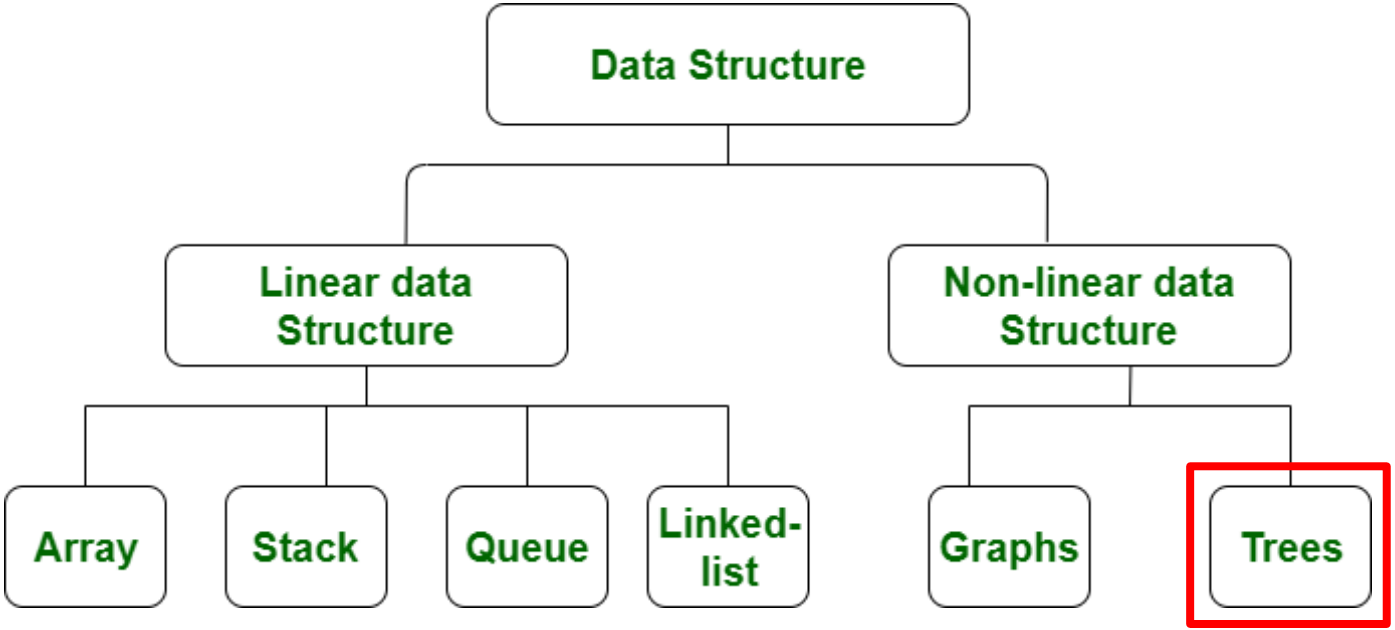
TREE

TIM AJAR
ALGORITMA DAN STRUKTUR DATA
2024/2025

Tujuan

- Memahami definisi dan terminologi Tree
- Memahami aplikasi / penerapan Tree
- Memahami bagaimana menelusuri (traverse) Tree

Jenis Struktur Data

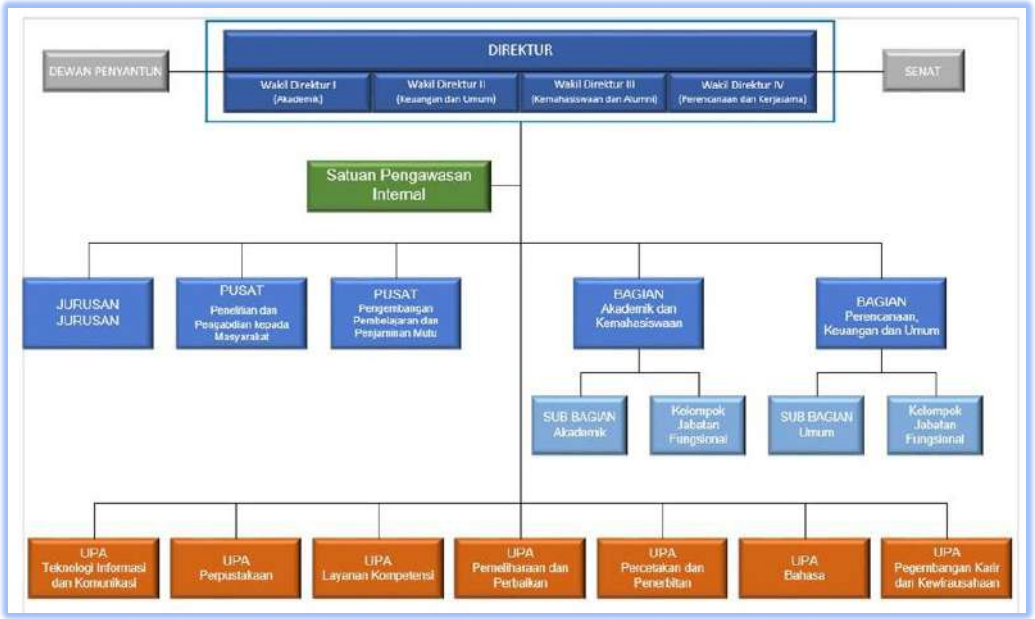


Pendahuluan

- *Tree* merupakan salah satu bentuk implementasi *double linked list* yang biasanya digunakan untuk menggambarkan hubungan yang bersifat **hirarkis** antara elemen-elemen yang ada
- *Tree* digunakan untuk data yang terurut secara hirarki (one to many).

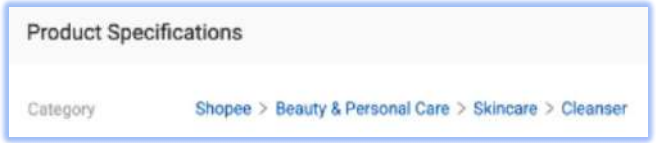
  Contoh:
  - Pohon silsilah keluarga
  - Struktur organisasi suatu instansi/perusahaan
  - Bagan sistem gugur pertandingan
  - Table of content / daftar isi sebuah buku
  - File system dari DOS/Windows atau Unix
  - Category Tree pada E-Commerce

Contoh Tree



Struktur Organisasi

Bagan Sistem Gugur



Category Tree pada E-Commerce

Tree

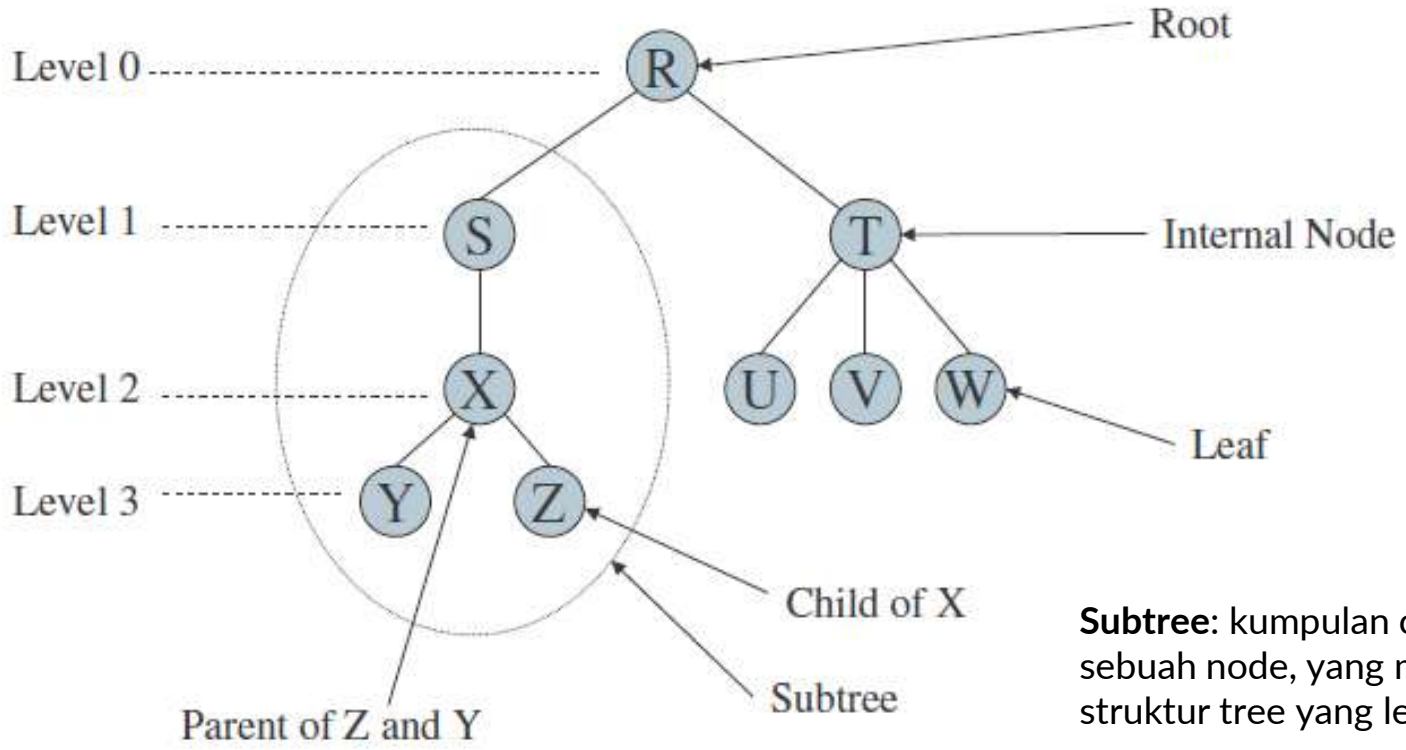
Definisi *Tree*

- *Tree* adalah kumpulan elemen yang saling terhubung secara hirarki (*one to many*).
- Elemen pada tree disebut ***node***.
- Garis yang menghubungkan tree disebut ***edge*** (terkadang disebut *line)*

Aturan :

- Sebuah *node* hanya boleh memiliki **satu induk/*parent***. Kecuali *root*, tidak memiliki induk/*parent*.
- Setiap *node* dapat memiliki nol atau banyak anak/*child* (*one to many*).
- *Node* yang tidak memiliki anak/*child* disebut daun/*leaf.*

Tree Anatomy

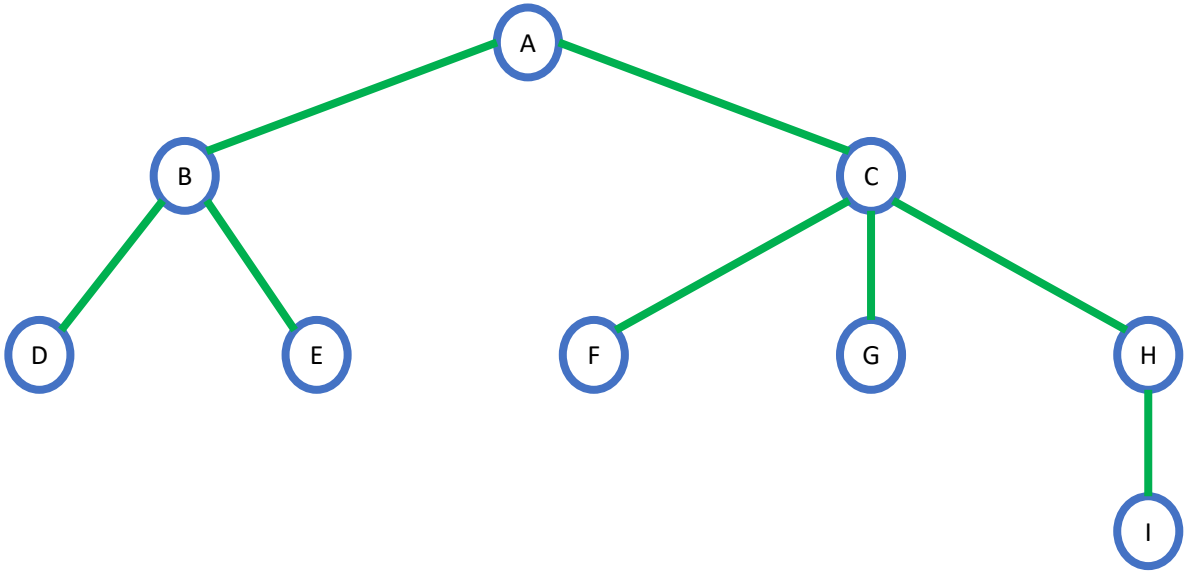


Subtree: kumpulan child-child dari sebuah node, yang membentuk struktur tree yang lebih kecil

Istilah/ Terminologi dalam *Tree*

- ***Node** :* sebuah emelen dalam sebuah ***tree;*** berisi sebuah informasi.
- ***Predesesor*** : *node* yang berada di atas node tertentu
- ***Succesor*** : *node* yang berada dibawah node tertentu.
- ***Ancestor*** : seluruh node yang terletak sebelum node tertentu dan terletak pada jalur yang sama
- **Descendant** : Seluruh node yang terletak sesudah node tertentu dan terletak pada jalur yang sama.
- **Parent** : Predesesor satu level diatas satu node.
- **Child** : Succesor satu level dibawah satu node.
- **Sibling** : Node yang memiliki parent yang sama dengan satu node.
- **Subtree** : Bagian dari tree yang berupa suatu node beserta descendantnya.
- **Size** : Banyaknya node dalam suatu tree.
- **Height** : Banyaknya tingkat/level dalam suatu tree.
- **Root** (Akar) : Node khusus dalam tree yang tidak memiliki predesesor.
- **Leaf** (Daun) : Node-node dalam tree yang tidak memiliki successor.
- **Degree** (Derajat) : Banyaknya child yang dimiliki oleh suatu node

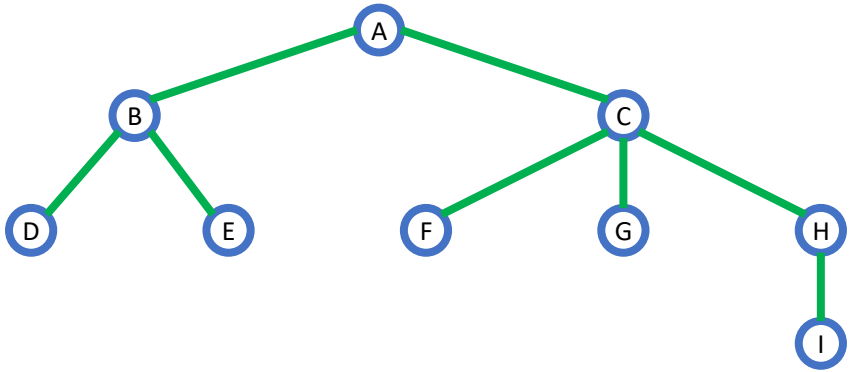
Contoh *Tree*



Bagian mana sajakah (node) dari tree tersebut, yang sesuai dengan terminology dalam tree?

Jawab

- **Node :** Terdapat 9 *Node* dalam contoh *Tree*, yaitu node {A, B, C, D,E, F, G, H, I}
- **Predesesor :** Node B merupakan predesesor dari Node (D, E}
- **Succesor :** *node* {D, E} merupakan succesor dari node B
- **Ancestor :** node {C, A} merupakan ancestor dari node F
- **Descendant :** node {D, E} merupakan descendant dari node B
- **Parent :** node C adalah parent dari node {F, G, H}
- **Child :** node {B, C} adalah child dari node A
- **Sibling :** node {F, G, H} adalah sibling, memiliki parent yang sama yaitu node C
- **Subtree :** terdapat 2 subtree, yaitu subtree dari node {B, D, E} dan dari node {C, F, G, H, I}
- **Size :** dalam tree terdapat 9 node.
- **Height :** tingkatan tree adalah 4
- **Root :** node A adaah root dari tree.
- **Leaf :** node yang menjadi leaf adalah node {D, E, F, G, I}
- **Degree :** node B memiliki derajat 2 {D, E} dan node C memiliki derajat 3 {F, G, H}



Binary Tree

Binary Tree (Pohon Biner)

- Dalam tree terdapat jenis-jenis tree yang memiliki sifat khusus, diantaranya adalah ***binary tree***.
- *Binary Tree* adalah sebuah pengorganisasian secara hirarki dari beberapa buah *node,* dimana untuk setiap *node* HANYA memiliki **maksimal dua child**.
- Secara khusus dua child yang dimaksud, dinamakan kiri **(*left-child*)** dan kanan **(*right-child*)**.

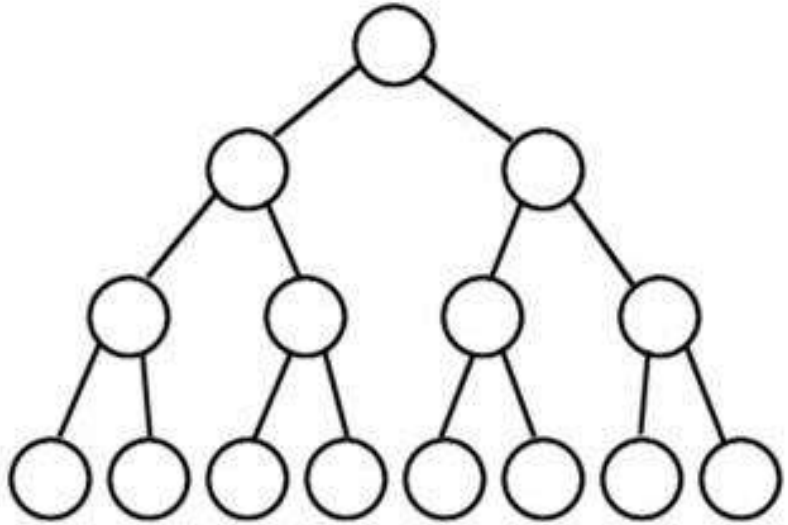
Jenis *Binary Tree*

Terdapat beberapa jenis *binary tree* didasarkan pada struktur susunan node-node di dalamnya antara lain:

- *Full Binary Tree*
- *Strict Binary Tree*
- *Complete Binary Tree*
- *Incomplete Binary Tree*
- *Skewed Binary Tree*

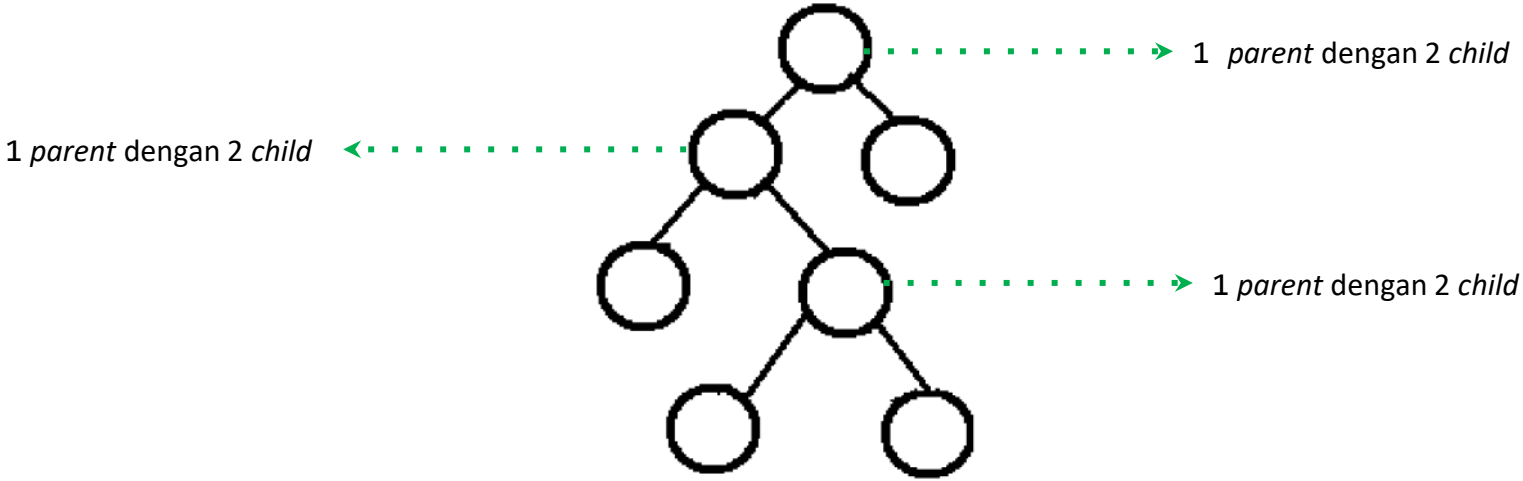
Full Binary Tree

- Semua *node* (kecuali *leaf*) memiliki dua anak dan tiap cabang memiliki **panjang ruas yang sama**. Dengan kata lain, tiap subtree memiliki **panjang *path* yang sama**
- Disebut juga ***maximum binary tree*** ataupun ***perfect binary tree***.



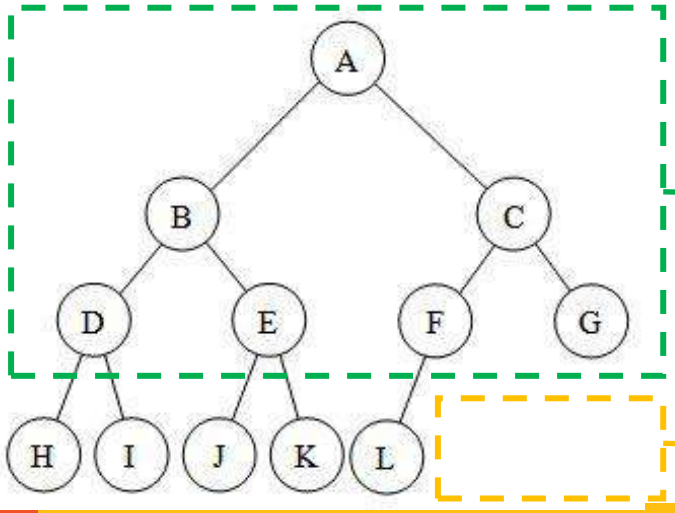
Strict Binary Tree

- **Setiap *parent node* HARUS memiliki dua child**, tidak ada *parent node* yang HANYA memiliki satu child.
- Tiap subtree tidak diharuskan memiliki panjang path yang sama dengan subtree yang lain seperti pada full binary tree.



Complete Binary Tree

- Sebuah tree dimana telah terisi node secara lengkap pada semua level, kecuali untuk level terakhir.
- Pada level terakhir, node dapat diisi secara tidak lengkap akan tetapi **pengisian dari node HARUS secara terurut dari kiri ke kanan**.

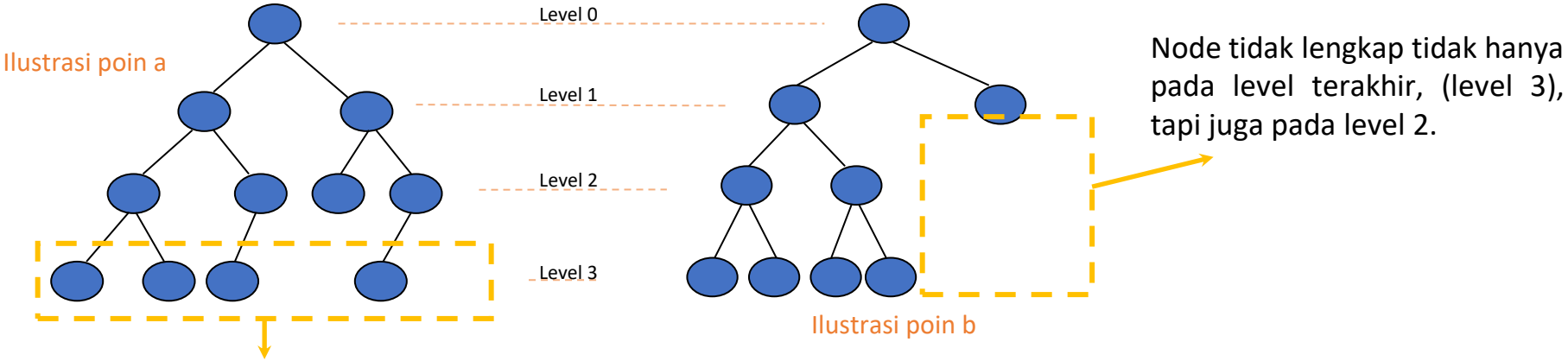


Node disemua level terisi, kecuali level terakhir

Pengisian node pada level terakhir Harus dari kiri ke kanan

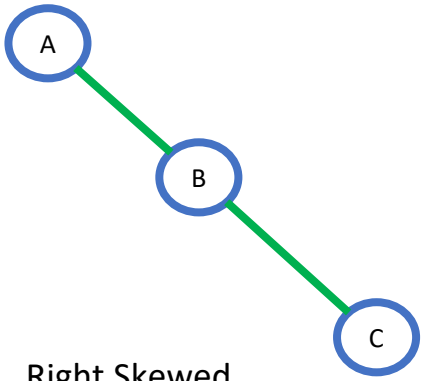
Incomplete Binary Tree

a. Seluruh node pada level terakhir diisi secara tidak runtut dari bagian kiri ke kanan terlebih dahulu.
b. Terdapat node yang kosong pada tree selain di posisi level terakhir.

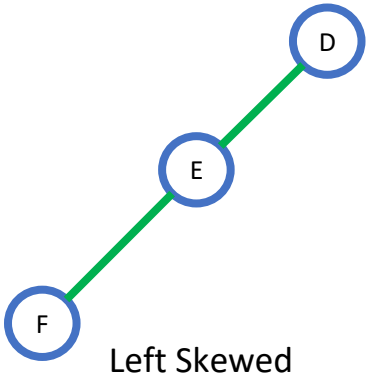


Skewed Binary Tree

- *Binary tree* yang semua *node*-nya (kecuali *leaf*) hanya memiliki satu anak.
- Disebut juga *minimum binary tree*.



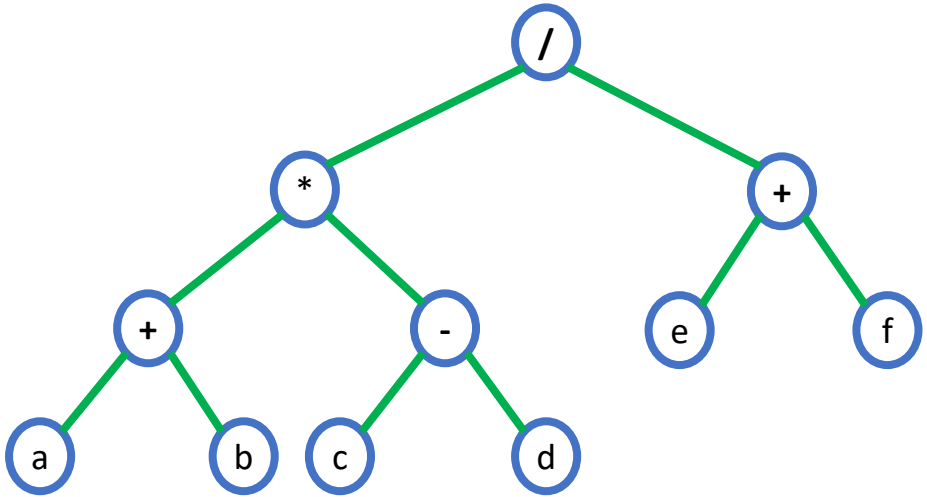
Right Skewed



Left Skewed

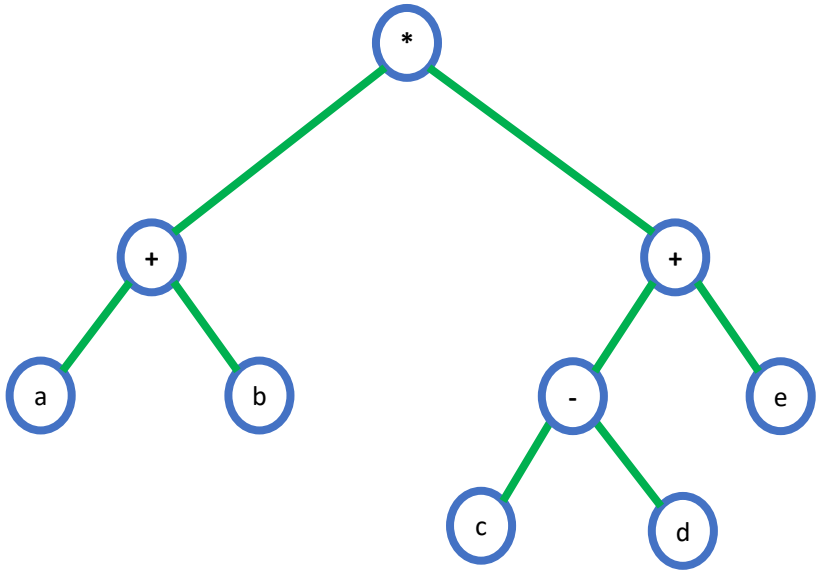
Contoh (1)

Buatlah binary tree dari ekspresi aritmatika **(a + b) * (c - d) / (e + f)**



Contoh (2)

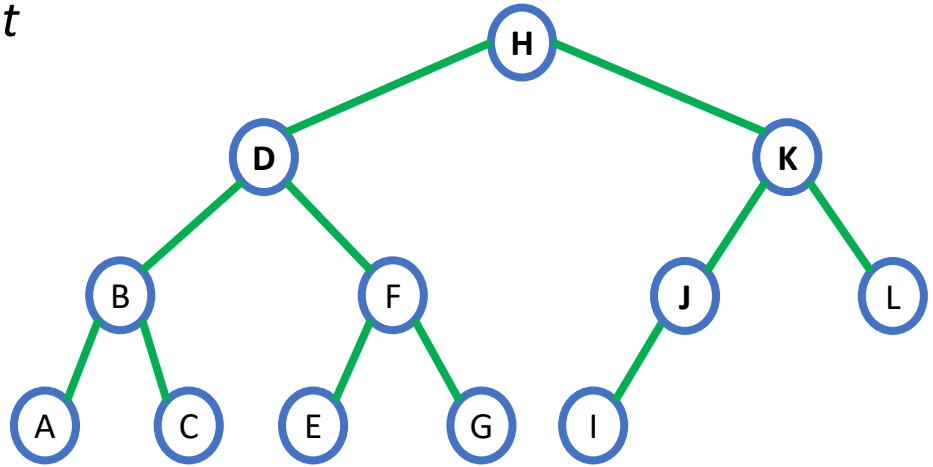
Buatlah binary tree dari ekspresi aritmatika **(a + b) * ((c - d) + e)**



Representasi *Binary Tree*

Binary Tree dapat direpresentasikan menggunakan dua cara:

- *Array*
- *Linked list*



Representasi *Tree* dengan ***Array***

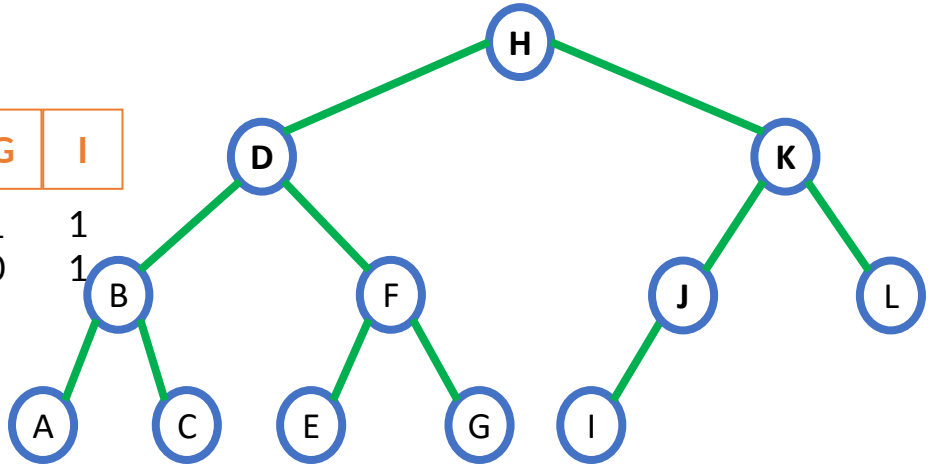
Posisi *node* dapat ditentukan berdasarkan rumus berikut :

- Asumsi root dimulai dari indeks-0 :
  - Anak kiri dari node *i* berada pada indeks : $2*i+1$
  - Anak kanan dari node *i* berada pada indeks : $2*i+2$
- Asumsi root dimulai dari index 1 :
  - Anak kiri dari node i berada pada indeks : $2*i$
  - Anak kanan dari node i berada pada indeks : $2*i+1$

Representasi *Tree* dengan ***Array*** *(cont.)*

- Asumsi root dimulai dari indeks-0

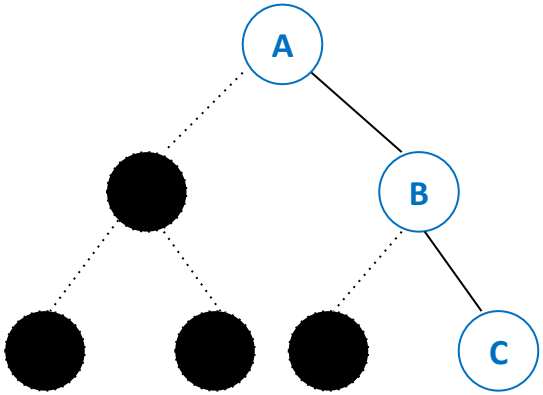
H	D	K	B	F	J	L	A	C	E	G	I
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11



- Asumsi root dimulai dari indeks-1 :

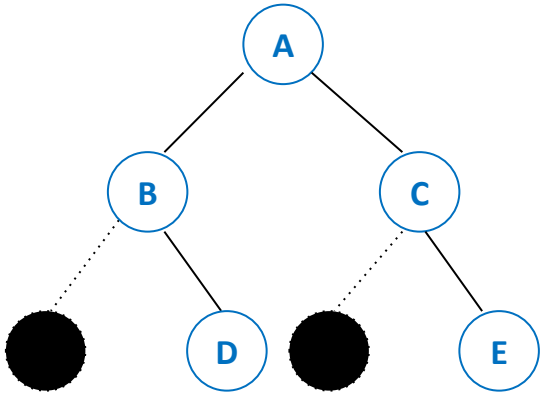
	H	D	K	B	F	J	L	A	C	E	G	I
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Representasi *Tree* dengan ***Array*** *(cont.)*



- Pohon biner di samping mempunyai 3 node {A, B, C}
- Node yang berwarna hitam menggambarkan elemen yang kosong

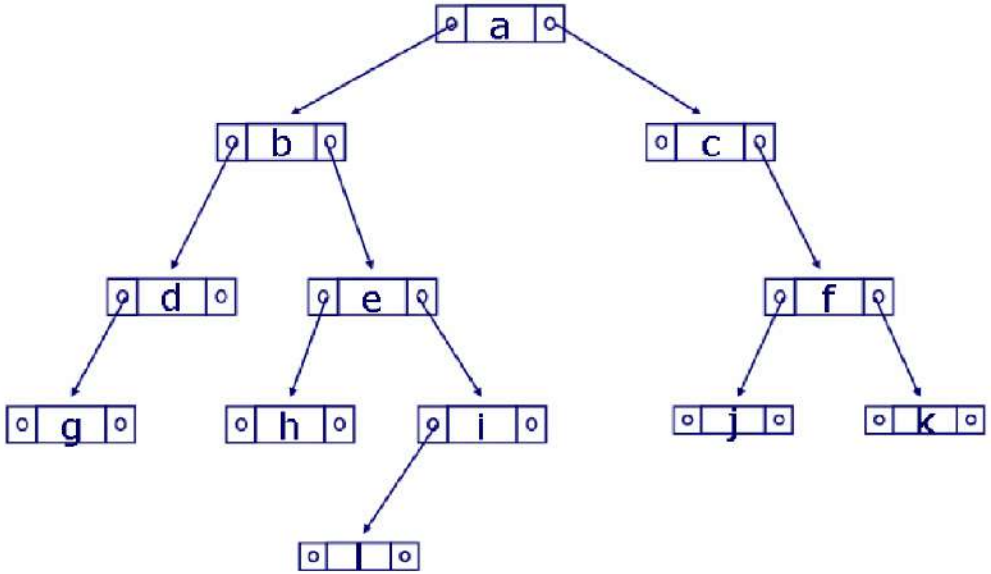
Representasi *Tree* dengan ***Array*** *(cont.)*



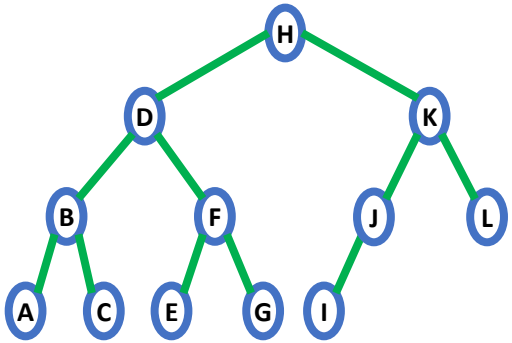
- Pohon biner di samping mempunyai 5 node {A, B, C, D, E}
- Node yang berwarna hitam menggambarkan elemen yang hilang

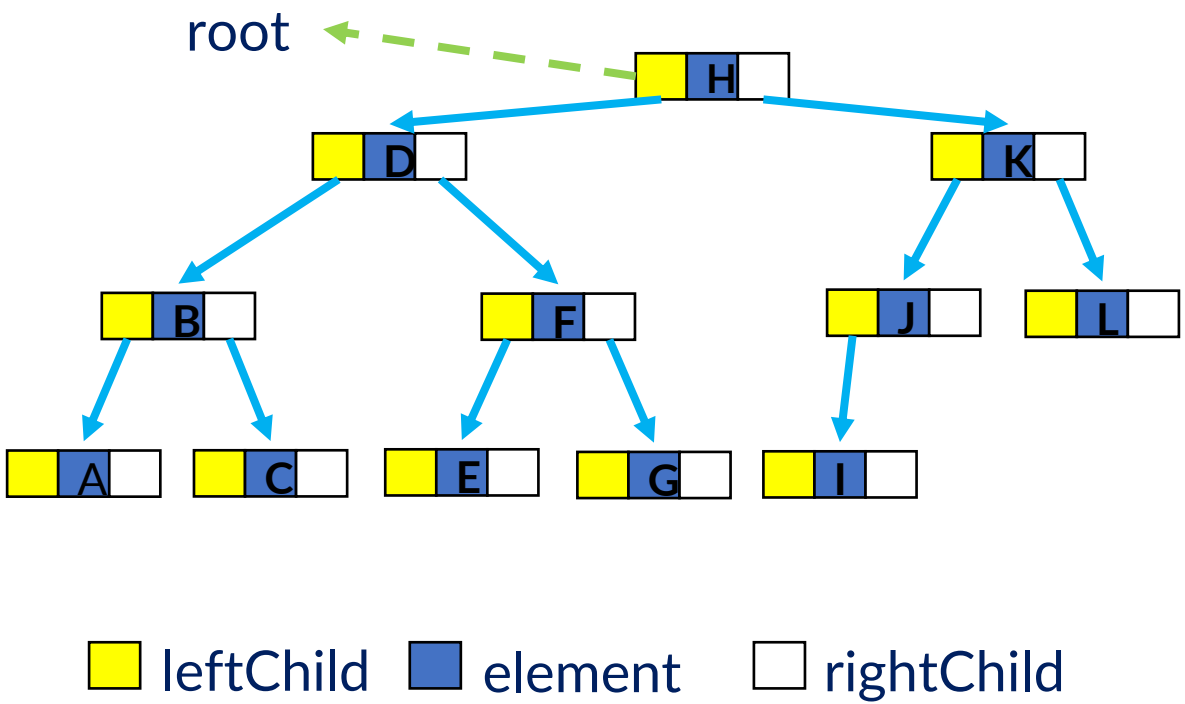
Representasi *Tree* dengan ***Linked List***

- Implementasi *binary tree* bisa dilakukan menggunakan struktur data *linked list;* masing-masing *node* terdiri atas 3 bagian yaitu
  1. Pointer Kiri
  2. Info data / elemen
  3. Pointer Kanan



Representasi *Tree* dengan ***Linked List*** *(cont.)*



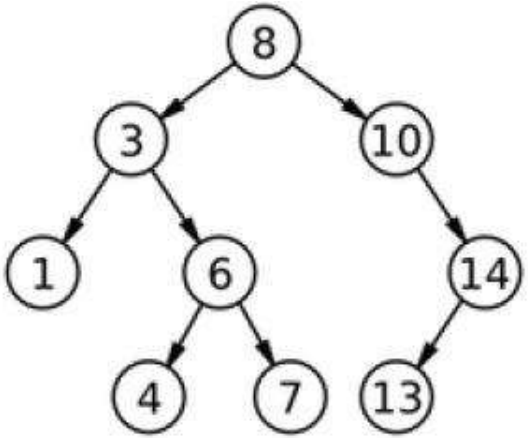


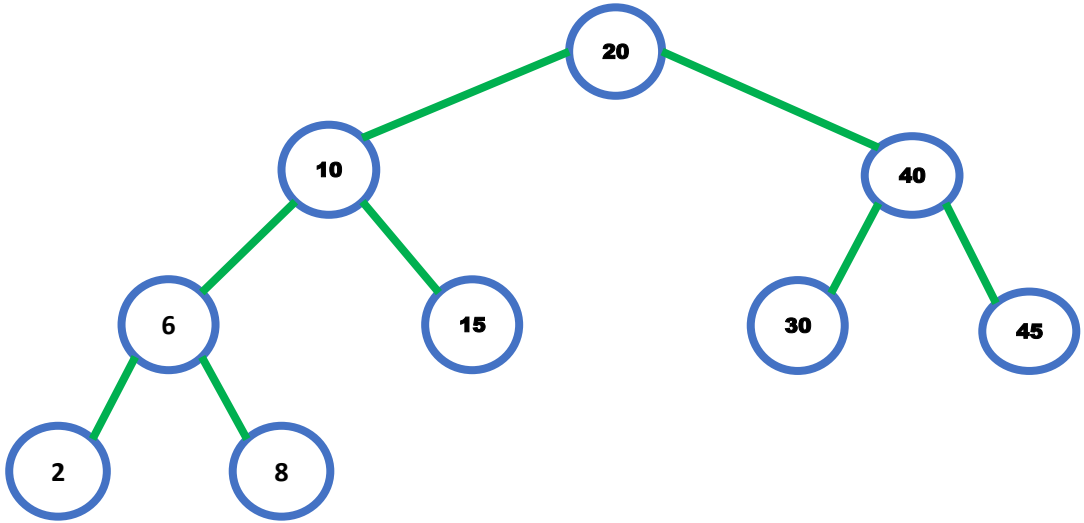
Binary Search Tree

Binary Search Tree (BST)

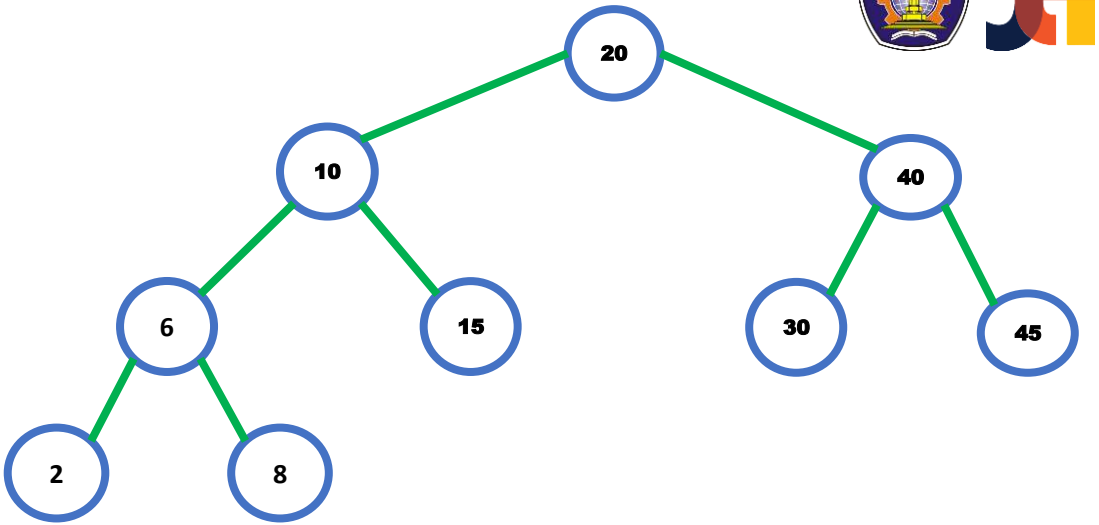
- *Binary Search Tree* adalah salah satu bentuk khusus dari *binary tree* dengan sifat bahwa semua *left-child* **harus lebih kecil** daripada *right-child* dan *parent*-nya.
- *Binary search tree* dibuat untuk mengatasi **kelemahan** pada *binary tree* biasa, yaitu kesulitan dalam *searching*/pencarian *node* tertentu dalam *binary tree.*
- Biasa disebut juga dengan *Ordered Binary Tree* yaitu *binary tree* yang seluruh ***children*** dari tiap ***node*** terurut.

Contoh *Binary Search Tree*





Pertanyaan



Berdasarkan contoh tree di atas.

- Bagaimana jika ada penambahan node dengan nilai 13?
- Bagaimana jika ada penambahan node lagi dengan nilai 27?

Jawab: *Dengan cara melakukan penelusuran setiap elemen node pada tree sebelum melakukan penambahan dengan cara traversal.*

Binary Tree Traversal

Binary Tree Traversal

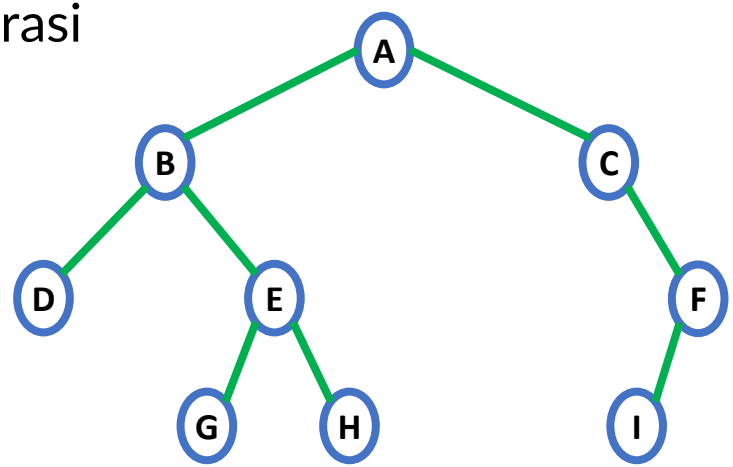
- Binary Tree Traversal merupakan metode **penelusuran seluruh node** pada binary tree.
- Terdapat beberapa metode, diantanya:
  - Preoder
  - Inorder
  - Postorder
  - Level order

Binary Tree Traversal - Preorder

- Langkah-Langkah *Preorder Traversal:*
  1. Kunjungi dan cetak data pada *root*
  2. Secara rekursif kunjungi dan cetak seluruh data pada *subtree* sebelah **kiri** dimulai dari *left-child*.
  3. Secara rekursif kunjungi dan cetak seluruh data pada *subtree* sebelah **kanan** dimulai dari *left-child*.

Binary Tree Traversal - Preorder (cont.)

- Contoh ilustrasi



Preorder Traversal → A, B, D, E, G, H, C, F, I

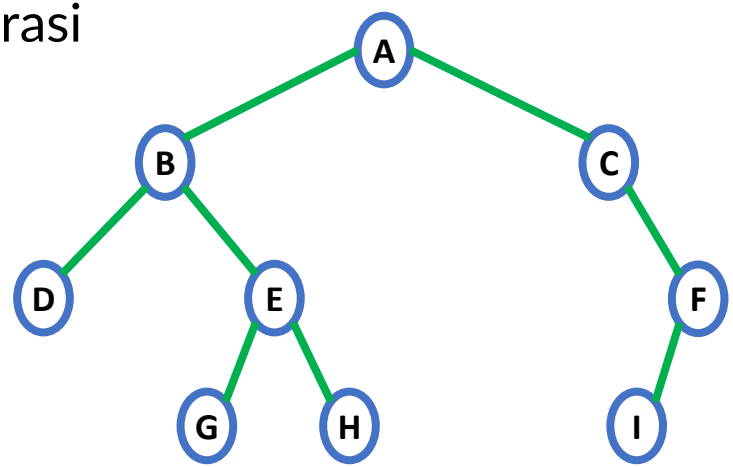
Video Ilustrasi : *https://youtu.be/1WxLM2hwL-U*

Binary Tree Traversal - Inorder

- Langkah-Langkah *Inorder Traversal:*
  1. Secara rekursif kunjungi dan cetak seluruh data pada *subtree* sebelah **kiri**.
  2. Kunjungi dan cetak data pada *root*
  3. Secara rekursif kunjungi dan cetak seluruh data pada *subtree* sebelah **kanan**.

Binary Tree Traversal - Inorder (cont.)

- Contoh ilustrasi



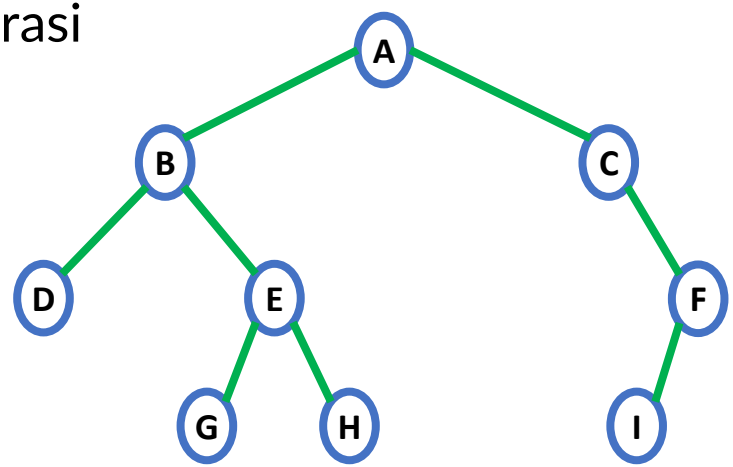
Inorder Traversal → D, B, G, E, H, A, C, I, F
Video Ilustrasi : *https://youtu.be/5dySuyZf9Qg*

Binary Tree Traversal - Postorder

- Langkah-Langkah *Postorder Traversal*:
  1. Secara rekursif kunjungi dan cetak seluruh data pada *subtree* sebelah **kiri**.
  2. Secara rekursif kunjungi dan cetak seluruh data pada *subtree* sebelah **kanan**.
  3. Kunjungi dan cetak data pada *root*

Binary Tree Traversal - Postorder (cont.)

- Contoh ilustrasi



Postorder Traversal → D, G, H, E, B, I, F, C, A

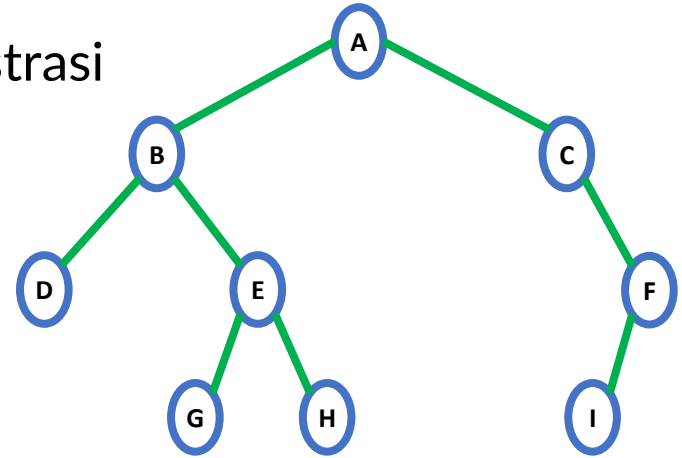
Video Ilustrasi : *https://youtu.be/4zVdfkpcT6U*

Binary Tree Traversal – Level order

- Level order juga disebut sebagai Breath First Order
- Langkah-Langkah *Postorder Traversal*:
  1. Kunjungi dan cetak data pada *root*
  2. Secara rekursif kunjungi node-node yang berada di bawah root mulai dari yang paling kiri sampai yang paling kanan
  3. Lakukan Kembali poin ke-2 sampai level yang paling bawah.

Binary Tree Traversal – Level order (cont.)

- Contoh ilustrasi



Level order Traversal → A, B, C, D, E, F, G, H, I

Video Ilustrasi : *https://youtu.be/lozGo2kwRYE*

Operasi pada Binary Search Tree

Dalam BST terdapat beberapa operasi yang digunakan untuk mengelola binary tree, diantaranya:

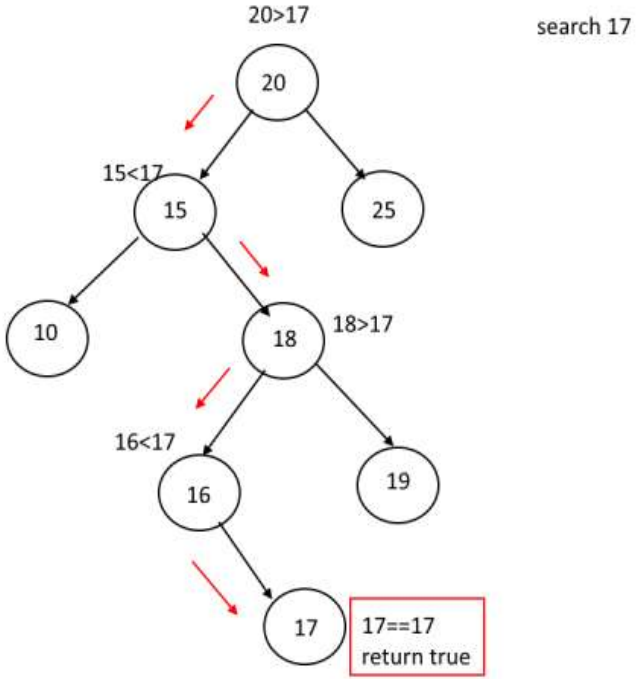
- ***Find :*** operasi pencarian data pada tree yang sama dengan n (nilai yang dicari).
- ***Insert :*** *Operasi penambahan data/node* pada *tree*
- ***Delete :*** Operasi penghapusan data/*node* pada *tree*
- ***Display :*** Operasi menampilkan data

Operasi - *Find*

1. Mulai dari *root*, dan bandingkan nilai *root* dengan *n* (nilai yang dicari).
2. Jika nilai *n* **lebih kecil** dari *root*, lakukan pencarian pada ***subtree*** **sebelah kiri** dari *root*.
3. Jika nilai *n* **lebih besar** dari *root*, lakukan pencarian pada ***subtree*** **sebelah kanan** dari *root*.
4. Lakukan pencarian pada *node-node* di bawah *root* dengan cara yang sama seperti langkah nomor 2 dan 3.
5. Jika ketemu, *return true*.
6. Jika pada akhir *node* (*leaf*) tidak ketemu, *return false*.

Operasi – *Find (cont.)*

Ilustrasi



Video ilustrasi *Find/search element* : https://youtu.be/a7xOXL7hn94

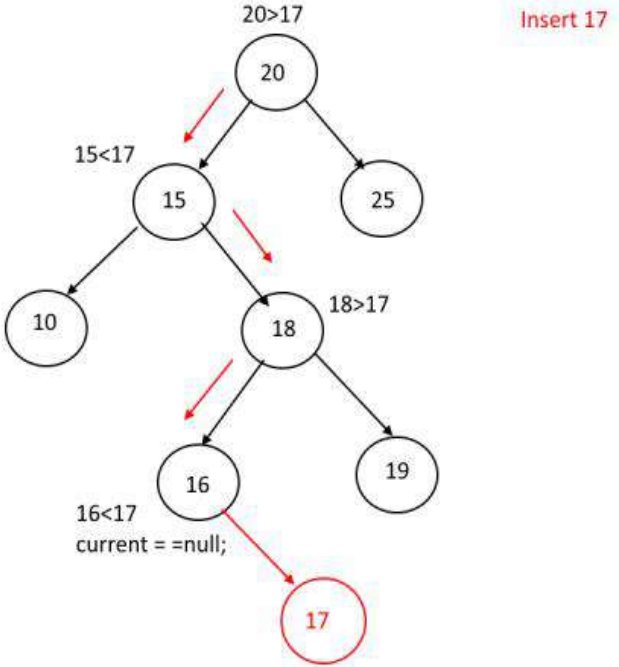
Operasi – *Insert*

Operasi insert mirip dengan operasi *find*. Untuk melakukan *insert* sebuah *node*, pertama kita harus mencari tempat yang tepat untuk meletakkan node tersebut.

1. Buat variabel current bertipe *node*, set current dengan *root*.
2. Bandingkan nilai current dengan n (nilai yang akan dimasukkan).
3. Jika nilai *current* **lebih besar** dari n, lakukan pencarian tempat pada **sebelah kiri dari *root***.
4. Jika nilai *current* **lebih kecil** dan n, lakukan pencarian tempat pada **sebelah kanan dari *root***.
5. Jika ketemu nilai *current null*, yang artinya pencarian sudah sampai pada *leaf* (akhir *node*), letakkan node yang baru berisikan n tadi ke posisi *current* tersebut.

Operasi – *Insert (cont.)*

Ilustrasi



Video ilustrasi *Insert element* : https://youtu.be/WoRa9vnHkDM

Operasi – *Delete*

Kemungkinan skenario delete yang bisa dilakukan:

1. Node yang akan dihapus adalah *node leaf* (*no children*).
2. Node yang akan dihapus hanya memiliki satu child.
3. Node yang akan dihapus memiliki dua child.

Video ilustrasi *Delete element* : https://youtu.be/c1zKNiABiHk

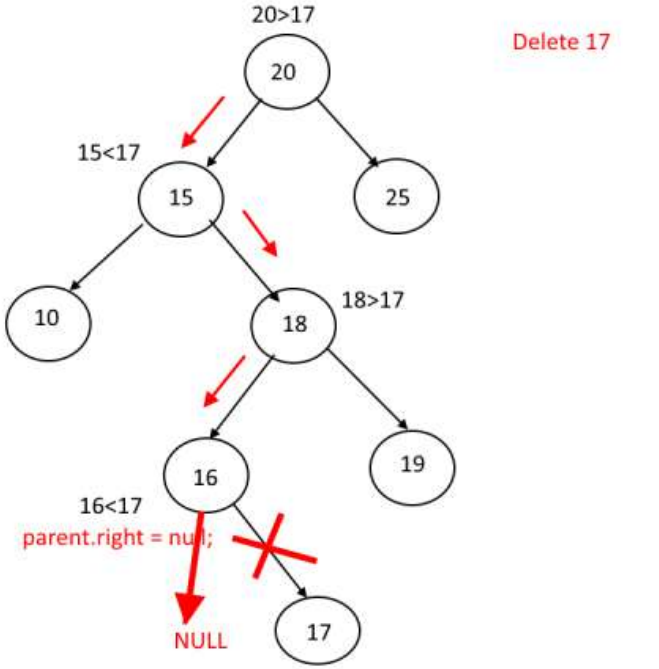
Operasi – *Delete* (skenario 1)

Node yang akan dihapus adalah *node leaf* (*no children*)

1. Lakukan traverse pada tree dengan cara membandingkan tiap node yang dikunjungi.
2. Jika node yang dikunjungi **lebih besar** dari n (nilai node yang akan dihapus), lanjutkan **traverse ke sebelah kiri**.
3. Jika node yang dikunjungi **lebih kecil** dari n, lanjutkan **traverse ke sebelah kanan**.
4. Jika ketemu, set pointer
   - **left = null**, jika nilai n (node yang akan dihapus atau *child*) lebih kecil daripada *parent,* atau
   - **rigth = null**, jika nilai n (node yang akan dihapus atau *child*) lebih besar daripada *parent*.

Operasi – *Delete* (skenario 1) (cont.)

Ilustrasi



Case 1 : Node to be deleted is a leaf node (No Children).

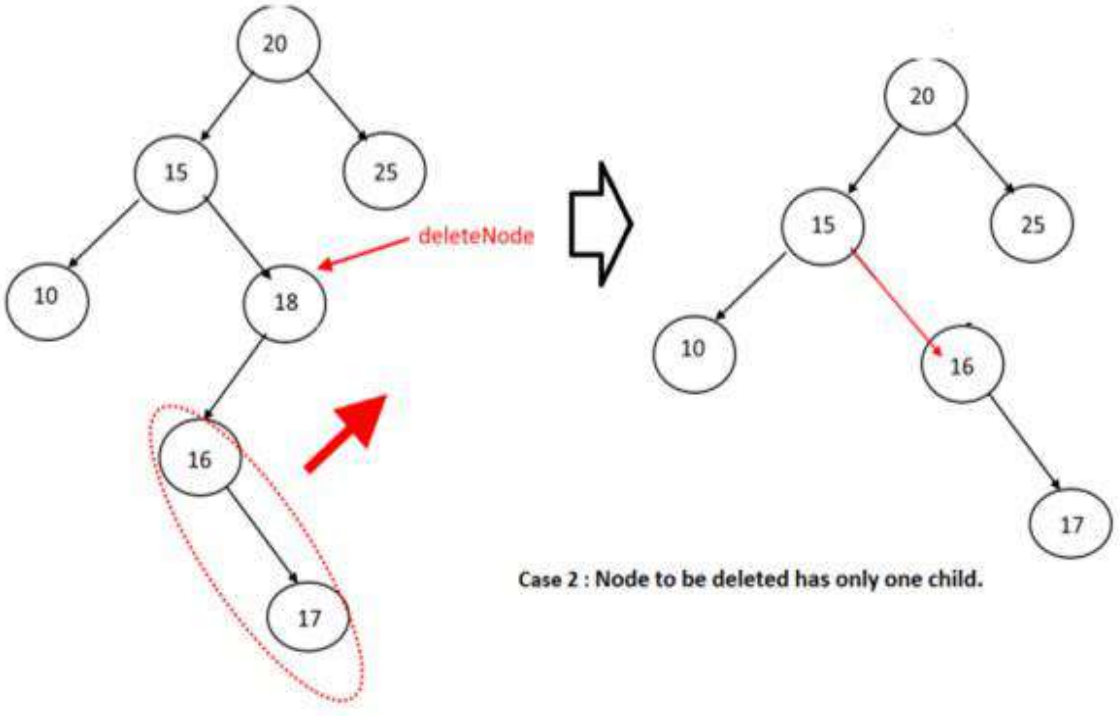
Operasi – *Delete* (skenario 2)

Node yang akan dihapus memiliki satu child.

1. Lakukan traverse menuju node yang akan dihapus.
2. Jika ketemu, catat parent dari node tersebut, dan ada disebelah mana node tersebut dari parent-nya (kanan atau kiri).
3. Dari node tersebut, cek sebelah mananya yang null (karena node tersebut hanya memiliki satu child).
4. Misal node yang akan dihapus tersebut memiliki **child di sebelah kiri**, maka set child dari node tersebut (beserta sub tree nya) dan **letakkan di sisi parent** menggantikan posisi node yang akan dihapus tadi.

Operasi – *Delete* (skenario 2) (cont.)

Ilustrasi



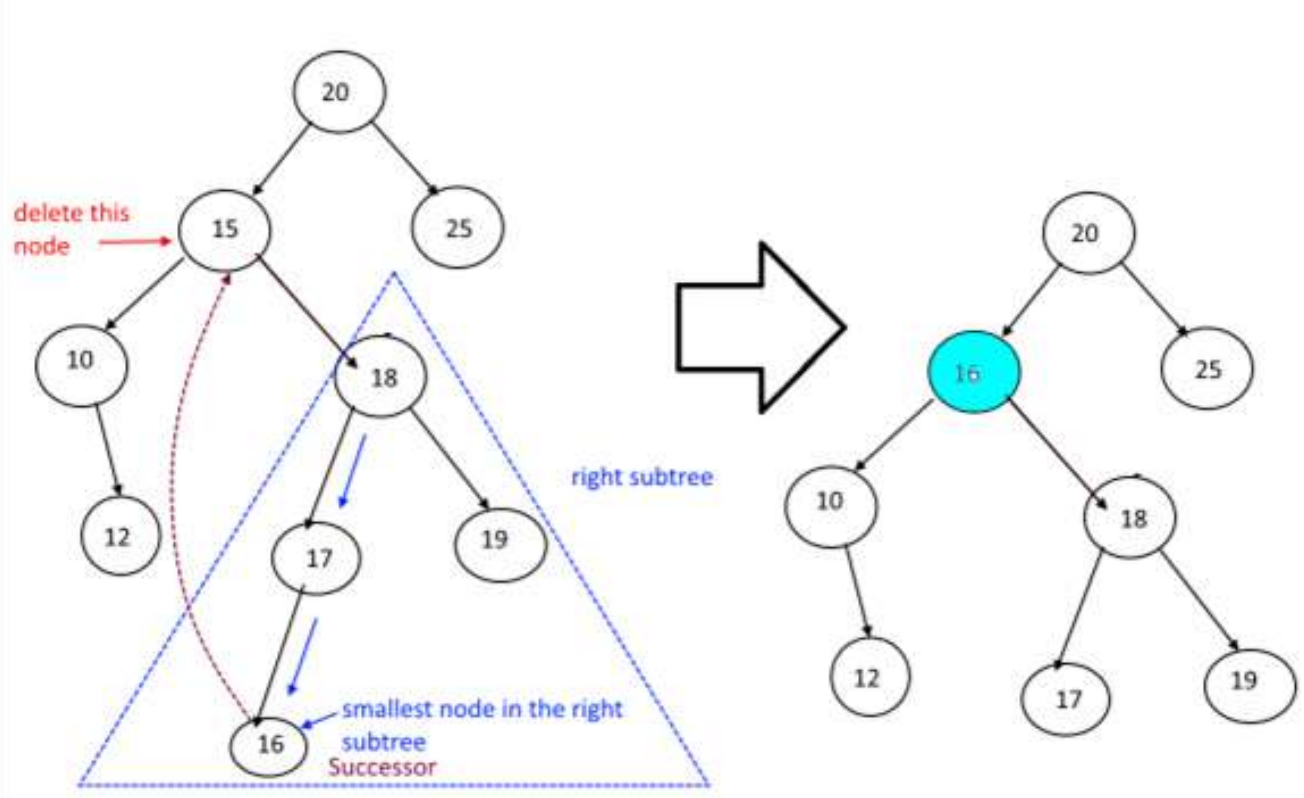
Operasi – *Delete* (skenario 3)

Node yang akan dihapus memiliki dua child.

1. Cari successor dari node yang akan dihapus, untuk menggantikan node yang akan dihapus tersebut.
2. Successor adalah **node paling kecil dari subtree sebelah kanan** pada node yang akan dihapus.

Operasi – *Delete* (skenario 3) (cont.)

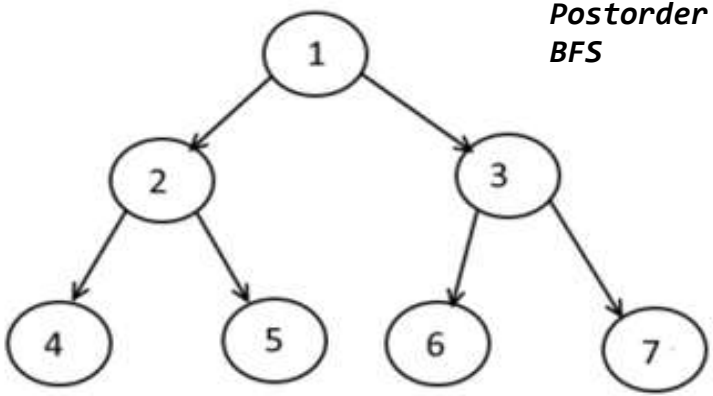
Ilustrasi



Operasi – *Display*

Mencetak semua node-node yang ada pada tree. Proses mencetak data menggunakan metode traversal yang sudah dipelajari

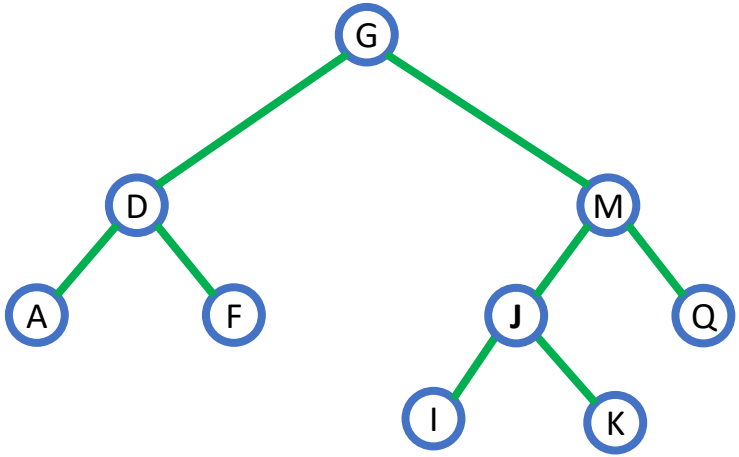
- *Preorder*
- *Inorder*
- *Postorder*
- *Level order / BFS*




```
Preorder :    1, 2, 4, 5, 3, 6, 7
Inorder  :    4, 2, 5, 1, 6, 3, 7
Postorder:    4, 5, 2, 6, 7, 3, 1
BFS      :    1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
```

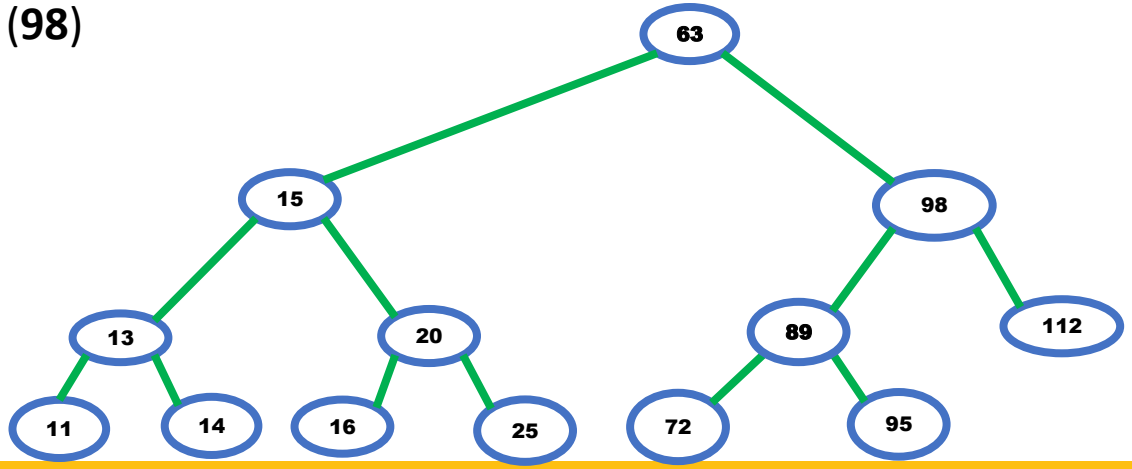
Tugas Latihan

1. Buatlah binary tree dari ekspresi aritmatika **((a * b) + c) / ((e + f) – g)**
2. Telusuri pohon biner berikut dengan menggunakan metode *preorder*, *inorder*, *postorder*, dan *level order traversal*.



Tugas Latihan (cont.)

3. Ilustrasikan operasi (Find, Insert, Delete, Display) untuk mengatasi penambahan dan penghapusan data berikut:
   a. Tambahkan data baru berupa **NoAbsen** Anda ke dalam tree. Jika Nomer Absen Anda sudah ada di dalam tree tersebut maka data yang akan ditambah adalah **NoAbsen**+30
   Contoh: No Absen = 11, maka data yang ditambahkan adalah 11+30=41
   a. Hapus data lama (**98**)




thank you
danke
рахмат
謝謝
ngiyabonga
شكراً جزيلاً
Баярлалаа
mersi
barka
welalin
tack
teşekkür ederim
спасибо
faafetai lava
vinaka
спасибі
blagodaram
dank je
misaotra
matondo
paldies
grazzi
mahalo
tapadh leat
kiitos
dankie
gracias
хвала
asante
manana
dhanyavad
obrigada
tenki
bedankt
enkosi
hvala
mauruuru
köszönöm
dankon
akun
murakoze
djiere dieuf
tau
mochchakkeram
mamnun
dziękuję
дякую
chnorakaloutioun
gràcies
sulpáy
go raibh maith agat
sobodi
dėkuji
sukriya
kop khun krap
taiku
obrigado
sagolun
arigatô
takk
dakujem
trugarez
mèsi
ありがとう
tanemirt
grazie
najis tuke
terima kasih
rahmet
diolch
dhanyavadagalu
shukriya
merce
мерси
kam sah hamnida
rahmat
xièxie
감사합니다
ευχαριστώ
merci