Fórmulas, observaciones y más…

Unidad 1: Álgebra Vectorial

- Módulo o norma de un vector:

$$\|v\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2} \quad si\ v = (x_1; x_2; \dots; x_n)$$

- Producto escalar entre vectores:

$$v.w = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \quad si\ \ v = (x_1; x_2; \dots; x_n)\ y\ w = (y_1; y_2; \dots; y_n)$$

- Ángulo entre vectores:

$$\cos(\propto) = \frac{v.w}{\|v\|\|w\|}$$

- Producto vectorial:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \breve{\imath} & \breve{\jmath} & \breve{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} u_y & u_z \\ v_y & v_z \end{vmatrix} , - \begin{vmatrix} u_x & u_z \\ v_x & v_z \end{vmatrix} , \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} \right)$$

- Posiciones relativas entre rectas (L y L') y planos ($\pi\ y\ \pi'$) donde v= vector director y N=normal del plano:

$$L // L'\ \ si\ \ v = kv' \qquad \pi // \pi' si\ \ N = kN' \qquad \pi // L\ \ si\ \ N.v = 0$$

$$L \perp L'\ si\ \ v.v' = 0 \qquad \pi \perp \pi' si\ \ N.N' = 0 \qquad \pi \perp L\ \ si\ \ N = k.v$$

- Proyecciones: siendo L: ax+by=c , L'= αv + Q , π: ax+by+cz=d , P un punto, y v un vector.

$$Proy_L(P) = \frac{c - P.(a,b)}{\|(a,b)\|^2}(a,b) + P$$

$$Proy_{L'}(P) = \frac{(P - Q).v}{\|v\|^2} v + Q$$

$$Proy_{\pi}(P) = \frac{d - P.N}{\|N\|^2} N + P \quad con\ \ N = normal\ del\ plano$$

$$Proy_v(P) = \frac{P.v}{\|v\|^2} v$$

- Distancias de un punto P a una recta L y a un plano π:

$$d(P,L) = \frac{|c - P(a,b)|}{\|(a,b)\|}$$

$$d(P,\pi) = \frac{|d - P.N|}{\|N\|}$$

<u>Unidad 3:</u> Determinantes

- Propiedades:

Sea $A \in R^{nxn}$

1. Si A’ es la matriz que resulta de multiplicar una fila de A por un numero k, entonces det (A’) = k det(A).

2. Si A’ es la matriz que resulta de intercambiar dos filas de A entonces det (A´) = - det (A).

3. Si A’ es la matriz que resulta de sumarle a una fila de A un múltiplo de otra entonces det(A’) = det(A).

<u>Unidad 4:</u> Números Complejos

- Forma Binómica: $z = a + bi$
- Forma Trigonométrica: $z = |z|(\cos(\alpha) + isen\ (\alpha))$
- Forma Polar: $z = |z|_\alpha$
- Forma Exponencial: $z = \ |z|e^{i\alpha}$
- Argumento de un número complejo: $\arg(z) = \ cos^{-1}\left(\frac{a}{|z|}\right) = sen^{-1}\left(\frac{b}{|z|}\right)$
- Raíz enésima: $z = |w|^{\frac{1}{n}}\left(Cos\left(\frac{\arg(z)+2k\pi}{n}\right) + iSen\left(\frac{\arg(z)+2k\pi}{n}\right)\right)\ con\ 0 \leq k \leq n-1$

<u>Unidad 6:</u> Subespacios

- S es un subespacio si verifica que:
  - $0 \in S$
  - Si $u, v\ \in S \quad => \quad u + v\ \in S$
  - $Si\ u \in S\ y\ c \in R\ \ => \ \ c.u\ \in S$

- $Dim\,(S+T) = Dim\,(S) + Dim(T) - Dim\,(S \cap T)$

Unidad 7: Transformaciones Lineales

- $T: R^n \rightarrow R^n$ es una TL si verifica que:
  - T(x+y) = T(x) + T(y) para todo x,y $\in R^n$
  - T(k.x) = k T(x) para todo k $\in R$
  - T(0)=0

- TL geométricas:
  - Simetría respecto del eje x: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
  - Simetría respecto del eje y: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
  - Rotación de ángulo α: $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$
  - Homotecias de constante k: $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$
  - Deslizamiento cortante en x de factor k: $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
  - Deslizamiento cortante en y de factor k: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$

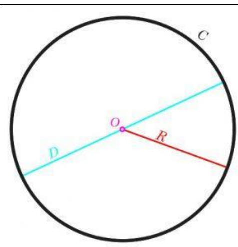
- Si $T: R^n \rightarrow R^n$, entonces:
  - $n = \dim\big(Im(T)\big) + \dim(Nu(T))$
  - $rg(M) = \dim\big(Im(T)\big)$ donde M es la matriz asociada a T.

- Si $T: R^n \rightarrow R^m$
  - T es un monomorfismo si Nu (T) = 0.
  - T es un epimorfismo si Im(T) = R^m
  - T es un isomorfismo si es un mono y un epi a la vez.

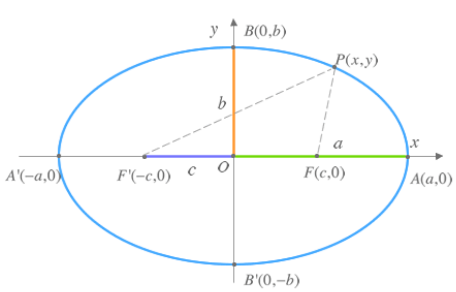
- $p: R^n \rightarrow R^n$ es un proyector si: p o p = p, es decir si para todo v perteneciente a p, se cumple que p(v)=v.

Unidad 8: Cónicas

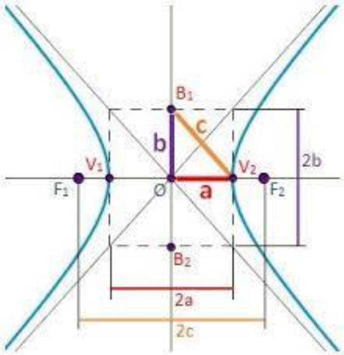
Cónica	Fórmula	Centro	Foco	Vértice	Excentricidad	Directriz	Fórmula para c
Circunferencia	$(x-h)^2+(y-k)^2 = r^2$	$C=(h;k)$	-	-	$\epsilon = 0$	-	-
Elipse	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$C=(h;k)$	$F_1=(h+c,k)$ $F_2=(h-c,k)$	$V_1=(h+a,k)$ $V_2=(h-a,k)$	$\epsilon = \frac{c}{a}$	$x = h \pm \frac{a^2}{c}$	$c^2=a^2-b^2$
Hipérbola	$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$C=(h;k)$	$F_1=(h+c,k)$ $F_2=(h-c,k)$	$V_1=(h+a,k)$ $V_2=(h-a,k)$	$\epsilon = \frac{a}{c}$	Asíntotas: $y=\pm\frac{b}{a}x$	$c^2=a^2+b^2$
Parábola	$(y-k)^2=2p(x-h)$	$C=(h;k)$	$F=(h,k+\frac{p}{2})$	$V=(h;k)$	$\epsilon = 1$	$x=h-\frac{p}{2}$	-

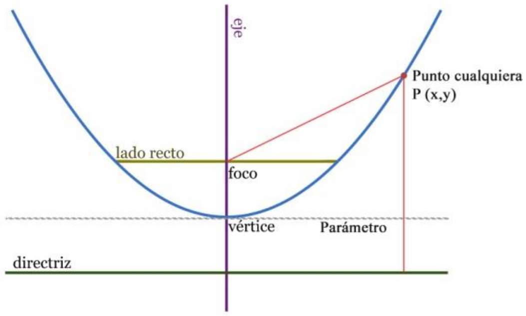


a)



b)

c) 
B₁
c
b
2b
V₁
V₂
F₁
Ø
a
F₂
B₂
2a
2c

d) 
eje
Punto cualquiera
P (x,y)
lado recto
foco
vértice
Parámetro
directriz