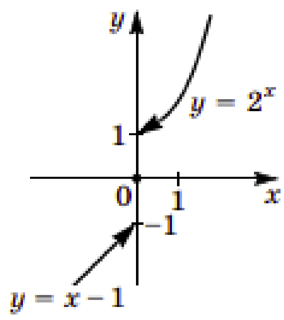

Рис. 18

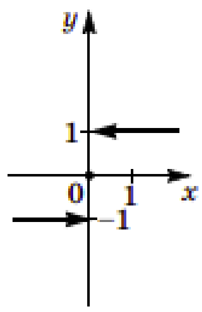

Рис. 19

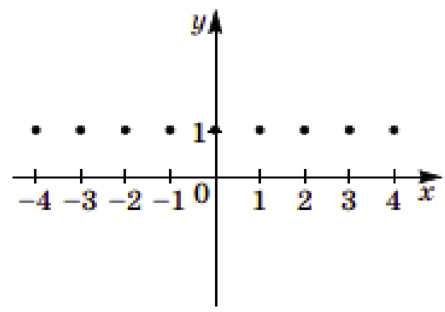

Рис. 20

Из общего определения графика функции (см. п. 1.2*) следует, что график функции $y = f(x)$ (x и y — числа, $x \in X$) представляет собой множество точек $(x, f(x))$, $x \in X$, на координатной плоскости переменных x и y.

Так, график функции (5.1) имеет вид, изображенный на рисунке 18, график функции $\operatorname{sign} x$ (см. формулы (5.2)) — на рисунке 19, а график функции $y = 1 + \sqrt{\lg \cos 2\pi x}$ состоит из отдельных точек, соответствующих целым значениям аргумента $x = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, так как при остальных значениях аргумента выражение под знаком радикала принимает отрицательные значения (рис. 20).

Множество точек $\{(x, y)\colon x \in X, y \geqslant f(x)\}$ называется *надграфиком* данной функции f, а множество $\{(x, y)\colon x \in X, y \leqslant f(x)\}$ — ее *подграфиком.*

Графическое изображение функции также может служить для задания функциональной зависимости. Правда, это задание будет приближенно потому, что измерениие отрезков практически можно производить лишь с определенной степенью точности. Примерами графческого задания функций, встречающимися на практике, могут служить, например, показания осциллографа.

Функцию можно задать с п о м о щ ь ю т а б л и ц, т. е. для некоторых значений переменной x указать соответствующие значения переменной y. Данные таблиц могут быть получены как непосредственно из опыта, так и с помощью тех или иных математических расчетов. Примерами такого задания функций являются логарифмические таблицы тригонометрических функций. Само собой разумеется, что функция, заданная с помощью таблицы, определена на конечном множестве точек.

Наконец, припроведении числовых расчетов на компьютерах функции задаются с помощью программ для их вычисления при нужных значениях аргумента или требуемые значения функции в готовом виде закладываются тем или иным способом в память компьютера.

Рассмотрим более подробно некоторые специальные аналитические способы задания функции.

Н е я в н ы е ф у н к ц и и. Пусть дано уравнение вида

$$F(x, y) = 0, \tag{5.3}$$

т. е. задана функция $F(x, y)$ двух действительных переменных вида x и y, и рассматриваются только такие пары x, y (если они существуют), для которых выполняется условие (5.3).

Пусть существует такое множество X, что для каждого $x_0 \in X$ существует по крайней мере одно число y, удовлетворяющее уравнению $F(x_0, y_0) = 0$. Обозначим одно из таких чисел через y_0 и поставим его в соответствие числу $x_0 \in X$. В результате получим функцию f, определенную на множестве X и такую, что $F(x_0, f(x_0)) = 0$ для всех $x_0 \in X$. В этом случае говорят, что функция f задается неявно уравнением (5.3). Одно и то же уравнение (5.3) задает, вообще говоря, не одну, а некоторое множество функций.

Функции, неявно задаваемые уравнениями вида (5.3), незываются *неявными функциями* в отличие от функций, задаваемых формулой, разрешенной относительно переменной y, т. е. формулой вила $y = f(x)$.

Термин «неявная функция» отражает не характер функциональной зависимости, а лишь способ ее задания. Одна и та же функция может быть задана как явно, так и неявно. Например, функции $f_1(x) = \sqrt{1 - x^2}$ и $f_2(x) = -\sqrt{1 - x^2}$ могут быть заданы также и неявным образом с помощью уравнения $x^2 + y^2 - 1 = 0$ в том смысле, что они входят в совокупность функций, задаваемых этим уравнерием.

С л о ж н ы е ф у н к ц и и. Напомним, что если заданы функции $y = f(x)$ и $z = F(y)$, причем область задания функции F содержит область значений функции f, то каждому x из области определения функции f естественным образом со-