

MODULE M3101 - BASES DE LA GÉOTECHNIQUE

Cours 3 - Calculs de contraintes verticales

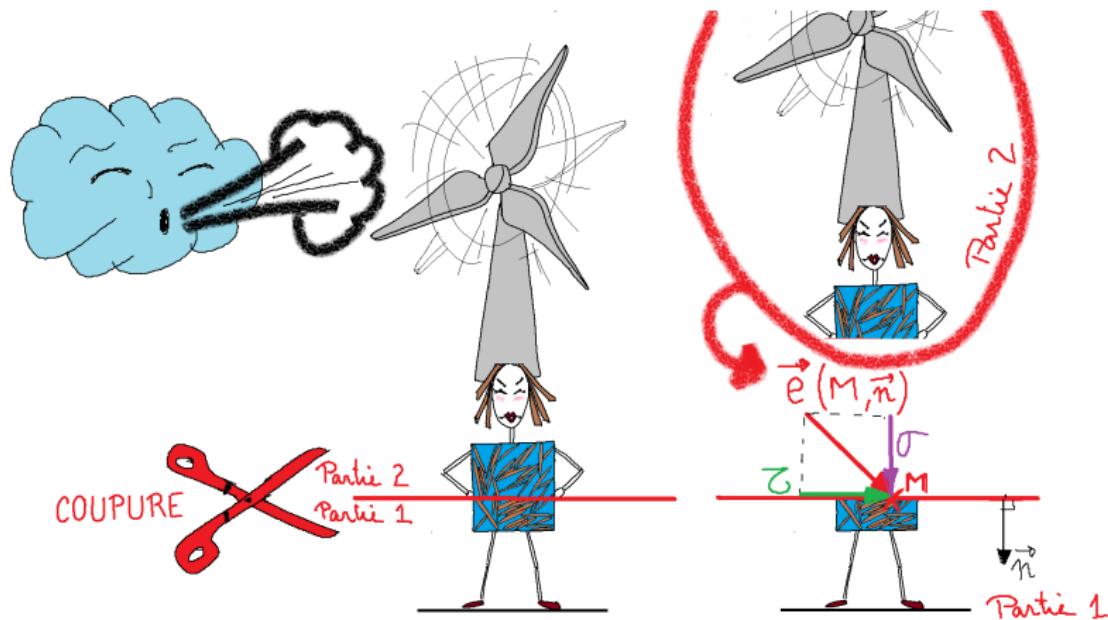
Contraintes dans les sols (totales et effectives) - Accroissements de contraintes relatifs aux charges de remblais et de fondations superficielles

Quizz

Suis-je au point sur le calcul des contraintes en mécanique des structures ?

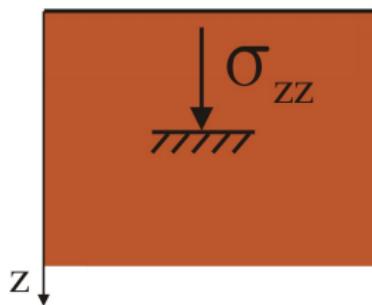
- Savez-vous définir la notion de contraintes (système 3D) ?
- Différences / ressemblances entre efforts de réduction et contraintes ?
- Pourquoi ne raisonne-t-on pas toujours en force et déplacement ?
- Quelle est l'unité associée à une contrainte ?

Rappel sur les contraintes



A vous de réviser!

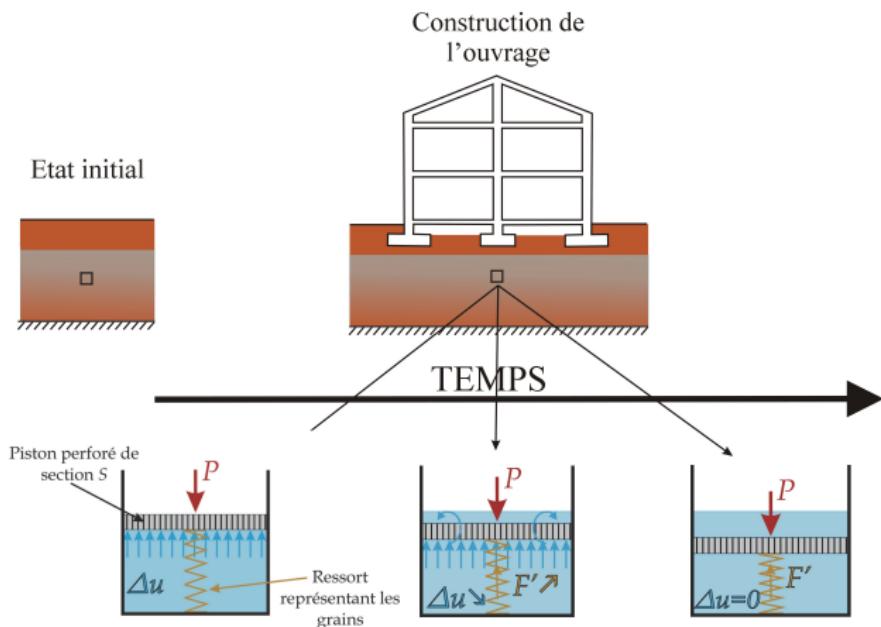
Contraintes dans le cadre de ce cours



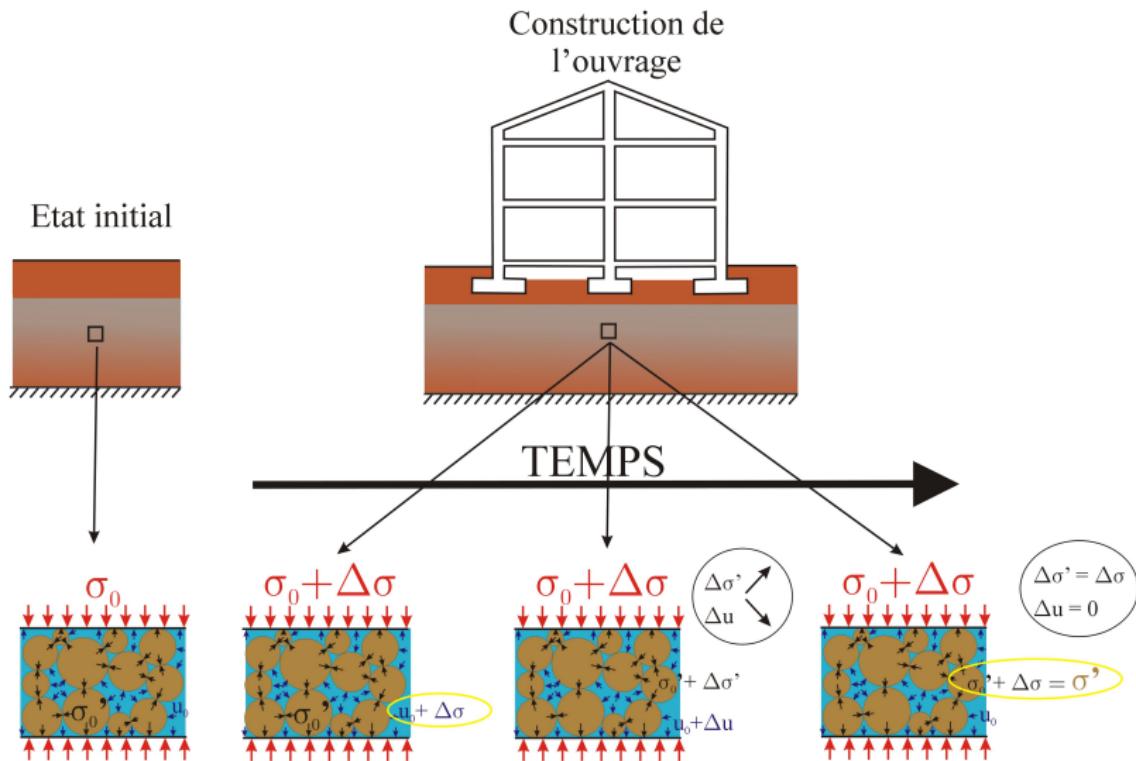
- Approche 2D
- Surface de coupure **horizontale**, parallèle à la surface libre du sol
- Calcul de contraintes **normales** verticales σ_{zz} , notées σ
- Convention : **$\sigma > 0$ en compression**

Contraintes normales verticales en mécanique des sols

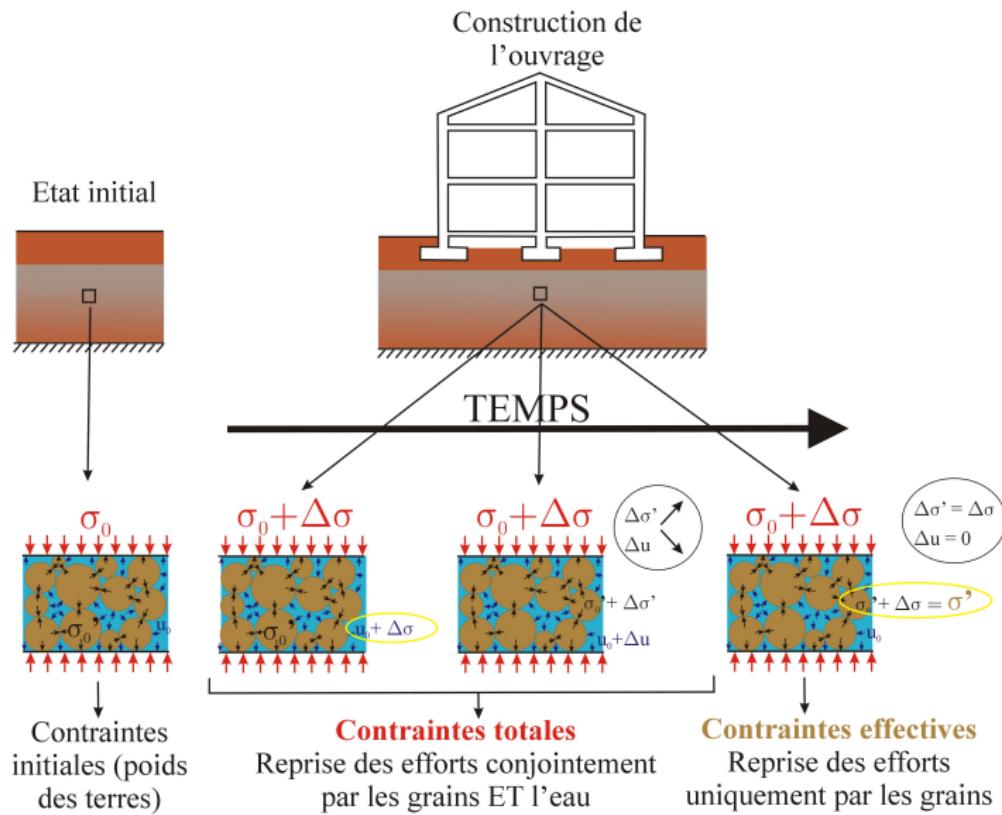
Rappel des mécanismes de la consolidation primaire



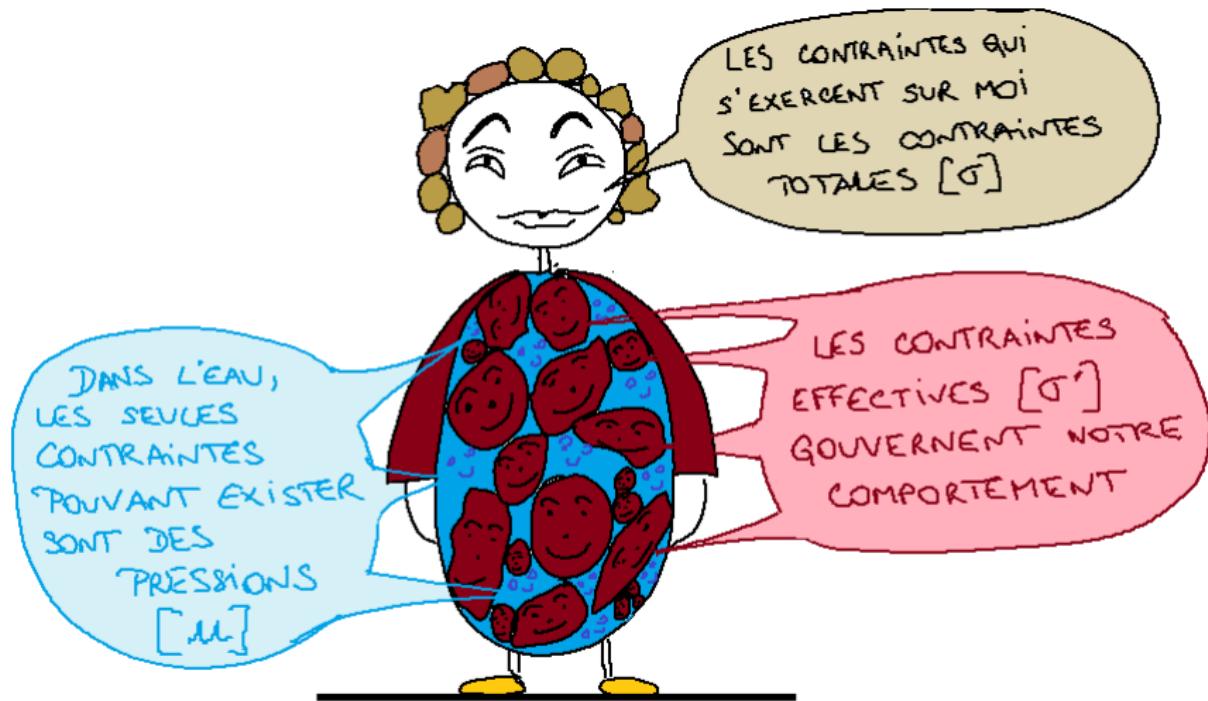
Contraintes normales verticales en mécanique des sols



Contraintes normales verticales en mécanique des sols



Contraintes en mécanique des sols



Au programme du cours 3



- Calcul des contraintes verticales initiales
 - à court terme (conditions non drainées) : **CONTRAINTE TOTALE : σ**
 - à long terme (conditions drainées) : **CONTRAINTE EFFECTIVE : σ'**
- Calcul des accroissements de contraintes consécutifs à la construction d'ouvrages : $\Delta\sigma$

EN FONCTION DE LA POSITION DU POINT CONSIDÉRÉ

- Profondeur / distance à la surface libre du terrain
- Position latérale par rapport à l'ouvrage

Contraintes totales et contraintes effectives

CONTRAINTES TOTALES

Pas de distinction entre les phases fluide et solide - les deux phases s'*allient* pour la reprise des efforts

⇒ **Court terme**, comportement **non drainé**

Notation des contraintes totales normales : σ

CONTRAINTES EFFECTIVES (OU INTERGRANULAIRES)

Contraintes reprises par le **squelette solide**

⇒ **Long terme**, comportement **drainé**

⇒ Associées à l'étude du **cisaillement** : l'eau ne présente aucune résistance au cisaillement, elle ne peut pas participer à la reprise des efforts

Notation des contraintes effectives normales : σ'

Contraintes totales et contraintes effectives

DANS UN MILIEU SATURÉ

POSTULAT DE TERZAGHI

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \underbrace{\sigma'}_{\text{PHASE SOLIDE}} + \underbrace{u}_{\text{PHASE FLUIDE}} \\ \tau = \underbrace{\tau'}_{\text{PHASE SOLIDE}} \end{array} \right.$$

Où en est-on ?

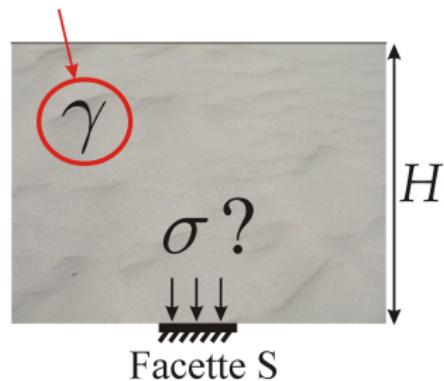


- Calcul des contraintes verticales initiales
 - à court terme (conditions non drainées) :
CONTRAINTES TOTALES : σ

Calcul des contraintes totales verticales

Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale

Poids volumique du sol en place connu



Un calcul correct de contraintes totales repose sur une **parfaite maîtrise des caractéristiques physiques des sols !**

Quizz

Suis-je au point sur les caractéristiques physiques des sols ?

- ➊ Qu'est-ce qu'un sable ? une argile ?
- ➋ Qu'est-ce que la teneur en eau de saturation ?
- ➌ Que vaut le degré de saturation d'un matériau sec ?
- ➍ Démontrez que $w_{sat} = \frac{e\gamma_w}{\gamma_s}$
(Question valable pour toute autre relation mathématique entre paramètres physiques)
- ➎ Que vaut γ_s ? Expliquez d'où vient cette valeur et pourquoi elle ne varie pas beaucoup selon les sols.
- ➏ Que vaut γ_w ?

Rappel sur les poids volumiques ➔ Unité : kN/m³

POUR UN ÉCHANTILLON DE SOL

- γ_d : poids volumique sec $\left(\gamma_d = \frac{P_s}{V}\right)$
 - γ (γ_h) : poids volumique apparent $\left(\gamma_h = \frac{P_h}{V}\right)$
 - γ_{sat} : poids volumique apparent saturé $\left(\gamma_{\text{sat}} = \frac{P_{\text{sat}}}{V}\right)$
- $\gamma_d \leq \gamma_h \leq \gamma_{\text{sat}} !!!$
- γ' : poids volumique déjaugé

$$\gamma' = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w$$

POUR LES CONSTITUANTS DU SOL

- γ_s : poids volumique des grains

$$\gamma_s = \frac{P_s}{V_s}$$

$$\gamma_s \approx 26,5 \text{ kN/m}^3$$
- γ_w : poids volumique de l'eau

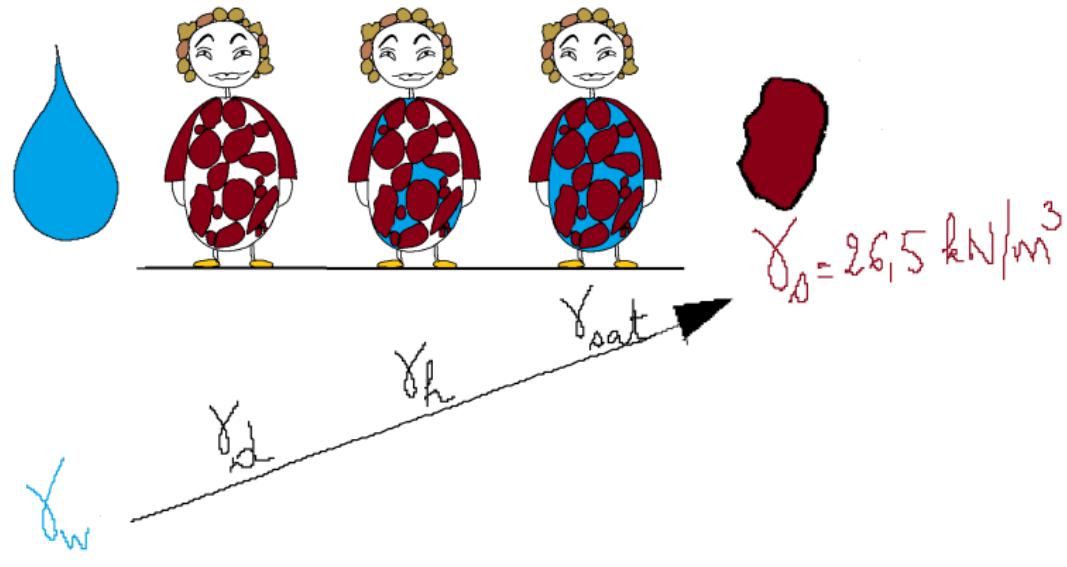
$$\gamma_w = \frac{P_w}{V_w}$$

$$\gamma_w \approx 10 \text{ kN/m}^3$$

ORDRES DE GRANDEUR

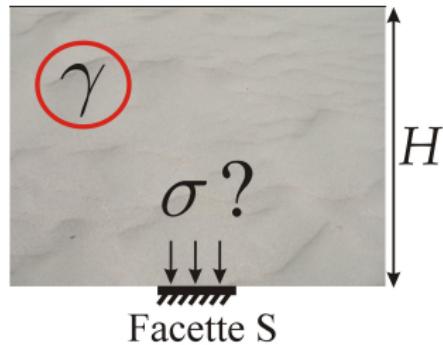
	Argiles	Sables	Graves
γ_d (en kN/m ³)	12 à 19	14 à 17	17 à 20
γ (en kN/m ³)	15 à 22	17 à 19	18 à 20

Rappel sur les poids volumiques



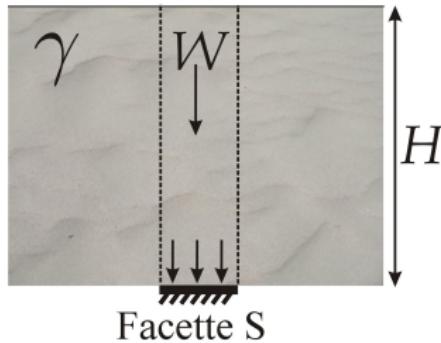
Calcul des contraintes **totales** verticales

Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale



Calcul des contraintes **totales** verticales

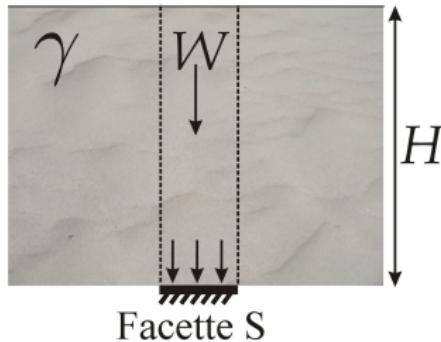
Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale



Seule force agissant sur la facette :
➡ **W : le poids de la colonne de sol reposant sur elle**

Calcul des contraintes **totales** verticales

Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale



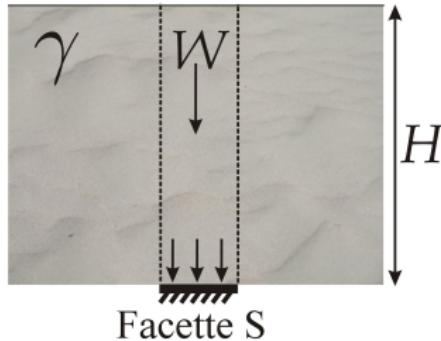
Seule force agissant sur la facette :

➡ **W : le poids de la colonne de sol reposant sur elle**

$$\underbrace{W}_{\text{Poids}} = \underbrace{\gamma}_{\text{Poids volumique}} \times \underbrace{HS}_{\text{Volume de la colonne}}$$

Calcul des contraintes **totales** verticales

Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale



Seule force agissant sur la facette :

➡ **W : le poids de la colonne de sol reposant sur elle**

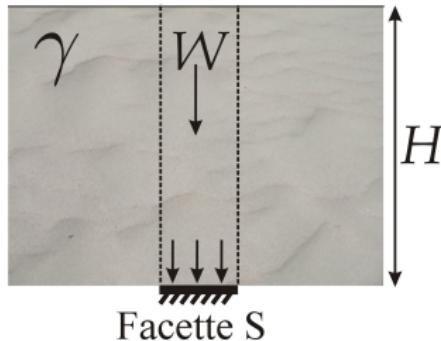
$$\underbrace{W}_{\text{Poids}} = \underbrace{\gamma}_{\text{Poids volumique}} \times \underbrace{HS}_{\text{Volume de la colonne}}$$

Sollicitation de type **compression simple** :

$$\sigma = \frac{W}{S}$$

Calcul des contraintes **totales** verticales

Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale



Seule force agissant sur la facette :

➡ **W : le poids de la colonne de sol reposant sur elle**

$$\underbrace{W}_{\text{Poids}} = \underbrace{\gamma}_{\text{Poids volumique}} \times \underbrace{HS}_{\text{Volume de la colonne}}$$

Sollicitation de type **compression simple** : $\sigma = \frac{W}{S}$ d'où

$$\sigma = \gamma H$$

avec γ , le poids volumique de la colonne de sol **en place** : $\gamma_d, \gamma, \gamma_h, \gamma_{sat}, \gamma_s$

Calcul des contraintes **totales** verticales

Milieu homogène - Terrain à surface libre horizontale

Un exemple...

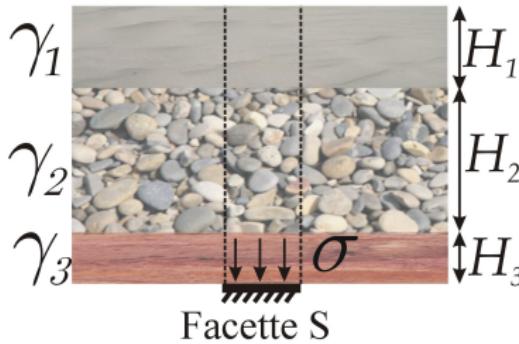
Un remblai de 3 mètres est mis en place avec une densité sèche de 1,9 et une teneur en eau de 8%. Déterminez la contrainte totale verticale sous cette couche de remblai.

Vous pouvez vous aider de la relation suivante :

$$\gamma = \gamma_s \frac{1 + w}{1 + e}$$

Calcul des contraintes **totales** verticales

Milieu stratifié - Terrain à surface libre horizontale



$$\sigma = \gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2 + \gamma_3 H_3$$

Où en est-on ?



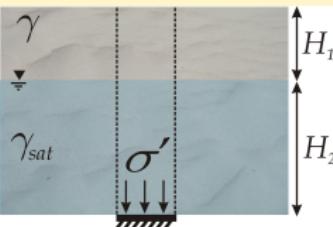
- Calcul des contraintes verticales initiales
 - à court terme (conditions non drainées) :
CONTRAINTE TOTALE : σ ✓
 - à long terme (conditions drainées) :
CONTRAINTE EFFECTIVE : σ'

Restriction dans le cadre de ce cours :
Seulement dans le cas d'une nappe STATIQUE

Calcul des contraintes **effectives** verticales (1/5)

Présence d'une nappe statique

Méthodologie de calcul des contraintes effectives



- ➊ Calcul de la contrainte totale
- ➋ Calcul de la pression interstitielle
- ➌ Calcul de la contrainte effective par différence : $\sigma' = \sigma - u$

Calcul des contraintes **effectives** verticales (2/5)

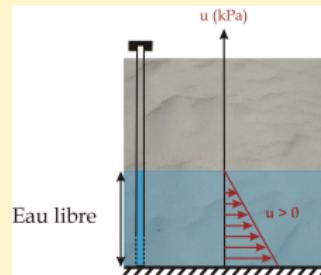
Présence d'une nappe statique

Méthodologie de calcul des contraintes effectives



- ➊ Calcul de la contrainte totale
- ➋ Calcul de la pression intersticielle
- ➌ Calcul de la contrainte effective par différence : $\sigma' = \sigma - u$

Pressions interstitielles en conditions statiques



$$u(M) = \gamma_w \times \text{Hauteur de la colonne d'eau au-dessus du point}$$

Calcul des contraintes **effectives** verticales (3/5)

Présence d'une nappe statique

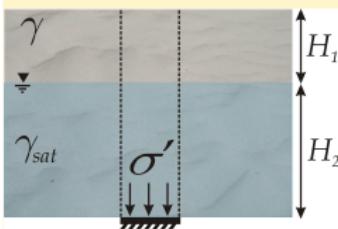
Méthodologie de calcul des contraintes effectives

- ➊ Calcul de la contrainte **totale** : $\sigma = \gamma H_1 + \gamma_{sat} H_2$
- ➋ Calcul de la **pression interstitielle** : $u = \gamma_w H_2$
- ➌ Calcul de la contrainte **effective** par différence :

$$\sigma' = \sigma - u$$

$$\sigma' = \gamma H_1 + \gamma_{sat} H_2 - \gamma_w H_2$$

$$\sigma' = \gamma H_1 + \underbrace{(\gamma_{sat} - \gamma_w)}_{\gamma', \text{ poids volumique déjaugé}} H_2$$

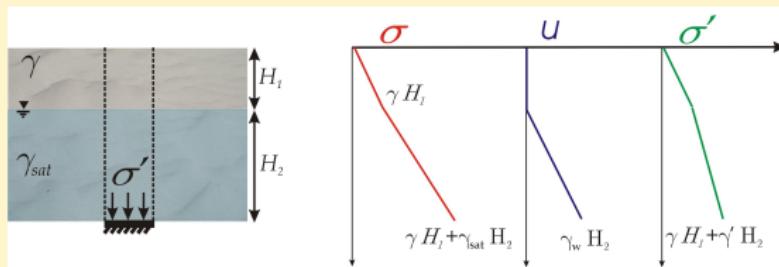


Calcul des contraintes **effectives** verticales (4/5)

Présence d'une nappe statique

Diagrammes des contraintes totales, effectives et des pressions interstitielles

$$\sigma' = \gamma H_1 + \underbrace{(\gamma_{sat} - \gamma_w) H_2}_{\gamma'}$$



Quand la nappe remonte ...

En posant $H = H_1 + H_2$, $\sigma' = \gamma(H - H_2) + \gamma' H_2 = \gamma H - \underbrace{(\gamma - \gamma') H_2}_{\geq 0}$

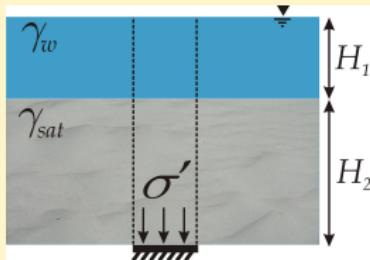
➡ σ' diminue.

Quand la nappe descend ... ➡ σ' augmente (risque de tassement).

Calcul des contraintes **effectives** verticales (5/5)

Sol **submergé** par une nappe statique

Cas d'un sol submergé



- ➊ Calcul de la contrainte totale : $\sigma = \gamma_w H_1 + \gamma_{sat} H_2$
- ➋ Calcul de la pression interstitielle : $u = \gamma_w (H_1 + H_2)$
- ➌ Calcul de la contrainte effective par différence :

$$\sigma' = \sigma - u$$

$$\sigma' = \gamma_w H_1 + \gamma_{sat} H_2 - \gamma_w (H_1 + H_2)$$

$$\sigma' = \underbrace{(\gamma_{sat} - \gamma_w)}_{\gamma'} H_2$$

- ➡ σ' ne dépend pas de H_1 .
- ➡ “L'eau reprend l'eau”

Où en est-on ?



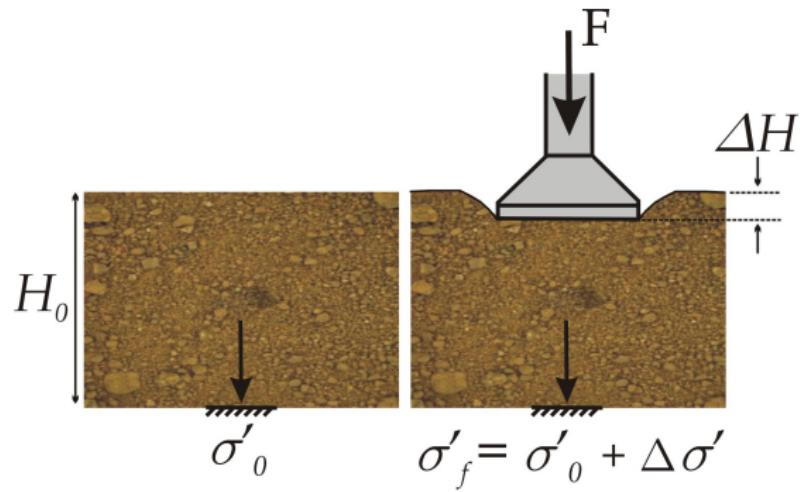
- Calcul des contraintes verticales liées au poids propre du sol ✓
 - Calcul des contraintes verticales totales ✓
 - Calcul des contraintes verticales effectives dans le cas d'une nappe statique ✓



- Calcul des accroissements de contraintes consécutifs à la construction d'ouvrages X
 - Contrainte liée au bâtiment à la surface du sol X
 - Incrémentation de contrainte **verticale** à une profondeur z ? X

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (1/10)

Principe de superposition



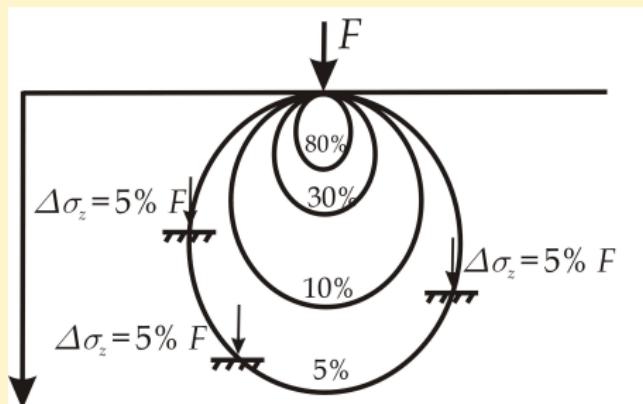
Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (2/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une charge concentrée

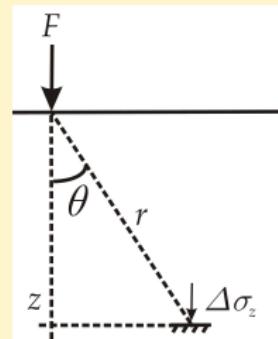
Charge concentrée

Bulbe de contraintes

Milieu homogène, isotrope et présentant un comportement élastique linéaire



➡ Résultat indépendant des caractéristiques du milieu !



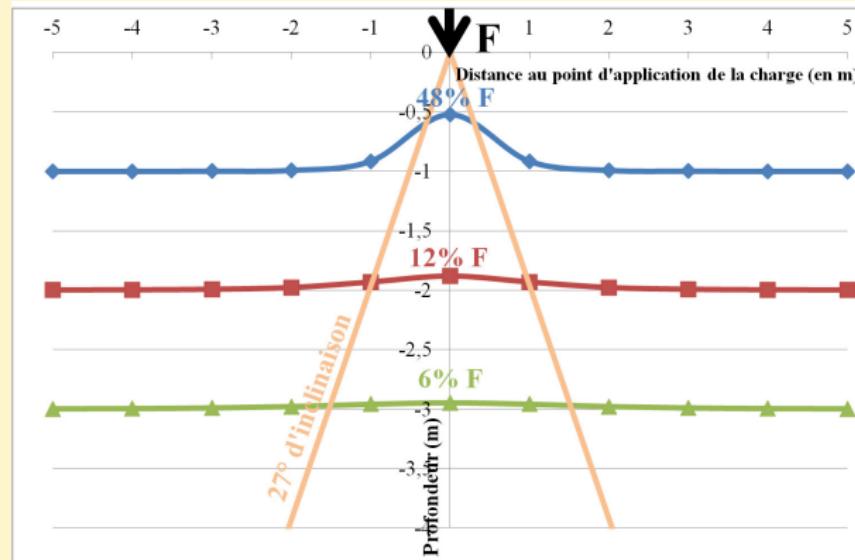
Formule de Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = \frac{3F}{2\pi z^2} \cos^5 \theta$$

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (3/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une charge concentrée

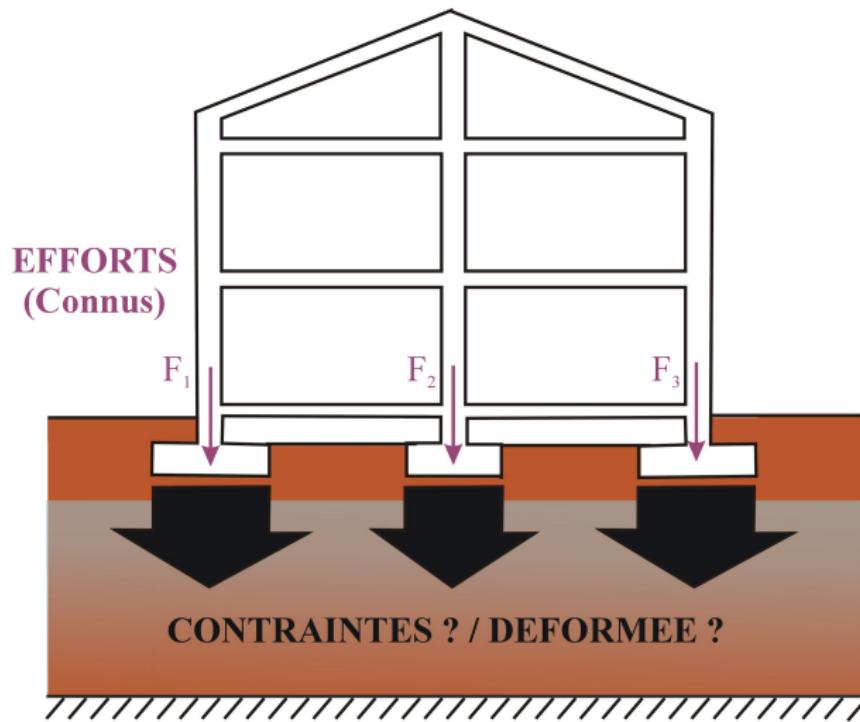
Charge concentrée



$$\tan 27 \approx \frac{1}{2}$$

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (4/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une fondation



Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (4/10)

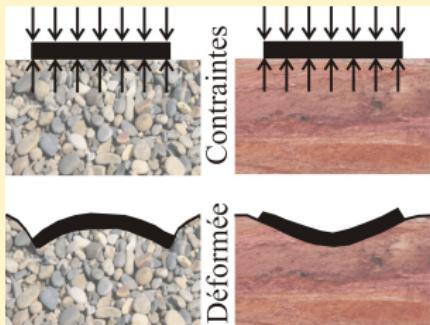
Accroissements de contraintes verticales induits par une fondation

La forme de la déformée du sol dépend :

- du type de sol : cohérent ou pulvérulent
- **de la rigidité de la fondation** : rigide ou flexible

➔ **Interaction sol/structure**

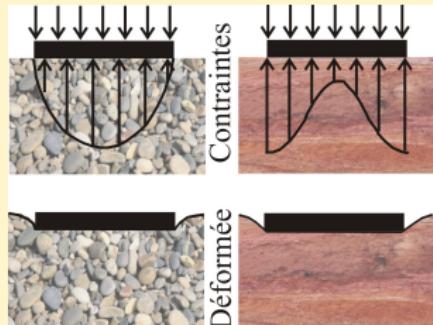
Fondations souples



Contraintes uniformes

Tassements non constants

Fondations rigides



Contraintes non uniformes

Tassements constants

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (5/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une fondation

Prise en compte de la rigidité de la fondation

- ➊ Hypothèse d'une distribution de contraintes uniforme (= fondation supposée souple) sous la fondation
- ➋ Calcul de l'accroissement de contraintes à la verticale du point de **tassement maximal** de la fondation souple : $\Delta\sigma_{souple}$
- ➌ Application d'un **facteur correctif**, k , pour tenir compte de la rigidité de la fondation - facteur dépendant de la profondeur (ci-dessous, valeurs pour une profondeur inférieure à $B/2$) : $\Delta\sigma_{rigide} = k\Delta\sigma_{souple}$

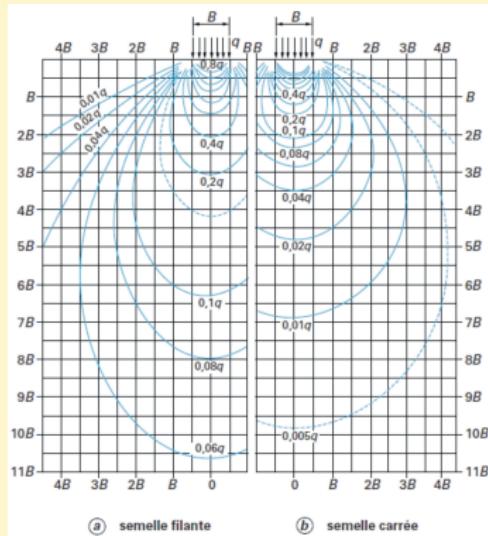
Rigidité de la fondation	Facteur correctif k
Fondation parfaitement souple	1
Fondation intermédiaire	Entre 0.85 et 1
Fondation parfaitement rigide	0.85

- ➡ Suite du cours : accroissements de contraintes sous les fondations souples
- ➡ **Pression de contact fondation/sol supposée uniforme**

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (6/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une charge répartie sur un sol horizontal

CHARGE RÉPARTIE - BULBE DE CONTRAINTES

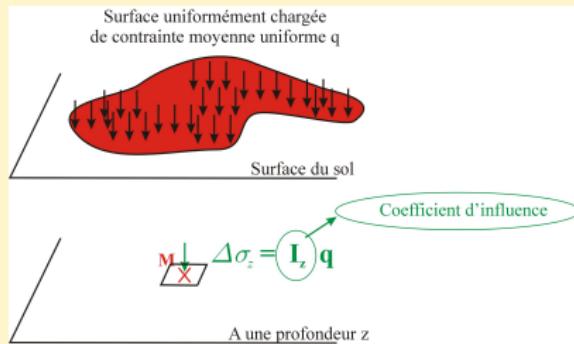


Graphique issu des Techniques de l'Ingénieur, Fondations superficielles par R. Frank (Référence C246)

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (7/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une charge répartie sur un sol horizontal

CHARGE RÉPARTIE - NOTION DE COEFFICIENT D'INFLUENCE



$$\Delta\sigma'_z = I q$$

q : Contrainte moyenne uniforme appliquée par la fondation au terrain (Pa ou kPa ou ...)

I : Coefficient d'influence (sans unité)

I dépend de :

- la forme de la fondation
- la position du point considéré
 - sa profondeur (distance à la fondation)
 - son écartement par rapport à la zone chargée

➡ Utilisation d'abaques pour la détermination de I

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (8/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une fondation souple rectangulaire sur un sol horizontal

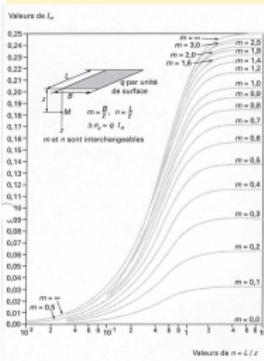
CHARGE RÉPARTIE - UTILISATION DE L'ABAQUE POUR UNE SEMELLE RECTANGULAIRE

POUR UNE SEMELLE RECTANGULAIRE SOUUPLE UNIFORMÉMENT CHARGÉE (q)

► $\Delta\sigma'_z$ en un point situé à la verticale d'un coin de la semelle.

Utilisation directe de l'abaque qui définit un coefficient d'influence I
tel que

$$\Delta\sigma'_z = q I \quad \text{avec} \quad I\left(m = \frac{B}{z}, n = \frac{L}{z}\right)$$



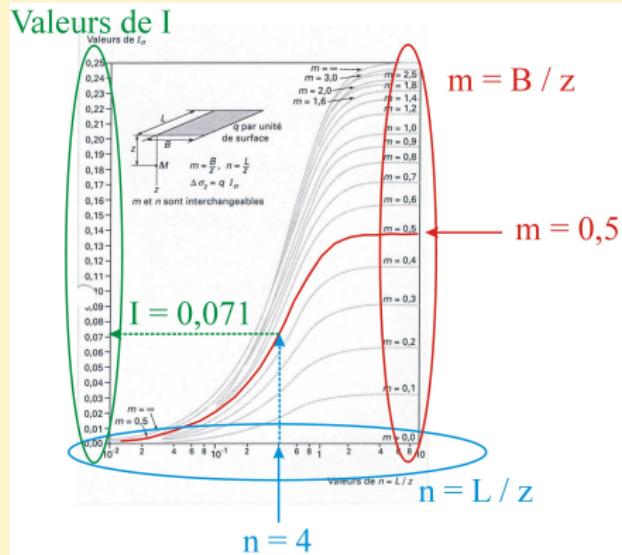
B et L : dimensions de la semelle rectangulaire (interchangeables !)

Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (9/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une fondation souple rectangulaire sur un sol horizontal

CHARGE RÉPARTIE - UTILISATION DE L'ABAQUE POUR UNE SEMELLE RECTANGULAIRE

POUR UNE SEMELLE RECTANGULAIRE SOUUPLE UNIFORMÉMENT CHARGÉE (q)

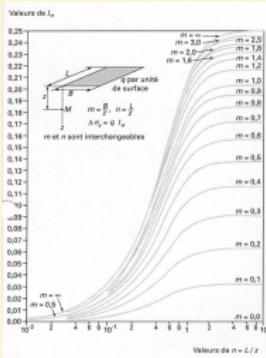


Accroissement de contraintes induit par les ouvrages (10/10)

Accroissements de contraintes verticales induits par une fondation souple rectangulaire sur un sol horizontal

CHARGE RÉPARTIE - UTILISATION DE L'ABAQUE POUR UNE SEMELLE RECTANGULAIRE

POUR UNE SEMELLE RECTANGULAIRE SOUPLE UNIFORMÉMENT CHARGÉE (q)



➤ $\Delta\sigma'_z$ en un point situé à la verticale d'un coin de la semelle.

Utilisation **directe** de l'abaque qui définit un coefficient d'influence I tel que $\Delta\sigma'_z = q I(m, n)$

➤ $\Delta\sigma'_z$ en un point quelconque.

Subdivision en 4 rectangles

Utilisation de l'abaque pour le calcul de chaque I_i , $i=1$ à 4.

$\Delta\sigma'_z$ est la somme algébrique des 4 contraintes.

Ici, $\Delta\sigma'_z = q (I_1 + I_2 + I_3 + I_4)$.

