б) $\mathbb{P}(B = \{$ 7-ми успех > 5-ти неуспех $\}) = ?$ за $n = 14$

Р-е:

Ние искаме 7-ми успех да настъпи преди 5-ти неуспех

$\Longleftrightarrow$ 7-ми успех да настъпи на 11-ти опит

Използваме 2 биномни схеми:

$X \in Bi\left(10, \frac{34}{216}\right)$

$Y \in Bi\left(1, \frac{34}{216}\right)$ → последният опит

$B = \{X = 6\} \cap \{Y = 1\}$ → сечение на независими събития

$$\Rightarrow \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(X = 6) \cdot \mathbb{P}(Y = 1) =$$

$$= \binom{10}{6}\left(\frac{34}{216}\right)^6\left(\frac{191}{216}\right)^4 \cdot \binom{1}{1}\left(\frac{34}{216}\right)\left(\frac{191}{216}\right)^0 =$$

$$= \binom{10}{6}\left(\frac{34}{216}\right)^7\left(\frac{191}{216}\right)^4$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X \geq 7) = \binom{12}{7} \left(\frac{34}{216}\right)^{7} \cdot \left(\frac{191}{216}\right)^{5} + \binom{12}{8} \left(\frac{34}{216}\right)^{8} \cdot \left(\frac{191}{216}\right)^{4} + \dots$$

④ 3 зара

n – пъти

успех = $\{(x_1+x_2+x_3)$ - нечетно $\cap$ $(x_1+x_2+x_3) \geq 12\}$

а) $\mathbb{P}(A=\{$успехите $>$ неуспехите$\}) = ?$ при $n=12$

Р-е: Нека първо намерим вероятността за успех:

$\iff x_1+x_2+x_3 = \underbrace{13}$ или $\underbrace{15}$ или $\underbrace{17}$

13:
- 3 начина: (1,6,6)
- 6 начина: (2,5,6)
- 6 н.: (3,4,6)
- 3 н.: (3,5,5)
- 3 н.: (5,4,4)

21 н. общо

15:
- 3 н.: (6,6,3)
- 6 н.: (6,5,4)
- 1 н.: (5,5,5)

10 н. общо

17:
- 3 н.: (6,6,5)

3 н. общо

$\Rightarrow$ успех $= (21+10+3)$ от общо 6^3 начина

$\Rightarrow$ успех $= \dfrac{34}{216}$

Имаме схема на Бернули с 12 независими опита и 216 ел. изходи с вер. за успех $\dfrac{34}{216}$

$\Rightarrow X \in Bi\left(12, \dfrac{34}{216}\right)$

Търсим $\mathbb{P}(X \geq 7) = \mathbb{P}(X=7) + \mathbb{P}(X=8) + \mathbb{P}(X=9) + \mathbb{P}(X=10) + \mathbb{P}(X=11) + \mathbb{P}(X=12)$

За $\mathbb{P}(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, като $n=12$, $p = 34/216$ $\Rightarrow q = 191/216$ и $k = 7, \dots, 12$

(3) 25 отбора: неуспех:

8 - кат. джипове с вер. да зав. $= 0,9$ — 0,1

10 - кат. камиони с вер. $= 0,7$ — 0,3

7 - кат. мотоциклети с вер. $= 0,6$ — 0,4

$A = \{$от сл. избр. 3 отбора 1 е завършил, 2-ма са$\}$

$\mathbb{P}$(избраните 3 отбора да са от разл. кат.) = ?

Р-е: Нека $A = \{$3-те отбора да са от разл. кат.$\}$

и $B = \{$от 3 сл. избр. отбора 1 е зав. и 2-ма$\}$

Тогава търсим $\mathbb{P}(A|B) = ?$

Ще използваме ф-лата на Бейс:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|C)\mathbb{P}(C) + \mathbb{P}(B|D)\mathbb{P}(D)}$$

като дефинираме:

Не ми остава време, но зад. се решава, като доизчисля и заместим

$C = \{$2 разл. кат.$\}$

$D = \{$еднакви кат.$\}$

Намираме последователно:

$$\mathbb{P}(B|A) = \underset{\text{да джип}}{0,9} \cdot \underset{\text{не кам.}}{0,3} \cdot \underset{\text{не мот.}}{0,4} + \underset{\text{не дж.}}{0,1} \cdot \underset{\text{да кат.}}{0,7} \cdot \underset{\text{не мот.}}{0,4} + \underset{\text{не дж.}}{0,1} \cdot \underset{\text{не кам.}}{0,3} \cdot \underset{\text{да мот.}}{0,6}$$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{7} \Big/ \binom{25}{3}$$

$$\mathbb{P}(B|C) = 2(\underset{\text{дж.}}{0,9} \cdot \underset{\text{дж.}}{0,1} \cdot \underset{\text{кам.}}{0,3}) + \underset{\text{дж}}{0,1} \cdot \underset{\text{дж}}{0,1} \cdot \underset{\text{кам}}{0,7} + 2(\underset{\text{кам}}{0,7} \cdot \underset{\text{кам}}{0,3} \cdot \underset{\text{дж}}{0,1}) +$$
$$0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,9 + \dots$$

$$\mathbb{P}(C) = \left(\frac{2}{8} \cdot \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{10} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{7}\right) \Big/ \binom{25}{3}$$

$$S_{OMPQ} = \frac{1}{3} S_{осн.} \times \overbrace{h}^{височина} = \frac{\overbrace{\frac{(\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4}}^{\sqrt{3}/2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{3} = \frac{\cancel{2}^{1} \cdot \cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{6}} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = \frac{1}{6}$$

$$S_{SNRT} = S_{OMPQ} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow S_{OMNPTR} = 1^3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{6}_{3}} = 2/3$$

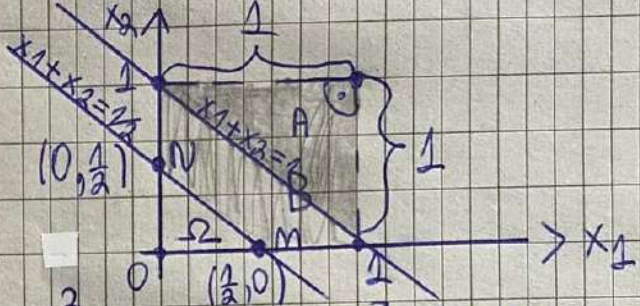
$$\Rightarrow P(A) = \frac{2/3}{1 - 1/6} = \frac{4}{5}$$

(2) n-числа в $[0,1]$
$\mathbb{P}((x_1+\ldots+x_n)>1)=?$, ако:

а) $n=2$ и знаем, че $(x_1+x_2)>\frac{1}{2}$

б) $n=3$ и знаем, че $(x_1+x_2+x_3)<2$

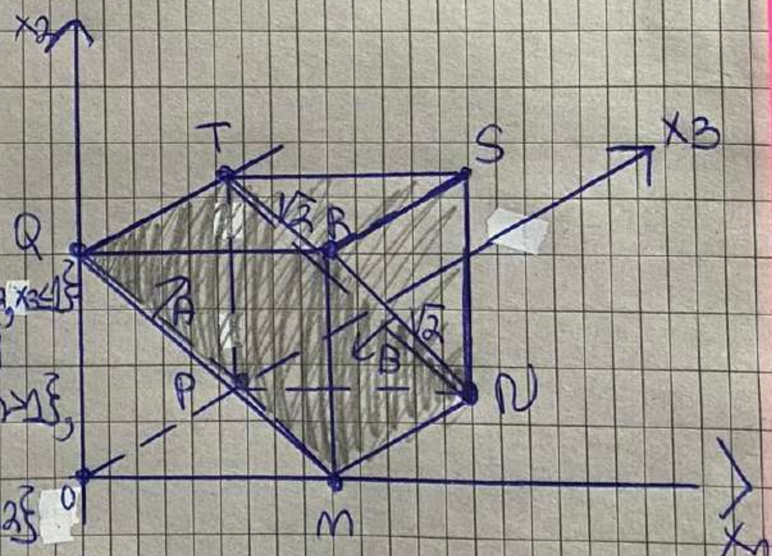
Р-е:



а) $x_1\in[0,1]$
$x_2\in[0,1]$

Нека $\Omega=\{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\le x_1,x_2\le 1\}=[0,1]\times[0,1]$
и $A=\{(x_1,x_2)\in\Omega \mid (x_1+x_2)>1\}$,
като ние знаем, че $A\subseteq B=\{(x_1,x_2)\in\Omega \mid (x_1+x_2)>\frac{1}{2}\}$

$$\mathbb{P}(A)=\frac{S_A}{S_B}=\frac{S_A}{S_{\square}-S_{\triangle OMN}}=\frac{\frac{1.1}{2}}{1^2-\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{\frac{1}{4}}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{8}}=\frac{4}{7}$$



б) $x_1\in[0,1]$
$x_2\in[0,1]$
$x_3\in[0,1]$

Нека $\Omega=\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3 \mid 0\le x_1,x_2,x_3\le 1\}$
$=[0,1]\times[0,1]\times[0,1]$
и $A=\{(x_1,x_2,x_3)\in\Omega \mid (x_1+x_2+x_3)>1\}$,
като знаем, че:
$B=\{(x_1,x_2,x_3)\in\Omega \mid (x_1+x_2+x_3)<2\}$
$\Rightarrow x_3=2-x_1-x_2$

$\mathbb{P}(A)=\frac{S_{QMNPTR}}{S_{куб}-S_{NTRS}}\rightarrow S_{QMNPTR}=S_{куба}-(S_{OMPQ}+S_{SNRT})\Rightarrow$

Проверяваме дали $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2) \cdot \mathbb{P}(A_3)$

$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{1}{4}$ - трицветката

$\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = \mathbb{P}(A_3) = \frac{1}{2}$ от предходната проверка

$\Rightarrow \mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2) \cdot \mathbb{P}(A_3)$

$\Rightarrow A_1, A_2, A_3$ не са независими в съвкупност

05.12.2021г. Първо контролно по СЕМ

Софтуерно инженерство

Име: Надежда Росенова Фаранцева
Група: I
ФН: 62 391

I: II: III: IV:

(1) 4 карти: $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{1\ 2\ 3}$

$A_k = \{$сл. избр. карта има цвят $k\}$ за $k = 1, 2, 3$

$A_1 = \{ \mathrm{I} \cup \mathrm{IV} \}$

$A_2 = \{ \mathrm{II} \cup \mathrm{IV} \}$

$A_3 = \{ \mathrm{III} \cup \mathrm{IV} \}$

---

a) Независими 2 по 2? В съвкупност?

Р-е: Проверяваме дали $\mathbb{P}(A_1A_2) = \mathbb{P}(A_1).\mathbb{P}(A_2)$

$\mathbb{P}(A_1A_2) = \frac{1}{4}$, защото единствената възможност картата да има и цвят 1 и цвят 2 е тя да е трицветната

$\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2) = \frac{2}{4}$, защото, за да съдържа цвят 1, трябва да бъде или едноцветната с цвят 1 или трицветната $\Rightarrow$ 2 възможности от 4 $\Rightarrow \frac{1}{2}$

$$\mathbb{P}(A_1A_2) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \mathbb{P}(A_1).\mathbb{P}(A_2)$$

$\Rightarrow A_1$ и A_2 са независими

Аналогично A_1 и A_3, A_2 и A_3 също са независими.