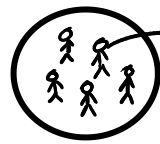


X - висина,
Y - težina



$$x = 1,8 \text{ m} \\ y = 85 \text{ kg}$$

χ^2 test nezavisnosti

Testiramo hipotezu o nezavisnosti atributa X i Y na osnovu $PSY (X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$, gde $X_i \in X$, $Y_i \in Y$

def. X i Y def. su u istom prostoru verovatnoća (Ω, \mathcal{A}, P) su nezavisne ako $\forall A, B \in \mathcal{A}$ važi:
$$P\{X \in A \cap Y \in B\} = P\{X \in A\} \cdot P\{Y \in B\}$$

- Da bismo ispitivali nezavisnost, vodimo se sledećom idejom kao u prethodnom testu:

1. Podelimo vrednosti atributa X na k disjunktivnih kategorija A_1, \dots, A_k i podelimo skup vrednosti atributa Y na l disjunktivnih kategorija B_1, \dots, B_l .

2. Neka su veličine M_{ij} predstavljaju broj parova iz uzorka čije atribut X ima vrednost iz kategorije A_i , a čije atribut Y ima vrednost iz kategorije B_j .

$$M_{ij} \sim \text{Bin}(n, p_{ij}), \quad p_{ij} = P\{X \in A_i, Y \in B_j\}$$

3. Ako je $H_0: X \text{ i } Y \text{ nezavisni}$ tada,
$$p_{ij} = p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j},$$

$$\text{Gde je } p_{i\cdot} = P\{X \in A_i\}, \quad p_{\cdot j} = P\{Y \in B_j\}$$

4. Kako $p_{i\cdot}$ i $p_{\cdot j}$ ne znamo, uzećemo da ih ocenimo sa $\hat{p}_{i\cdot}$ i $\hat{p}_{\cdot j}$ i uvođemo realizaciju vrednosti M_{ij} (koja ocenjujemo da bude dužina $EM_{ij} = np_{ij}$) sa $\hat{p}_{i\cdot} \hat{p}_{\cdot j}$

5. Ако је то такве, разлика M_{ij} и $n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j}$ очекује-
мо да буде мала.

Срећом, познато је да ако за сваке $p_{i\cdot}$ и $p_{\cdot j}$
узмемо:

$$\hat{p}_{i\cdot} = \frac{\text{бр. исхода који је одео у је } X \text{ узео вредност из } A_i}{n}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^k M_{ij}}{n}$$

и слично: $\hat{p}_{\cdot j} = \frac{\sum_{i=1}^l M_{ij}}{n}$, пада за n велико:

$$T = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^k \frac{(M_{ij} - n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j})^2}{n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j}} \sim \chi^2_{(k-1)(l-1)}$$

↓
табела

- Као што смо навели, велике вредности $(M_{ij} - n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j})^2$
и велике вредности T , указују на H_1 .

Дакле, за тестирање

$H_0: X$ и Y независни и $H_1: X$ и Y зависне

користимо обзир на табелу и критичну област

$$W = \{T > c\}$$

- Избор константе је произвољан, с тим што се об-
ично саветује да $n\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j} \geq 5$

54. Да бисмо узгачунали њеши ситатикитику потпред-
но је да одредимо \hat{p}_i и \hat{p}_j .
Једноставношћу ради, користитемо следеће ошине

- X - тип кутуца
- Y - марка аутомобила
- p_m - веров. да је кутуац мушкарца
- p_z - веров. да је кутуац жеттска
- p_r - веров. да је кутуац аутомобил марке reugeot
- p_o - и - opel
- p_r - и - renault

Најпр је потпредно нати ошине свих вероватитица.
Рекли смо да ћемо то утвтити на следеће начин:

$$\hat{p}_m = \frac{\text{број мушкарца међу кутуаца} }{\text{укупан број кутуаца}} = \frac{M_{mr} + M_{mo} + M_{mr}}{n}$$

где је M_{mr} број мушкарца који су кутули ауто
марке reugeot, M_{mo} број мушкарца који су ку-
тули ауто марке opel и M_{mr} број мушкарца
који су кутули ауто марке renault

Уз њабеле чиниано да је $n=100$ и $\hat{p}_m = \frac{30+30+5}{100}$

Слично годитано и друге ошине:

$$\hat{p}_z = \frac{20+10+5}{100}, \hat{p}_r = \frac{30+20}{100}, \hat{p}_o = \frac{30+10}{100}, \hat{p}_r = \frac{5+5}{100}$$

Да бисмо били сигурни да нисмо потпрешили, потпредитемо

gd je zavisna $\hat{p}_m + \hat{p}_z = 1$ u $\hat{p}_p + \hat{p}_o + \hat{p}_r = 1$.

Тези ствари рачунамо као:

$$\frac{(M_{mp} - n\hat{p}_m \cdot \hat{p}_p)^2}{n\hat{p}_m \hat{p}_p} + \frac{(M_{mo} - n\hat{p}_m \cdot \hat{p}_o)^2}{n\hat{p}_m \hat{p}_o} + \frac{(M_{mr} - n\hat{p}_m \cdot \hat{p}_r)^2}{n\hat{p}_m \hat{p}_r} \\ + \frac{(M_{zp} - n\hat{p}_z \cdot \hat{p}_p)^2}{n\hat{p}_z \hat{p}_p} + \frac{(M_{zo} - n\hat{p}_z \cdot \hat{p}_o)^2}{n\hat{p}_z \hat{p}_o} + \frac{(M_{zr} - n\hat{p}_z \cdot \hat{p}_r)^2}{n\hat{p}_z \hat{p}_r}$$

Тези стваришћика суи то ииа $\chi^2_{(3-1)(2-1)} = \chi^2_2$ рачунају
 да налазимо критичну вредност χ^2_{α} на следећој
 табели:

$$c = F_{\chi^2_2}^{-1}(1-\alpha)$$

$$y \text{ R-} \gamma: c = \text{qchisq}(1-0.01, 2)$$

↳ have 2