

### Интервали поверења

**24.** Нека је  $X$  из нормалне  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  расподеле. Наћи 95% интервал поверења за  $m$  ако је  $\bar{x}_n = 2.6$ ,  $n = 25$  и  $\sigma^2 = 1.79$ .

**Решење 24.** Како је  $\sigma^2$  у овом задатку познато, то имамо да наша помоћна статистика

$$T = \frac{\bar{X}_n - m}{\sigma} \sqrt{n} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

тј. стандардна нормална расподела.

Сада морамо да нађемо  $U_n$  и  $V_n$  тако да важи

$$P\{U_n \leq m \leq V_n\} = 0.95$$

или

$$P\left\{\bar{X}_n - c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X}_n + c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\} = 0.95.$$

Дакле, преостаје само да нађемо чему треба да буде једнака константа  $c$ . Њену вредност налазимо као

$$c = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right) = \Phi^{-1}\left(\frac{1+0.95}{2}\right) = \Phi^{-1}(0.975) = 1.96,$$

где смо вредност инверзне функције расподеле у тачки 0.975 могли да нађемо у таблицама које ће бити окачене.

И коначно кад убацимо све вредности добијамо тражени интервал поверења

$$\begin{aligned} I_m &= \left(\bar{x}_n - c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x}_n + c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \left(2.6 - 1.96 \frac{\sqrt{1.79}}{5}, \quad 2.6 + 1.96 \frac{\sqrt{1.79}}{5}\right) \\ &= (2.076, \quad 3.124) \end{aligned}$$

▲

**25.** Нека је  $X$  из нормалне  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  расподеле. Наћи 95% интервал поверења за  $m$  ако је  $\bar{x}_n = 2.6$ ,  $n = 25$  и  $\widehat{s}_n^2 = 1.79$ .

**Решење 25.** Како је  $\sigma^2$  у овом задатку непознато и оцењено као поправљена узорачка дисперзија узорка, то имамо да наша помоћна статистика

$$T = \frac{\bar{X}_n - m}{\widetilde{S}_n} \sqrt{n} \sim t_{n-1} = t_{24}$$

тј Студентова расподела са 24 степена слободе.

Сада морамо да нађемо  $U_n$  и  $V_n$  тако да важи

$$P\{U_n \leq m \leq V_n\} = 0.95$$

или

$$P\left\{\bar{X}_n - c \frac{\widetilde{S}_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X}_n + c \frac{\widetilde{S}_n}{\sqrt{n}}\right\} = 0.95.$$

Дакле, преостаје само да нађемо чему треба да буде једнака константа  $c$ . Њену вредност налазимо као

$$c = F_{t_{24}}^{-1}\left(\frac{1+\beta}{2}\right) = F_{t_{24}}^{-1}\left(\frac{1+0.95}{2}\right) = F_{t_{24}}^{-1}(0.975) = 2.06,$$

где смо вредност инверзне функције расподеле у тачки 0.975 могли да нађемо у таблицама које ће бити окачене.

И коначно кад убацимо све вредности добијамо тражени интервал поверења

$$\begin{aligned} I_m &= \left(\bar{x}_n - c \frac{\widetilde{s}_n}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x}_n + c \frac{\widetilde{s}_n}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \left(2.6 - 2.06 \frac{\sqrt{1.79}}{5}, \quad 2.6 + 2.06 \frac{\sqrt{1.79}}{5}\right) \\ &= (2.049, \quad 3.151) \end{aligned}$$

▲