ANALISIS A INGENIERIA Y FCEN 1P 2C 2019 TEMA 1 9/10/19	APELLIDO:	SOBRE Nº:
	NOMBRES:	Duración del examen: 90’
	DNI/CI/LC/LE/PAS. Nº:	CALIFICACIÓN: Apellido del evaluador:

Ejercicios para completar: escribir la respuesta en las líneas punteadas. Ejercicios de opción múltiple: hay una sola respuesta correcta, marcarla claramente. Los desarrollos de los ejercicios no serán entregados para la corrección.

Ejercicio 1. (2 puntos) Calcular el $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2-5x+6}-x$ =

…………………………………………………………………………..…………………

Solución.

Multiplicamos y dividimos la expresión por su expresión conjugada:

$(\sqrt{x^2-5x+6}-x))\frac{(\sqrt{x^2-5x+6}+x)}{(\sqrt{x^2-5x+6}+x)} = \frac{-5x+6}{\sqrt{x^2-5x+6}+x} = \frac{x(-5+\frac{6}{x})}{x(\sqrt{1-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}+1)}$ cancelando x y tomando límite a +∞ nos da $-\frac{5}{2}$

Ejercicio 2. Dada la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sen(5x)}{x} & si\ \ x<0 \\ k(x+3) & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) (1 punto) El valor de $k \in R$ para que la función sea continua en x = 0 es:

……………………………………………………………………………………

b) (1 punto) $f'(x)$ para $x<0$ es:

X	$f'(x) = \frac{5\cos(5x)\,x - sen(5x)}{x^2}$		$f'(x) = \frac{5\cos(5x)}{1}$
	$f'(x) = \frac{\cos(5x)\,x - sen(5x)}{x^2}$		$f'(x) = \frac{\cos(5x)\,x + sen(5x)}{x^2}$
	$f'(x) = \frac{\cos(5x)\,x - sen(5x)}{x}$		$f'(x) = \frac{-5\cos(5x)\,x - sen(5x)}{x^2}$

Solución:

a) Para encontrar el valor de k para que sea continua hay que verificar que los limites laterales sean iguales, ya que la imagen en x=0, exite y es 3k, que coincide con el limite a derecha:

$$\lim_{x\to 0^+} k(x+3) = 3k$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{sen(5x)}{x}=5$$

Entonces, $3k=5\to k=\frac{5}{3}$

b) Para calcular la derivada aplicamos las regla del cociente:

$$f'(x)=\frac{5\cos(5x)\,x-sen(5x)}{x^2}$$

Ejercicio 3. Sea $f:[-1;6]\ \to R$ definida por $f(x)=x\sqrt{6-x}$

a) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en x = 2 :

…………………………………………………………………………

b) (1 punto) Sobre los extremos absolutos de f en [-1,6] :

a. $f(-1)$ es máximo absoluto y $f(4)$ es mínimo absoluto
b. $f(4)$ es máximo absoluto y $f(-1)$ es mínimo absoluto
c. $f(6)$ es mínimo absoluto y $f(-1)$ es máximo absoluto
d. $f(4)$ es máximo absoluto y $f(6)$ es mínimo absoluto

Solución:

$$f(x)=x\sqrt{6-x} \qquad\qquad f(2)=4$$

$$f'(x)=\sqrt{6-x}+x.\frac{-1}{2\sqrt{6-x}}$$

$$f'(2)=2-\frac{2}{4}=\frac{3}{2}$$

Ecuación recta tangente: $y=\frac{3}{2}(x-2)+4$

$$y=\frac{3}{2}x+1$$

b)

$$f'(x)=\sqrt{6-x}+x.\frac{-1}{2\sqrt{6-x}}=\frac{2\left(\sqrt{6-x}\right)^2-x}{2\sqrt{6-x}}=\frac{2(6-x)\ -x}{2\sqrt{6-x}}$$

$$f'(x)=\frac{12\ -3x}{2\sqrt{6-x}}$$

$f'(x)=0\ si\ y\ sólo\ si\ x=4$ punto crítico

Posibles valores extremos absolutos $f(4),f(-1)\ y\ f(6)$

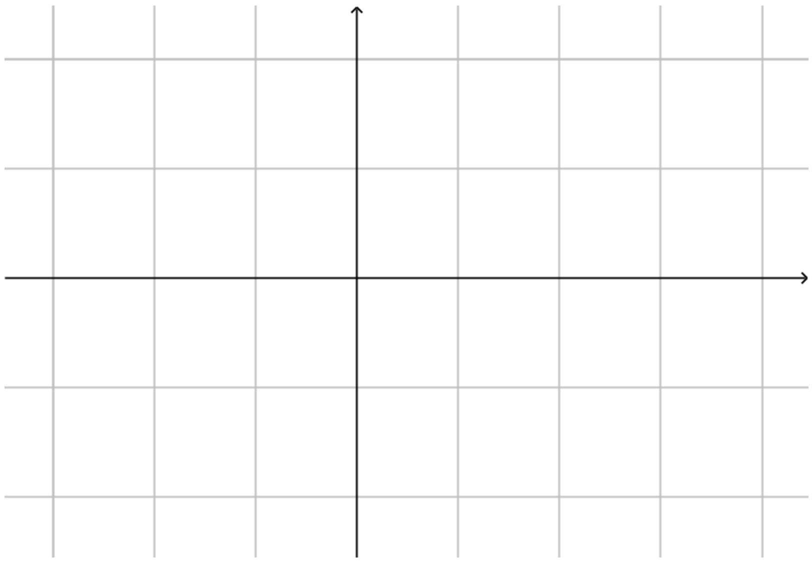
Comparo imágenes para determinar extremos absolutos:

$f(-1)=-\sqrt{7}\ \ \to$ mínimo absoluto

$f(4)=4\sqrt{2}\ \ \to$ máximo absoluto

$f(6)=0$

Ejercicio 4. (2 puntos) Realizar un gráfico aproximado de la función f definida por $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ señalando los puntos (x,y) extremos y las asíntotas



Solución:

Dominio de la función: R no tiene asíntotas verticales

Buscamos los extremos: $f'(x) = \frac{x^2+3-(x+1)2x}{(x^2+3)^2} = \frac{-x^2-2x+3}{(x^2+3)^2}$

$$f'(x) = 0 \leftrightarrow x = -3 \ o \ x = 1$$

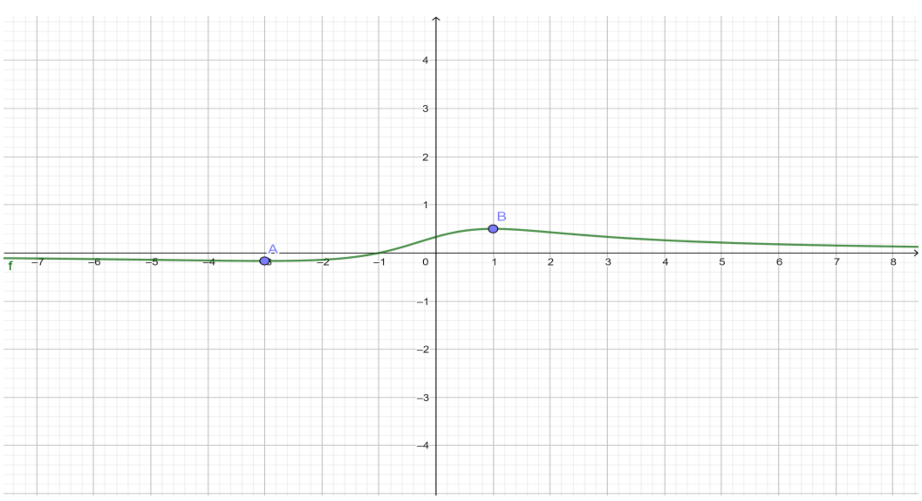
En el intervalo $(-\infty, -3)$ f´ es negativa, por lo tanto f es decreciente

En el intervalo $(-3, 1)$ f´ es positiva, por lo tanto f es creciente

En el intervalo $(1, +\infty)$ f´ es negativa, por lo tanto f es decreciente

Así: $(-3; f(-3)) = \left(-3; \frac{-1}{6}\right)$ es mínimo; $(1; f(1)) = \left(1; \frac{1}{2}\right)$ es máximo

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$ por lo tanto y = 0 es asíntota horizontal



Ejercicio 5. (2 puntos) Sea la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sen(x^2)}{x} + x, & si \ x \neq 0 \\ a, & si \ x = 0 \end{cases}$$

Entonces en $x = 0$

a. Si $a = 0$, f es continua y no derivable.
b. Si $a = 0$, f es continua y derivable con $f'(0) = 0$
c. Si $a = 0$, f es continua y derivable con $f'(0) = 1$
d. Si $a = 0$, f es continua y derivable con $f'(0) = 2$
e. Si $a = 1$, f es continua y derivable con $f'(0) = 0$
f. Si $a = 1$, f es continua y no derivable.
g. Si $a = 1$, f es continua y derivable con $f'(0) = 1$

Solución:

Para que sea continua en x = 0

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{sen(x^2)}{x} + x\right) = a$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{sen(x^2)}{x} + x\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x.sen(x^2)}{x^2} + x\right) = 0 + 0 = a$$

Analizamos la derivada por definición:

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{sen(h^2)}{h} + h - 0\right).\frac{1}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{sen(h^2)}{h^2} + \frac{h}{h} = 1 + 1 = 2$$

Por lo que la respuesta correcta es la d)