

fiche de lecture: Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration

nael klein

December 2025

1 Informations générales

1.1 Titre

Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration

1.2 Auteurs

William Hadley Richardson

1.3 Année

1972 — Journal of the Optical Society of America (JOSA), Vol. 62, No. 1

1.4 Source / DOI / PDF

PDF : Richardson-alg.pdf
JOSA, January 1972

2 Résumé de l'article

Cet article présente une méthode itérative de restauration d'images construite à partir du théorème de Bayes. L'auteur considère l'image originale, la fonction de réponse impulsionnelle (PSF) et l'image dégradée comme des fonctions discrètes de probabilité (ou de fréquence) et reformule la déconvolution comme un problème de mise à jour bayésienne.

Le résultat est un algorithme itératif simple, auto-correcteur, capable de restaurer des images dégradées même en présence d'un bruit important. Cette méthode est l'origine directe de l'algorithme aujourd'hui connu sous le nom d'itération de Richardson–Lucy (RL).

3 Objectifs

- Proposer une approche bayésienne pour restaurer une image dégradée $H = W * S$, où S est la PSF.
- Élaborer une méthode robuste en présence de bruit, contrairement aux approches fréquentielles classiques (Figure 5, p. 57).
- Définir un schéma itératif stable, convergent en pratique, et transposable facilement aux ordinateurs des années 1970.
- Montrer le fonctionnement de la méthode sur des exemples synthétiques avec et sans bruit (Figures 3–4, p. 57).

4 Méthodologie

4.1 1. Hypothèses probabilistes

Dans la section *Assumptions* (p. 55), l'auteur suppose :

- que W, S, H sont des fonctions de probabilité discrètes non normalisées ;
- que le bruit suit un modèle compatible avec l'interprétation probabiliste ;
- que la formation de l'image H est un mélange statistique d'événements issus de W pondérés par la PSF S .

4.2 2. Formulation bayésienne

L'équation clé est l'application du théorème de Bayes à la probabilité d'un événement en W_i sachant une observation en H_k :

$$P(W_i | H_k) = \frac{P(H_k | W_i) P(W_i)}{\sum_j P(H_k | W_j) P(W_j)} \text{ Eq. 4}$$

Les probabilités sont ensuite exprimées en termes de W, S et H .

4.3 3. Méthode itérative

La substitution et la normalisation mènent à l'équation itérative :

$$W_i^{(r+1)} = W_i^{(r)} \sum_k \frac{S_{i,k} H_k}{\sum_j S_{j,k} W_j^{(r)}} \text{ Eq. 5}$$

Cette mise à jour correspond exactement au cœur de l'algorithme Richardson–Lucy moderne.

L'auteur propose aussi une réécriture pour les tableaux finis (Eq. 6–7) afin de faciliter l'implémentation informatique.

4.4 4. Extension en 2D

Les équations (8) et (9) (p. 56) généralisent le procédé à deux dimensions en introduisant des indices (i, j) et des PSF $K \times L$.

4.5 5. Exemples expérimentaux

Les Figures 3 et 4 (p. 57) présentent des restaurations successives :

- sans bruit : la restauration s'approche parfaitement de l'image originale dès 20–30 itérations ;
- avec bruit multiplicatif ($r = 0.1$) : la méthode reste stable, contrairement au filtrage fréquentiel (Figure 5).

5 Résultats principaux

- Convergence systématique observée empiriquement (p. 58).
- Excellente robustesse au bruit, avec une amélioration progressive des contours et des niveaux de gris.
- Qualité nettement supérieure à la restauration par filtre fréquentiel least-squares, qui amplifie le bruit (Fig. 5).
- Rapidité satisfaisante pour l'époque : ~ 7.4 secondes par itération sur CDC-3600, grâce à la réduction des calculs redondants.

6 Forces

- Approche bayésienne cohérente et mathématiquement motivée.
- Itérations auto-correctrices limitant fortement les divergences dues au bruit.
- Fonctionne même quand les méthodes fréquentielles échouent.
- Très bonne préservation des structures dans les zones homogènes et texturées.
- Base conceptuelle directe de la méthode RL, utilisée encore aujourd'hui.

7 Faiblesses / limites

- Pas de preuve formelle de convergence, même si observée dans tous les cas testés (p. 58).

- Sensibilité potentielle aux valeurs aberrantes en bord de champ : les restaurations montrent un éclaircissement artificiel sur les bords (p. 58, paragraphe final).
- Le modèle probabiliste repose sur des hypothèses simplificatrices : indépendance des événements, bruit compatible avec Poisson.

8 Pertinence pour le challenge Fuse My Cells

Cet article est important pour mon travail dans le challenge *Fuse My Cells*, car il constitue le fondement théorique de la déconvolution d'images bruitées et floues :

- Le challenge traite d'une reconstruction 3D à partir d'images présentant une forte anisotropie et du bruit. La méthode RL fournit un cadre mathématique clair pour comprendre comment récupérer le signal réel à partir d'observations bruitées.
- L'algorithme décrit est robuste aux variations locales du bruit, aspect crucial pour l'amélioration du N-SSIM nucleus et membrane.
- De nombreuses méthodes modernes (fusées multi-vues, déconvolution réguliérisée, pipelines de deep learning) réutilisent le schéma multiplicatif de Richardson.
- La compréhension de RL est essentielle pour comparer les approches traditionnelles et les modèles de restauration appris (par exemple CARE, SPITFIR(e), ou les U-Nets 3D).
- L'article met en évidence les limites typiques (bruit amplifié en Fourier), ce qui justifie l'intérêt d'approches patch-based et bayésiennes plus modernes.

9 Notions importantes

- Théorème de Bayes appliqué à la restauration d'images
- Déconvolution itérative (Richardson–Lucy)
- PSF et convolution
- Modèle de bruit compatible Poisson
- Iterative correction factor (auto-correction)

10 Référence BibTeX

```
@article{Richardson1972,
  title={Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration},
  author={Richardson, William Hadley},
  journal={Journal of the Optical Society of America},
  volume={62},
  number={1},
  pages={55--59},
  year={1972}
}
```