Testiranje (statističkih) hipoteza

Testiranje statističkih hipoteza je često viđen problem u statistici, pa je vrlo važno da shvatimo po kojim principima se ono realizuje. Kao što znamo, hipoteza je pretpostavka koju je potrebno proveriti, tj. ispitati da li postoji dovoljno dobar razlog za njeno prihvatanje. Statistička hipoteza je hipoteza koja se tiče prirode podataka o populaciji od interesa i ubuduće ćemo epitet statistička često izostavljati. Primeri takvih hipoteza bi bili:

- prosečna visina stanovništva je 1.7m;
- životni vek električnih uređaja se može modelovati eksponencijalnom raspodelom sa parametrom $\lambda = 0.1$;
- ne postoji značajna razlika u dejstvu dva leka;
- dva posmatrana uzorka dolaze is istih raspodela;
- ...

i kroz naredne časove ćemo izvršiti testiranje nekih od njih.

Prvi korak u testiranju je definisanje problema. Pod time podrazumevamo preciziranje tzv. nulte hipoteze - H_0 i njoj alternativne hipoteze - H_1 . Ove dve hipoteze treba da budu suprotne jedna drugoj, tj. prihvatanje jedne od njih treba da isključi mogućnost prihvatanja druge.

Testiranje se sprovodi vađenjem uzorka i izračunavanjem neke statistike na njemu, čija bi vrednost trebalo da nam kaže da li postoji opravdanje za prihvatanje H_0 . Ukoliko ne postoji, nulta hipoteza se odbacuje i prihvata se alternativna.

Dakle, ovaj koncept testiranja ima dosta sličnosti sa poznatim metodom dokazivanja brojnih teorema koji podrazumeva pretpostavljanje suprotnog i dolaženje do kontradikcije.

Pomenutu statistiku kojom vršimo testiranje zovemo test statistika i obično je označavamo sa T. Test statistiku treba birati tako da skup njenih vrednosti koje idu u prilog H_1 bude jasno uočljiv.

U donošenju zaključaka prilikom testiranja možemo pogrešiti na dva načina: možemo odbaciti nultu hipotezu kada je ona tačna i ovu grešku zovemo greškom prve vrste, a možemo i prihvatiti nultu hipotezu kada je ona netačna i ovu grešku zovemo greškom druge vrste. Naravno, želimo da sprovodimo testiranje tako da grešimo što manje, odnosno želimo da verovatnoća greške prve vrste - α i verovatnoća greške druge vrste - β budu male.

Iskustvo je pokazalo da je vrlo nepraktično smanjivati i α i β istovremeno, pa se pribegava smanjivanju samo jedne od ovih verovatnoća (a neki poznati testovi će garantovati lepo ponašanje i druge verovatnoće). Testiranje ćemo sprovoditi tako da verovatnoća greške prve vrste, odnosno α , bude jednaka unapred zadatom broju koji zovemo nivo značajnosti testa. Nivo značajnosti će biti neki mali broj, obično iz raspona od 0.05 do 0.1.

Parametarski testovi

Na ovom času govorili smo o parametarskim testovima, odnosno testovima kojima vršimo testiranje hipoteza koje se tiču parametara raspodele čiji nam je oblik unapred poznat. Formalno, nulta i alternativna hipoteza o parametru raspodele θ koji može uzeti vrednost iz skupa Θ izgledaju ovako:

$$H_0: \theta \in \Theta_1 \quad \text{vs} \quad H_1: \theta \in \Theta_2,$$

gde su Θ_1 i Θ_2 takvi da važi $\Theta_1 \cap \Theta_2 = \emptyset$, $\Theta_1 \cup \Theta_2 \subset \Theta$.

Kao i ostali testovi o kojima ćemo tek govoriti, parametarsko testiranje se može sprovesti na dva načina. Prvi podrazumeva konstruisanje tzv. kritične oblasti W koja odgovara vrednostima test statistike za koje ćemo odbaciti H_0 . Dakle, ako važi $T \in W$, nulta hipoteza se odbacuje i prihvata se alternativna. U suprotnom se nulta hipoteza ne odbacuje. W treba da bude takvo da je verovatnoća greške prve vrste jednaka unapred datom nivou značajnosti α , odnosno:

$$P\{T \in W | H_0 \text{ je tačna}\} = \alpha$$

Iz ovog reda vidimo da je test statistiku T korisno izabrati tako da nam njena raspodela, pod uslovom da važi H_0 , bude poznata.

Drugi pristup testiranju hipoteza podrazumeva nalaženje tzv. p-vrednosti testa i njoj posvećujemo sledeći tekst.