



הסתברות מותנית

הסתברויות מותנות

באפקים מהם ההסתברות שיזכה מאוחר כלשהו, אם יצא שמואל
אחר התחם ומרחב המצגם הצטמצם.

סימון: את ההסתברות שהמאורע E התרחש אם יצא שמואל
 F התרחש, מסמנים $P(E|F)$ ופיא לפינה ההסתברות
המוותית של E בתנאי F

הגדרה: אם $P(F) > 0$, אזי

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

דוגמה: תמו מכיל 10 כדורים לבנים, 5 כדורים שחורים, 10 שחורים
מחזאים באקראי כדור מן התמו מה ההסתברות שהתמו
צדק, אם יצא שחור? לא שחור?

נסמן ב Y את המאורע שהוצא כדור צהוב
וב B את המאורע שהוצא כדור שחור

$$P(Y|B^c) = \frac{P(Y \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(Y)}{P(B^c)} = \frac{\frac{5}{25}}{\frac{15}{25}} = \frac{1}{3}$$

דוגמה 2: במערכת הביטוח מחלקים את 52 תלמידים שווה בשווה ל-4 שחקנים והמנוס צפון, דרום, מזרח, מערב. אם בצי צפון ודרום יש בסה"כ 8 קלפים תלמן מהי ההסתברות שלמזרח יש 3 מתיק ו 5 שניתוח?
תשובה:

$$\frac{\binom{5}{3} \binom{21}{10}}{\binom{26}{10}}$$

נוסחת בייס

יהיו F, E מאורעות. אז:

1. משפט:

$$P(E) = P(E|F) \cdot P(F) + P(E|F^c) \cdot P(F^c)$$

דוגמה 3: חברת ביטוח מאמינה שניתן לחלק את בני האדם לשתי

קבוצות: מצדדים עליונות ולאו מצדדים עליונות. לאדם מועד

עליונות קורית בתדירות של שנה בהסתברות 0.4 ושאריו מועד

ב 0.2. 30% מהאוכלוסייה הם מצדדים עליונות. מהי ההסתברות

שלמאדם חפץ תקרה תאונה?

פתרון: נסמן ב A מועד עליונות

B קריה תאונה.

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|A^c) \cdot P(A^c)$$

$$P(B) = 0.4 \cdot 0.3 + (1 - 0.3) \cdot 0.2 = \frac{13}{50}$$

המשק: אלמנטים הדגש תחתיה תמונה. מהי ההסתברות שדג נחמד
 סתמיות?

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0.3 \cdot 0.4}{\frac{13}{50}} = \frac{6}{13}$$

תגובה יחס הסיכויים של מאורע A מול ס' מואר ל'
 יחס הסיכויים מול ס' כמה אפולר הסבירות שיקרה
 מאורע, מאורע של יקרה.

נוסחה (נוסחת בייס) יהיו F_1, \dots, F_n זרים כך ש $\Omega = \bigcup_{i=1}^n F_i$

$$P(F_j|E) = \frac{P(E|F_j) \cdot P(F_j)}{\sum_{i=1}^n P(E|F_i) P(F_i)}$$

יורי $E \subseteq \Omega$ אולי

חוקי תלויים

הצטרפות לאותיות E ו- F נקטים בהתייחסות אם

$$P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$$

$$P(E|F) = P(E)$$

ניסוח שקולים

כלומר היבט שונה מהם התרחש לא משפיע על התרחשות השני.

דוגמה כשהורים קול מחפזת, קלבים,

$$P(\text{יציאת} | \text{יציאת}) = P(\text{יציאת}) = \frac{1}{4}$$

עם האורחות בהתייחסות.

2. סדרה יהיו E ו- F מאורעות בהתייחסות. אזי E ו- F^c בהתייחסות.

הצטרפות שלוש מאורעות, E, F, G נקטים בהתייחסות

$$\begin{cases} P(E \cap F \cap G) = P(E)P(F)P(G) \\ P(E \cap F) = P(E)P(F) \\ P(E \cap G) = P(E)P(G) \\ P(F \cap G) = P(F)P(G) \end{cases}$$

ניתן להיתקן עם עקבות מהם (אם לא)

הנבדק E_1, \dots, E_n נקראים תלויים אם
הם תלויים , E_{i_1}, \dots, E_{i_r}

$$P(E_{i_1} \cap \dots \cap E_{i_r}) = P(E_{i_1}) \cdot \dots \cdot P(E_{i_r})$$

$$E = (E \cap F) \cup (E \cap F^c)$$

↗ אינדיקציה ↖

2

$$P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap F^c)$$

$$P(E) = P(E) \cdot P(F) + P(E \cap F^c)$$

↓

$$P(E)(1 - P(F)) = P(E \cap F^c)$$

$$P(E) P(F^c) = P(E \cap F^c)$$

