מטלת מטלב עיבוד ספרתי של אותות 1

2 א.

$$DTFT\,(\text{חד מימדי}) \Rightarrow X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

$$X(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n,m]\,e^{-j(\omega_1 n + \omega_2 m)}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n,m]\,e^{-j\omega_1 n}\cdot e^{-j\omega_2 m}$$

עבור הסיגמה הימנית (m) נתייחס לאינדקס n כקבוע

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega_1 n}\underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n,m]\,e^{-j\omega_2 m}}_{\tilde{X}[n,m]}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{X}[n,m]\,e^{-j\omega_1 n}$$

כאשר זוהי צורה של DTFT חד מימדי,
והאינדקס m הוא "קבוע" כי כבר ביצענו על כל עמודה fft
לכן הוא לא "משתתף" בסכימה הנוכחית על אינדקס n השורות.

ד. ה-DFT מוגדר בצורה הבאה:

$$X[k_1,k_2] = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1} x[n,m]e^{-j\left(\frac{2\pi n}{N}k_1 + \frac{2\pi m}{M}k_2\right)}$$

כאשר G אלה הדגימות, שלא היו בשלב הראשון
הם אפסים, כאמור לא השפיעו בפועל
בגישה

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n,m]e^{-j\left(\frac{2\pi n}{N}k_1 + \frac{2\pi m}{M}k_2\right)}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n,m]e^{-j(w_1 n + w_2 m)}$$

$$w_1 = \frac{2\pi k_1}{N}, \quad w_2 = \frac{2\pi k_2}{M}$$

$$= X(e^{jw_1}, e^{jw_2})$$

ג

$$X(e^{jw_1}, e^{jw_2}) \overset{\text{הגדרה}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n,m)\, e^{-j(w_1 n + w_2 m)} =$$

הגדרת $x[n,m]$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} y(n)\cdot z(m)\, e^{-jw_1 n}\, e^{-jw_2 m} =$$

$$= \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)\, e^{-jw_1 n}}_{Y(e^{jw_1})} \cdot \underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} z(m)\, e^{-jw_2 m}}_{Z(e^{jw_2})}$$

Scanned with CamScanner

$X[k_1,k_2]$

(2)

$$y[n] = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{DFT} \sum_{n=0}^{31} y[n] e^{-jk\frac{2\pi}{32}n} = \sum_{n=0}^{6} 1 \cdot e^{-jk\frac{\pi}{16}n}$$

$$= \sum_{n=0}^{6} \left(e^{-jk\frac{\pi}{16}}\right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{a_1(q^n-1)}{q-1} = \frac{\left(e^{-jk\pi/16}\right)^7 - 1}{e^{-jk\pi/16} - 1}$$

סכום סדרה הנדסית סופית

$= res$

נקבל עבור $z[n]$ $\rightarrow$ $$\frac{\left(e^{-jk\pi/32}\right)^7 - 1}{e^{-jk\pi/32} - 1}$$

בגלל הפרדת התמונה, ולכן התוצאה הסופית של ה DFT הדו-ממדי תהיה המכפלה של שניהם, בהתאם לסעיף ב.