

Оцене параметара и њихове особине

1. Да ли је ПСУ (X_1, \dots, X_n) , где X_i има следећу густину расподеле:

$$f(x) = \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x > 0, \quad \theta > 0,$$

Где је θ непознати параметар

а) методом макс. веројатносноћи неће оцену параметра θ и испитати неку нејирисрасну;

б) показати да је статистика

$$\frac{1}{3n} \sum_{k=1}^n X_k^2$$

нејирисрасна оцена дисперзије расподеле X_i .

2. Да ли је ПСУ (X_1, X_2) , где X_i има следећу густину расподеле:

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \theta \in \mathbb{R},$$

Где је θ непознати параметар

а) да ли постоји јединствен оцена за θ добијена методом макс. веројатносноћи?

д) да ли је $0,3 X_1 + 0,7 X_2$ нејирисрасна оцена за θ ?

3. Дати је ПКУ (X_1, \dots, X_n) , где $X_i \sim U(\theta, 2+\theta)$.

а) Наћи оцјену за θ методом моментата, испитати њену неједнородност и досљедност;

б) да ли је $\frac{1}{7}(X_{(n)} - 2) + \frac{6}{7}X_{(1)}$ једна оцјена за θ добијена методом макс. веродосљодности?

Наћи оцјену за θ добијену методом макс. веродосљодности која је неједнородна.

4. $X \sim U[-\theta, \theta]$. На основу ПКУ (X_1, \dots, X_n) , где $X_i \stackrel{\text{d}}{=} X$, за оцјену параметра θ предлажу се две оцјене:

$$\hat{\theta}_1 = c_1 \sum_{i=1}^n |X_i| \quad \text{и} \quad \hat{\theta}_2 = c_2 X_{(n)}$$

а) Наћи c_1 и c_2 т.д. су ове оцјене неједнородне

б) За c_1 и c_2 добијене у а) испитати која од ове две оцјене је боља у средњеквадратном смислу

5. Сл. вел. X је дискретни типс и има следећи закон расподеле:

$$X: \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{\theta}{3} & \frac{\theta}{3} & 1 - \frac{2\theta}{3} \end{pmatrix}, \quad 0 < \theta < \frac{3}{2}$$

а) Наћи оцјену за θ методом моментата;

б) Наћи оцјену за θ методом макс. веродосљодности;

в) испитати која од ове 2 оцјене је боља у средњеквадратном смислу.