МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
Лабораторная работа № 3
Вариант 14

Выполнила
студентка 3 курса 5 группы
Кадакова Надежда

Преподаватель
доктор физ.-мат. наук
профессор
Корзюк Виктор Иванович

Минск 2017

Задание 3.8 (Вариант 14)

1) *Определить поверхности уровня скалярного поля* $U = f(r)$*, где* $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

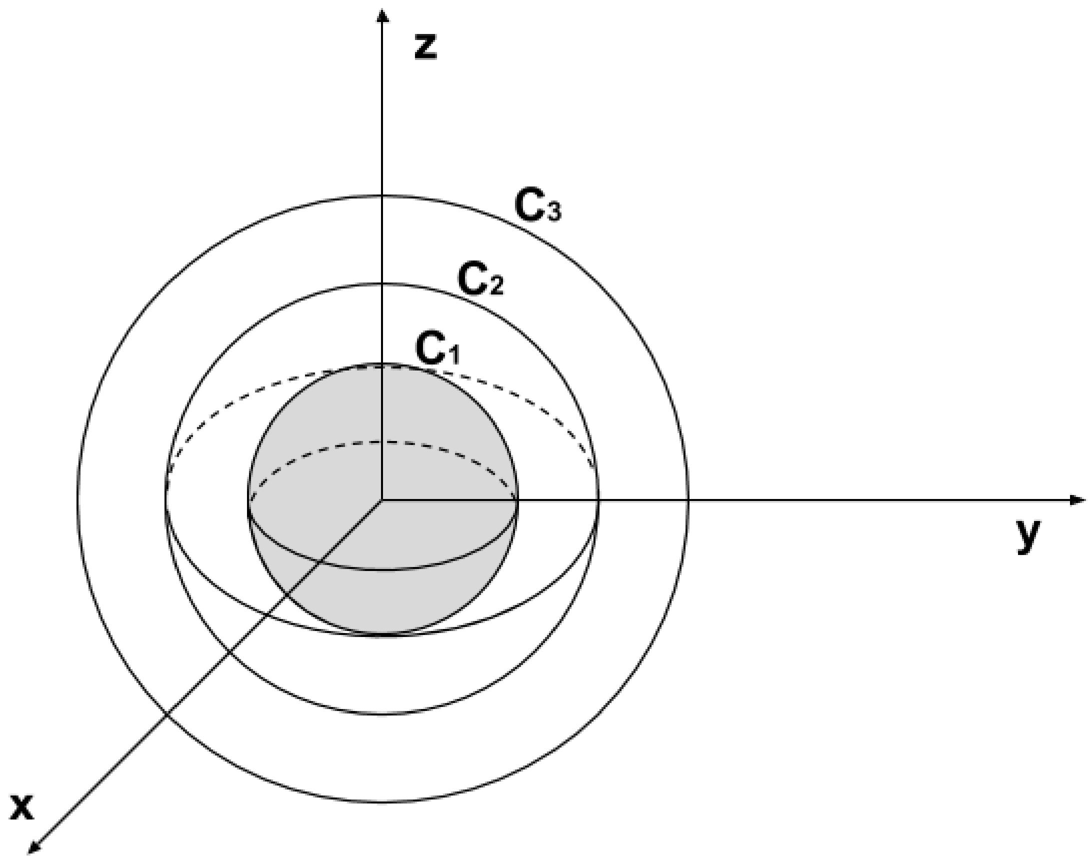
2) *Каковы будут поверхности уровня поля* $U = F(p)$*, где* $p = \sqrt{x^2 + y^2}$ *?*

Поверхности уровня находятся из условия $U = C\ (const)$. Обозначим: f - исходная функция, f^{-1} - функция, обратная к исходной. Исходную функцию, задающую скалярное поле, приравняем к константе С.

$$C = f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \Rightarrow f^{-1}(C) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = [f^{-1}(C)]^2$$

Обозначим: $f^{-1}(C) = R = const$, тогда $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ является уравнением сферы радиуса R, с центром в начале координат. Поверхности уровня - концентрические сферы радиуса $R = f^{-1}(C)$, где $C = const$.

На рисунке представлены три поверхности уровня для различных C_1, C_2, C_3.



Если $U = F(p) = C$, где $p = \sqrt{x^2 + y^2}$, то:

$F(\sqrt{x^2 + y^2}) = C \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = F^{-1}(C)$, где F^{-1} - обратная функция к исходной функции F.

$x^2 + y^2 = R^2$, *где* $R = F^{-1}$ - семейство цилиндров радиуса $R = F^{-1}(C)$.

На рисунке представлены две поверхности уровня для различных C_1, C_2.