{\frac{1}{4}}) + 2 + 1$$

$$T(n) = 2(2(2T(n^{\frac{1}{8}}) + 1) + 1) + 1 = 8T(n^{\frac{1}{8}}) + 4 + 2 + 1$$

$$T(n) = 2^i T(n^{\frac{1}{2^i}}) + \sum_{j=0}^{i-1} 2^j$$

$$T(n) = T(\alpha n) + T((1-\alpha)n) + n \quad 0 < \alpha < 1 \quad \text{יהי} \quad \underline{\text{משפט 8}}$$

$$T(n) \in O(n \log n) \quad \text{אזי}$$

## שיטת האינדוקציה (המאסטר)

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n) \quad \text{משפט (שיטת האינדוקציה) לניסוח מתבונן}$$

$$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \quad \text{אם } f(n) \in O(n^{\log_b a - \epsilon}) \quad \text{אזי}$$

$$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n) \quad \text{אם } f(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \quad \text{אזי}$$

$$T(n) \in \Theta(f(n)) \quad \text{אם } f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \epsilon}) \quad \text{אזי}$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$$

דוגמה

$$a=8 \quad b=4 \quad f(n)=n^2$$

$$\log_b a = \log_4 8 = 1.5$$

$$n^2 \in \Omega(n^{1.5 + \epsilon})$$

$$T(n) \in \Theta(n^2) \quad \text{לכן לפי משפט האינדוקציה, יש שיטת האינדוקציה}$$

באלגוריתם

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{4}\right) + 2n$$

$$a=5 \quad b=4 \quad f(n)=2n$$

$$\log_b a = \log_4 5$$

$$f(n) \in O(n^{\log_4 5 - \epsilon})$$

$$T(n) \in \Theta(n^{\log_4 5})$$

דבר זה מראה כי שם שיטת האינדוקציה,

באלגוריתם

$$T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n^2$$

$$a=9 \quad b=3 \quad f(n)=n^2$$

$$\log_b a = 2$$

$$f(n) \in \Theta(n^2)$$

$$T(n) \in \Theta(n^2 \log n)$$

דבר זה מראה כי שם שיטת האינדוקציה,

החלפת משתנים

באלגוריתם

$$T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log n$$

$$2^m = n \quad \leftarrow \quad m = \log n$$

$$T(2^m) = 2T\left(2^{\frac{m}{2}}\right) + m$$

$$S(m) = T(2^m)$$

נכון

$$S(m) = 2S\left(\frac{m}{2}\right) + m$$

הערה

merge sort  $\Rightarrow S(m) \in \Theta(m \log m)$  נכון שזה נכון

נכון

$$T(n) = T(2^m) = S(m) = \Theta(m \log m) = \Theta(\log n \log \log n)$$

$$T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$$

הנחה

$$n = 2^m$$

$$\Leftrightarrow m = \log n$$

נכון

$$T(2^m) = T(2^{\frac{m}{2}}) + 1$$

$$S(m) = S\left(\frac{m}{2}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow S(m) = T(2^m)$$

נכון

$$S(m) \in \Theta(\log m)$$

זה נכון שזה נכון

$\Downarrow$

$$T(n) = \Theta(\log \log n)$$

# מחסנית ותור

## מחסנית

מבנה מופשט ותומך  $O(1)$  פעולות:

- 1 הכנסה לראש המחסנית `push`
- 2 הוצאה מראש המחסנית `pop`
- 3 הוצאה לראש המחסנית `Top`
- 4 האם ריק `IsEmpty`

## מימוש מחסנית בעזרת מערך

לצורך מערך  $S$  בגודל  $N$ . ונחזיק אינדקס לראש המחסנית

## תור

תומך בשתי פעולות:

- 1 `Enqueue` הכנסה לסוף התור
- 2 `Dequeue` - הוצאה מסוף התור

## מימושים המאפשרים את שתי הפעולות בזמן קבוע

- 1 מערך (גישה מעגלית, "ציקלי") עם מצביע לראש ולסוף
- 2 רשימה מקושרת בא כיוונית עם מצביע ל"ראש"



## שאלה 2 מציג תורים בסופר.

- הוציאו מהמסך  $Q$  ושמרו במשתנה `head`
- והכנסו את `head` לסוף  $Q_2$
- כל עוד יש  $Q_2$  שונה מ-`head`:
- הוציאו מהמסך  $Q_1$  והכנסו לסוף  $Q_2$
- הוציאו מהמסך  $Q_2$  והכנסו לסוף  $Q_2$ .