Holo School

Orthogonalité dans l'espace

I-Definition:

L'orthogonalité dans l'espace fait référence à la condition où deux objets, tels que des lignes ou des plans, sont perpendiculaires l'un à l'autre dans l'espace tridimensionnel. Cela signifie qu'ils se croisent à un angle droit (90 degrés). Lorsque deux lignes ou une ligne et un plan sont orthogonaux, l'angle entre eux est exactement de 90 degrés, ce qui indique qu'ils sont indépendants dans l'espace tridimensionnel.

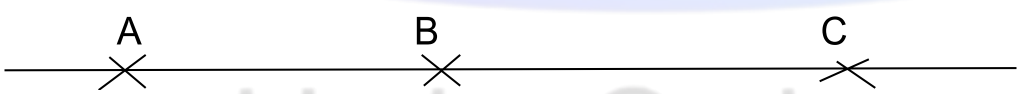
II-Propriétés:

1-Trois points qui ne sont pas sur la même ligne déterminent un plan (ils forment un triangle)

× A

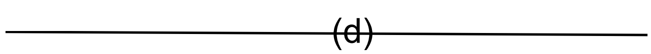
× B × C

2-Trois points qui sont sur la même ligne ne forment pas un plan unique ; il existe une infinité de plans qui passent par une ligne.



3- Un point A et une ligne (d), tel que A soit en dehors de la ligne (d), déterminent un seul plan

A ×



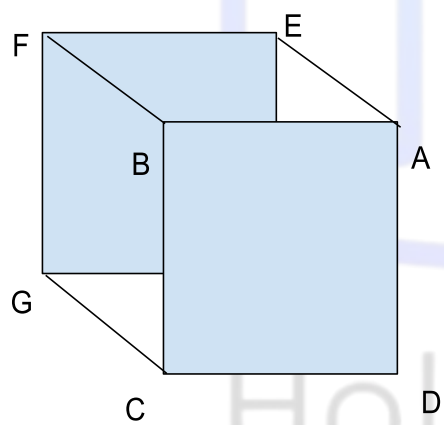
4- Deux lignes parallèles (d) et (d') déterminent un seul plan.

Example:

5-Positions relatives de deux plans :
a - plans parallèles
b - plans sécants
c - plans confondus

6- a - Si deux lignes sont orthogonales, toute ligne parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.
b - Si deux lignes sont parallèles, toute ligne orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.
7-Très important : Une ligne est perpendiculaire à un plan (P) si et seulement si elle est orthogonale à deux lignes sécantes dans (P)

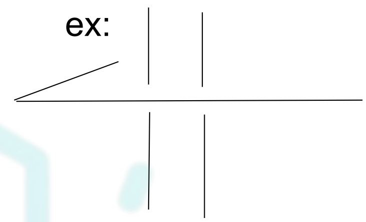
Ex : Prouvez que AB est perpendiculaire à (BCG)



(AB) perp (BF)(ABFE square)
(AB) perp (BC)(ABCD square)
=> (AB) perp (BFC)=(BCG)

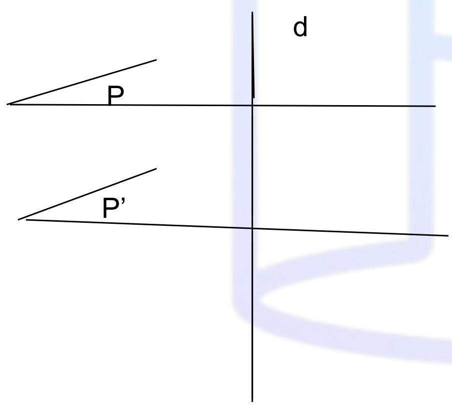
8-Si une ligne (d) est perpendiculaire à un plan (P), alors elle est orthogonale à toutes les lignes de ce plan.
Ex: (CD)perp(CG) and (CD)perp(BC)=> (CD) perp (BCG)=(BCF)

9-Si deux lignes sont parallèles, toute ligne perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. ex:

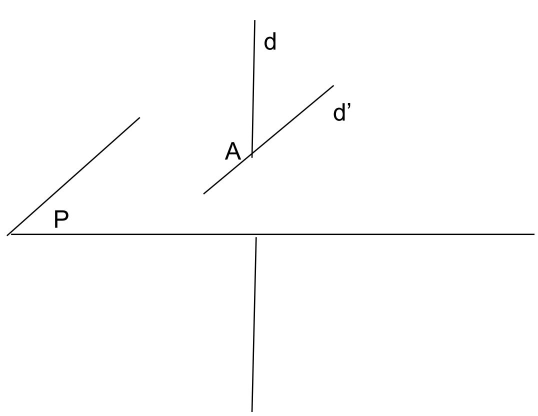


10-Deux lignes perpendiculaires au même plan sont parallèles entre elles.

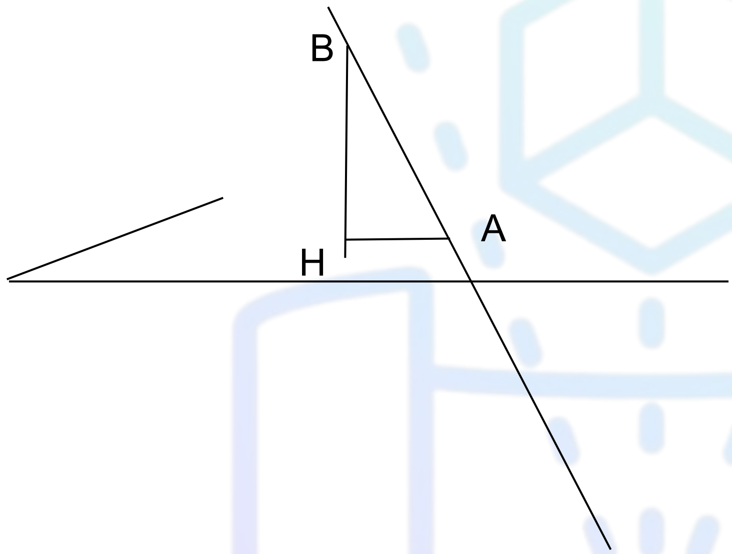
11-Si deux plans sont parallèles, toute ligne perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.



12- Si une ligne (d) est perpendiculaire à un plan (P) en un point A, alors toute ligne (d') passant par A et perpendiculaire à (d) est contenue dans P.

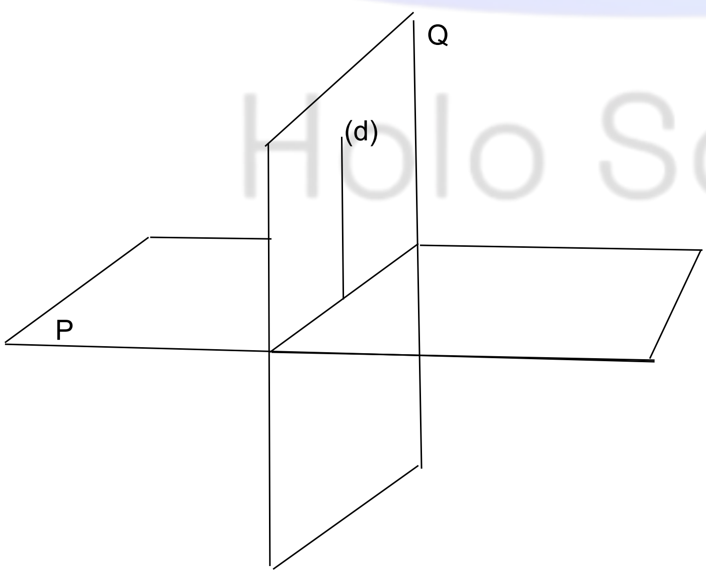


13-Angle entre une ligne et un plan : Étant donné une ligne (d) et un plan (P), la ligne (d) intersecte (P) en un point A. L'angle entre (d) et (P) est défini comme l'angle entre (d) et la projection d'un point B (tout point sur (d)) sur le plan (P).



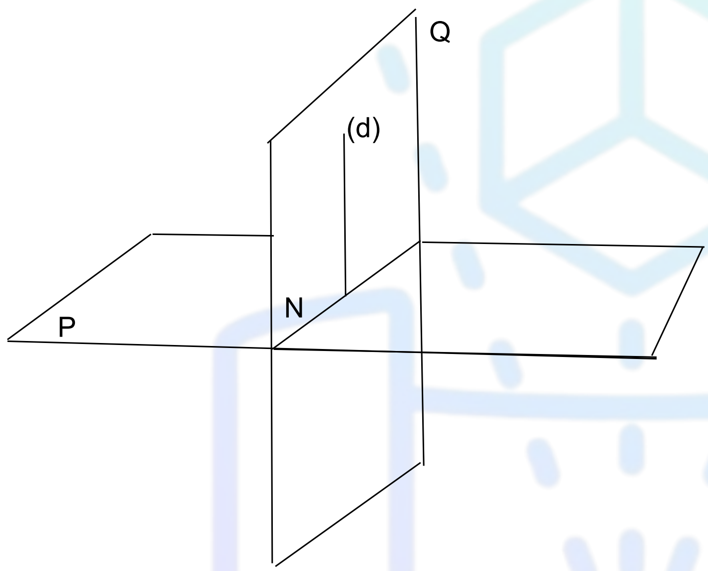
Soit H la projection orthonormée de B sur (P).

- BAH = angle entre (d) et (P)



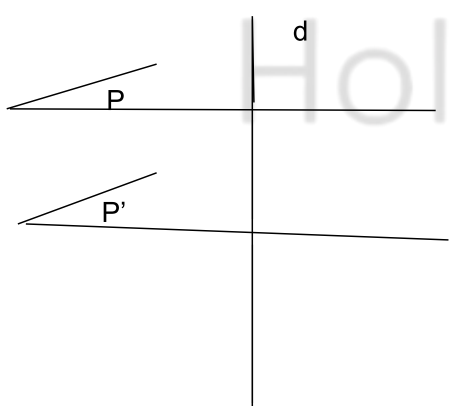
14-Deux plans sont perpendiculaires si l'angle entre eux est un angle droit (90 degrés)
Deux plans sont perpendiculaires si l'un d'eux contient une ligne (d) perpendiculaire à l'autre
ex:(d) inclus dans (Q) et (d) perp (P) => (P) perp (Q)

15- Si deux plans (P) et (Q) sont perpendiculaires, alors toute ligne (d) dans le plan (Q) qui est perpendiculaire à leur ligne d'intersection (N) est perpendiculaire au plan (P)..



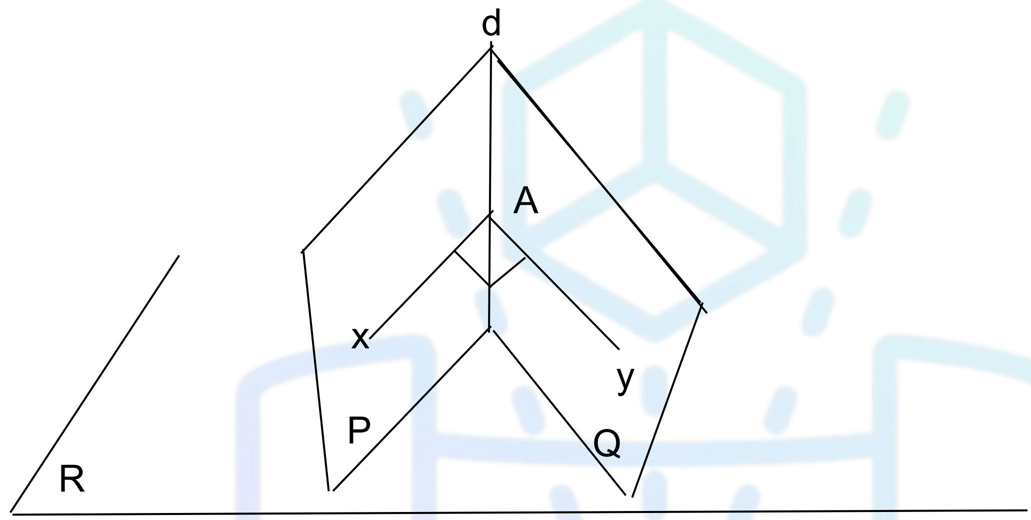
(d) inclus dans(Q) et (d) perp (N) => (d) perp (P)

16-Deux plans perpendiculaires à la même ligne sont parallèles entre eux.



(d) perp (P) and (d) perp (P’) => (P) parallel (Q)

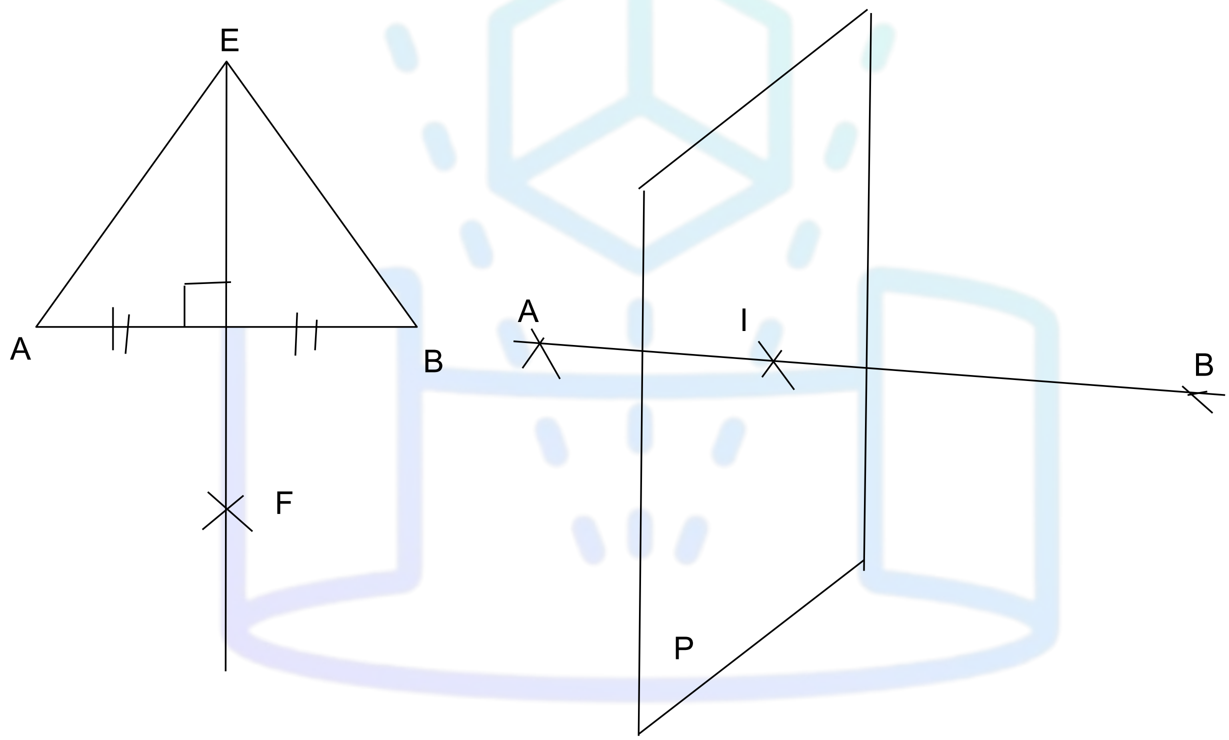
17-Si deux plans sont perpendiculaires à un troisième plan (R), leur ligne d'intersection (d) est perpendiculaire à (R).



(P) perp (R)et (Q) perp (R) => (P)inter(Q) perp (R) => (d) perp (R)

18-L'angle entre deux plans (P) et (Q) : L'angle du dièdre : xAy où (Ax) est perpendiculaire à (d) et (Ay) est perpendiculaire à (d).

19- Le plan (P) perpendiculaire à [AB] en son point médian I est appelé le plan du médiateur perpendiculaire de [AB]. (P) est l'ensemble de tous les points équidistants (à la même distance des deux extrémités A et B du segment [AB]).



20-Positions des 2 droites dans l'espace.

- 2 droites s'intersectant se rencontrent en un seul point.
- 2 droites parallèles ne se rencontrent jamais.
- 2 droites ne sont ni s'intersectant ni parallèles.
- 2 droites sont confondues. ((فوق بعضهم
- 2 droites coplanaires <==> 2 droites se trouvent dans le même plan.
- Si l'angle entre 2 droites = 90°, alors elles sont orthogonales.
- Une droite est perpendiculaire au plan (P), si et seulement si la droite est perpendiculaire à 2 droites s'intersectant dans le plan (P).

Propriétés de :

Cube :

- Faces : 6 faces carrées.
- Arêtes : 12 arêtes.
- Sommets : 8 sommets.
- Angle entre les faces : Tous les angles entre les faces sont de 90° (angles droits).
- Symétrie : Hautement symétrique (toutes les faces, arêtes et angles sont identiques).
- Diagonales : 4 diagonales de faces et 4 diagonales d'espace (reliant les sommets opposés).
- Volume : $V = a^3$ (où a est la longueur d'une arête).
- Aire de surface : $A = 6a^2$.

Tétraèdre :

- Faces : 4 faces triangulaires.
- Arêtes : 6 arêtes.
- Sommets : 4 sommets.
- Angle entre les faces : L'angle diédral entre deux faces quelconques est le même.
- Symétrie : Il possède 12 symétries de rotation.
- Volume : $V = a^3 / (6\sqrt{2})$.

Parallélépipède rectangle :

- Faces : 6 faces rectangulaires.
- Arêtes : 12 arêtes.
- Sommets : 8 sommets.
- Angle entre les faces : Tous les angles entre les faces sont de 90° (angles droits).
- Symétrie : Moins de symétries par rapport à un cube (dépend des dimensions du parallélépipède).
- Volume : $V = l \times w \times h$ (où l, w, et h sont la longueur, la largeur et la hauteur). . Aire de surface : $A = 2(lw + lh + wh)$.

Holo School

Website: www.holoschool.com Email: holoschool.lessons@gmail.com