Guía de Repaso Segundo parcial

1) Calcular el siguiente límite $\lim_{n\to\infty}\left[\sqrt{2n}\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n+3}\right)\right]^n$, justificando los argumentos utilizados.

2) Sea (a_n) una sucesión de términos positivos tales que $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\left(1+\frac{1}{5n+1}\right)^n$. Calcular $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{7}{a_n}+1\right)^n$.

3) Hallar el límite de la sucesión (a_n), sabiendo que:
$\frac{3n^3-5n}{4n^3+2}\leq 6-5.a_n\leq \sqrt[n]{3}-\frac{1}{4}$

4) Determinar todos los $a\in R$ de modo que el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0=0$ de la función $f(x)=1+\cos(ax)$ sea $p(x)=2-8x^2$. Para el menor valor de a hallado, estimar el error que se comete al aproximar $f(0{,}2)$ por $p(0{,}2)$.

5) Sea la función definida por $F(x)=\int_0^x \frac{t+2}{t^2-4t+8}\,dt$. Determinar el polinomio de Taylor asociado a la función F de segundo grado centrado en $x=2$. Justifique la respuesta.

Respuesta: $P(x)=\frac{\pi}{2}-\ln\left(\sqrt{2}\right)+(x-2)+\frac{1}{8}(x-2)^2$

6) Sea $f\colon R\to R$ una función cuatro veces derivable tal que su polinomio de Taylor de grado 3 contrado en $x=0$ es $p(x)=x^3-5x^2+7$. Sea $h\colon R\to R/\ h(x)=f(x^2-3x+2)$. Calcular el polinomio de Taylor centrado en 2 de grado 3 de $h(x)$.

Respuesta: $p(x)=7-5(x-2)^2-54(x-2)^3$

7) Calcular el área de la región limitada por $y=\left(\sqrt{2}-\sqrt{x}\right)^2$, $y=2-x$.

8) Calcular el área de la región del primer cuadrante comprendida entre los gráficos de las funciones $f(x)=\frac{4x}{x+1}$ y $g(x)=2x^2$.

9) Determinar todos los $x\in R$ para los cuales la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+6)^{3n}}{n.27^n}$ es convergente.

10) Hallar $a>5$ para que el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left[ln\left(\frac{an^4}{5n^4+1}\right)\right]^n.x^n$ sea igual a 3.

11) Calcular la integral $\int\frac{x^2-1}{x^3-2x^2-5x+6}\,dx$.