**Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации**

**Ордена Трудового Красного Знамени**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Московский технический университет связи и информатики»**

Кафедра “Математическая кибернетика и информационные технологии”

**Отчет по курсовой работе**

по дисциплине «Структуры и алгоритмы обработки данных»

Выполнил: студент группы

БВТ2005

Лесных Михаил Андреевич

Проверил:

Мкртчян Грач Маратович

Москва 2022

**Оглавление**

[**Задача 1** 3](#_Toc119893440)

[Задача 2 6](#_Toc119893441)

[Задача 3 9](#_Toc119893442)

[Задача 4 13](#_Toc119893443)

[Задача 5 17](#_Toc119893444)

[Задача 6 20](#_Toc119893445)

[Задача 7 23](#_Toc119893446)

[Задача 8 26](#_Toc119893447)

[Задача 9 29](#_Toc119893448)

[Задача 10 31](#_Toc119893449)

[Вывод 36](#_Toc119893450)

**Задача 1**

Задан массив 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛, состоящий из 𝑛 положительных целых чисел.

Изначально вы находитесь в позиции 1, и ваше количество очков равно 𝑎1. Можно совершать два типа шагов:

шаг вправо — перейти из текущей позиции 𝑥 в 𝑥+1 и получить 𝑎𝑥+1 очков. Этот шаг можно делать только если 𝑥<𝑛. шаг влево — перейти из текущей позиции 𝑥 в 𝑥−1 и получить 𝑎𝑥−1 очков. Этот шаг можно делать только если 𝑥>1. Также нельзя совершать два или более шагов влево подряд. Вам требуется совершить ровно 𝑘 шагов. Не более 𝑧 из них могут быть шагами влево.

Какое наибольшее количество очков можно получить?

Входные данные  
В первой строке записано одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤104) — количество наборов входных данных.

В первой строке каждого набора входных данных записаны три целых числа 𝑛,𝑘 и 𝑧 (2≤𝑛≤105, 1≤𝑘≤𝑛−1, 0≤𝑧≤𝑚𝑖𝑛(5,𝑘)) — количество элементов в массиве, суммарное количество шагов, которое вы должны сделать, и максимальное количество шагов влево, которое вы можете сделать.

Во второй строке каждого набора входных данных записаны 𝑛 целых чисел 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛 (1≤𝑎𝑖≤104) — данный массив.

Сумма 𝑛 по всем наборам входных данных не превосходит 3⋅105.

Выходные данные  
Выведите 𝑡 целых чисел — для каждого набора входных данных выведите наибольшее количество очков, которое можно получить, если требуется сделать ровно 𝑘 шагов, не более 𝑧 из них могут быть шагами влево и не должно быть двух шагов влево подряд.

Пример  
входные данные  
4  
5 4 0  
1 5 4 3 2  
5 4 1  
1 5 4 3 2  
5 4 4  
10 20 30 40 50  
10 7 3  
4 6 8 2 9 9 7 4 10 9  
выходные данные  
15  
19  
150  
56  
Примечание  
В первом наборе входных данных не разрешается ходить влево вообще. Поэтому делаем четыре шага вправо и получаем 𝑎1+𝑎2+𝑎3+𝑎4+𝑎5 очков.

Во втором наборе входных данных можно сделать один ход влево. Тогда сделаем такие шаги: вправо, вправо, влево, вправо. Получится 𝑎1+𝑎2+𝑎3+𝑎2+𝑎3 очков.

В третьем наборе входных данных можно ходить влево до четырех раз, но это все равно не оптимально, можем просто сделать четыре шага вправо и получить 𝑎1+𝑎2+𝑎3+𝑎4+𝑎5 очков.

**Решение:**

import sys

def task1(arr, k, z):

maxsum = 0

for lmoves in range(z + 1): # - кол-во шагов влево

rmoves = k - 2 \* lmoves # - кол-во шагов вправо

sum\_rmoves = sum(arr[:rmoves + 1])

for lrpos in range(rmoves + 1):

if lrpos < len(arr) - 1:

tempsum = lmoves \* (arr[lrpos] + arr[lrpos + 1]) + sum\_rmoves

maxsum = tempsum if tempsum > maxsum else maxsum

return maxsum

print("Ввод данных:")

t = int(input("t = "))

if t not in range(1, 10 \*\* 4 + 1):

sys.exit("t должно быть в пределах 1<=t<=10^4")

nsum = 0

results = []

for i in range(t):

n, k, z = input("n, k, z = ").split()

n, k, z = int(n), int(k), int(z)

nsum += n

if nsum > 3 \* 10 \*\* 5:

sys.exit("Сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 3\*10^5")

if n not in range(2, 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("n должно быть в пределах 2<=n<=10^5")

if k not in range(1, n):

sys.exit("k должно быть в пределах 1<=k<=n-1")

if z not in range(0, min(5, k) + 1):

sys.exit("z должно быть в пределах 0<=z<=min(5, k)")

arr = input("Введите массив ").split()

arr = [int(arr[i]) for i in range(len(arr))]

if n != len(arr):

sys.exit("Длина массива не совпадает с n")

for item in arr:

if item not in range(1, 10 \*\* 4 + 1):

sys.exit("Элементы массива должны быть в пределах 1<=ai<=10^4")

results.append(task1(arr, k, z))

print("Вывод результата:")

for i in range(t):

print(results[i])

### Задача 2

Вам дан массив 𝑎 из 𝑛 целых чисел.

Вы хотите сделать все элементы 𝑎 равными нулю, применив следующую операцию ровно три раза:

Выберите отрезок, к каждому числу на этом отрезке добавьте число кратное 𝑙𝑒𝑛, где 𝑙𝑒𝑛 это длина этого отрезка (добавленные числа могут быть разными). Можно доказать, что таким образом всегда можно превратить все элементы 𝑎 в нули.

Входные данные  
В первой строке записано одно целое число 𝑛 (1≤𝑛≤100000): количество элементов массиве.

Во второй строке записаны 𝑛 элементов массива 𝑎, разделенные пробелами: 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛 (−109≤𝑎𝑖≤109).

Выходные данные  
Выведите шесть строк, описывающих три операции.

Для каждой операции, выведите две строки:

В первой строке выведите два числа 𝑙, 𝑟 (1≤𝑙≤𝑟≤𝑛): границы выбранного отрезка. Во второй строке выведите 𝑟−𝑙+1 целых чисел 𝑏𝑙,𝑏𝑙+1,…,𝑏𝑟 (−1018≤𝑏𝑖≤1018): числа, которые нужно прибавить к 𝑎𝑙,𝑎𝑙+1,…,𝑎𝑟, соответственно; 𝑏𝑖 должно делиться на 𝑟−𝑙+1. Пример  
входные данные  
4  
1 3 2 4  
выходные данные  
1 1  
-1  
3 4  
4 2  
2 4  
-3 -6 -6

**Решение:**

import sys

def task2(arr):

if len(arr) == 1:

return [[1, 1], [-arr[0]], [1, 1], [0], [1, 1], [0]]

result = []

#step 1

result.append([1, 1])

result.append([-arr[0]])

#step 2

result.append([1, n])

result.append([0])

for i in range(1, n):

result[-1].append(-n \* arr[i])

#step 3

result.append([2, n])

result.append([])

for i in range(1, n):

result[-1].append((n - 1) \* arr[i])

return result

print("Ввод данных:")

n = int(input("n = "))

if n not in range(1, 100001):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=100000")

arr = input("Введите массив ").split()

arr = [int(arr[i]) for i in range(len(arr))]

if len(arr) != n:

sys.exit("Длина массива не совпадает с n")

for item in arr:

if item not in range(-10 \*\* 9, 10 \*\* 9 + 1):

sys.exit("Элементы массива должны быть в пределах -10^9<=ai<=10^9")

result = task2(arr)

print("Вывод результата:")

for item1 in result:

for item2 in item1:

print(item2, end=' ')

print()

### Задача 3

Вам задан массив 𝑎, состоящий из 𝑛 целых чисел. Индексы элементов массива начинаются с нуля (то есть первый элемент — это 𝑎0, второй — 𝑎1, и так далее).

Вы можете развернуть не более одного подмассива (последовательного отрезка) этого массива. Напомним, что подмассив 𝑎 с границами 𝑙 и 𝑟 равен 𝑎[𝑙;𝑟]=𝑎𝑙,𝑎𝑙+1,…,𝑎𝑟.

Ваша задача — развернуть такой подмассив, чтобы сумма элементов на четных позицияx получившегося массива была максимально возможной (то есть сумма элементов 𝑎0,𝑎2,…,𝑎2𝑘 для целого числа 𝑘=⌊𝑛−12⌋ должна быть максимально возможной).

Вам необходимо ответить на 𝑡 независимых наборов тестовых данных.

Входные данные  
Первая строка входных данных содержит одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤2⋅104) — количество наборов тестовых данных. Затем следуют 𝑡 наборов тестовых данных.

Первая строка набора содержит одно целое число 𝑛 (1≤𝑛≤2⋅105) — длину 𝑎. Вторая строка набора содержит 𝑛 целых чисел 𝑎0,𝑎1,…,𝑎𝑛−1 (1≤𝑎𝑖≤109), где 𝑎𝑖 — это 𝑖-й элемент 𝑎.

Гарантируется, что сумма 𝑛 не превосходит 2⋅105 (∑𝑛≤2⋅105).

Выходные данные  
Для каждого набора тестовых данных выведите ответ на отдельной строке — максимально возможная сумма элементов на четных позициях после разворота не более одного подмассива (последовательного отрезка) 𝑎.

Пример  
входные данные  
4  
8  
1 7 3 4 7 6 2 9  
5  
1 2 1 2 1  
10  
7 8 4 5 7 6 8 9 7 3  
4  
3 1 2 1  
выходные данные  
26  
5  
37  
5\

**Решение:**

import sys

def maxSubArray(a):

size = len(a)

max\_so\_far = -sys.maxsize - 1

max\_ending\_here = 0

start = 0

end = 0

s = 0

for i in range(0, size):

max\_ending\_here += a[i]

if max\_so\_far < max\_ending\_here:

max\_so\_far = max\_ending\_here

start = s

end = i

if max\_ending\_here < 0:

max\_ending\_here = 0

s = i+1

if max\_so\_far > 0:

return start, end

else:

return 0, -1

def task3(arr):

shift = []

for i in range(1, len(arr), 2):

shift.append(arr[i] - arr[i - 1])

start, end = maxSubArray(shift)

start \*= 2

end = end \* 2 + 1

l = arr[:start]

mid = arr[start:end + 1]

mid.reverse()

r = arr[end + 1:]

l.extend(mid)

l.extend(r)

sum1 = 0

for i in range(0, len(l), 2):

sum1 += l[i]

shift = []

for i in range(2, len(arr), 2):

shift.append(arr[i - 1] - arr[i])

start, end = maxSubArray(shift)

start = start \* 2 + 1

end = end \* 2 + 1 + 1

l = arr[:start]

mid = arr[start:end + 1]

mid.reverse()

r = arr[end + 1:]

l.extend(mid)

l.extend(r)

sum2 = 0

for i in range(0, len(l), 2):

sum2 += l[i]

return max(sum1, sum2)

print("Ввод данных:")

res = []

t = int(input("t = "))

if t not in range(1, 2 \* 10 \*\* 4 + 1):

sys.exit("t должно быть в пределах 1<=t<=2\*10^4")

nsum = 0

for i in range(t):

n = int(input("n = "))

nsum += n

if nsum > 2 \* 10 \*\* 5:

sys.exit("Сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 2\*10^5")

if n not in range(1, 2 \* 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=2\*10^5")

arr = input("Введите массив ").split()

arr = [int(arr[i]) for i in range(len(arr))]

if len(arr) != n:

sys.exit("Длина массива не совпадает с n")

for item in arr:

if item not in range(1, 10 \*\* 9):

sys.exit("Элементы массива должны быть в пределах 1<=ai<=10^9")

res.append(task3(arr))

print("Вывод результата:")

for i in range(t):

print(res[i])

### Задача 4

У Пети есть прямоугольная доска размера 𝑛×𝑚. Изначально на доске размещено 𝑘 фишек, 𝑖-я из них находится в клетке, на пересечении 𝑠𝑥𝑖-й строки и 𝑠𝑦𝑖-го столбца.

За одно действие Петя может сдвинуть все фишки влево, вправо, вниз или вверх на 1 ячейку.

Если фишка была в клетке (𝑥,𝑦), то после операции:

влево, ее координаты будут (𝑥,𝑦−1); вправо, ее координаты будут (𝑥,𝑦+1); вниз, ее координаты будут (𝑥+1,𝑦); вверх, ее координаты будут (𝑥−1,𝑦). Если фишка находится у стенки доски, и действие, выбранное Петей, двигает ее в направлении стены, то фишка остается на своей текущей позиции.

Обратите внимание, что несколько фишек могут располагаться в одной и той же клетке.

Для каждой фишки Петя выбрал позицию, в которой она должна побывать. Обратите внимание, что фишка не обязательно заканчивает в этой позиции.

Так как у Пети не очень много свободного времени, он готов сделать не более 2𝑛𝑚 действий, описанных выше.

Вам предстоит выяснить, какие действия должен делать Петя, чтобы все фишки побывали хотя бы раз в выбранных для них клетках. Или определить, что за 2𝑛𝑚 действий выполнить это невозможно.

Входные данные  
Первая строка содержит три целых числа 𝑛,𝑚,𝑘 (1≤𝑛,𝑚,𝑘≤200) — количество строк и столбцов доски и количество фишек соответственно.

Следующие 𝑘 содержат по два целых чисел 𝑠𝑥𝑖,𝑠𝑦𝑖 (1≤𝑠𝑥𝑖≤𝑛,1≤𝑠𝑦𝑖≤𝑚) — начальная позиция 𝑖-й фишки.

Следующие 𝑘 содержат по два целых чисел 𝑓𝑥𝑖,𝑓𝑦𝑖 (1≤𝑓𝑥𝑖≤𝑛,1≤𝑓𝑦𝑖≤𝑚) — позиция, которую должна посетить 𝑖-я фишка хотя бы раз.

Выходные данные  
В первой строке выведите количество операций, чтобы каждая фишка посетила хотя бы раз позицию, которую выбрал для нее Петя.

Во второй строке выведите последовательность операций. Для обозначения операций влево, вправо, вниз, вверх используйте символы 𝐿,𝑅,𝐷,𝑈 соответственно.

Если искомой последовательности не существует, в единственной строке выведите -1.

Примеры  
входные данные  
3 3 2  
1 2  
2 1  
3 3  
3 2  
выходные данные  
3  
DRD  
входные данные  
5 4 3  
3 4  
3 1  
3 3  
5 3  
1 3  
1 4  
выходные данные  
9  
DDLUUUURR

**Решение:**

import sys

def task4(n, m, k, start, end):

result = ""

for i in range(n - 1):

result += "U"

for i in range(m - 1):

result += "L"

for i in range(n):

if i:

result += "D"

for j in range(m - 1):

if i % 2:

result += "L"

else:

result += "R"

return [n + m + n \* m - 3, result]

print("Ввод данных:")

n, m, k = input("n, m, k = ").split()

n, m, k = int(n), int(m), int(k)

if n not in range(1, 201):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=200")

if m not in range(1, 201):

sys.exit("m должно быть в пределах 1<=m<=200")

if k not in range(1, 201):

sys.exit("k должно быть в пределах 1<=k<=200")

start = []

end = []

for i in range(int(k)):

x, y = input("sx, sy = ").split()

x, y = int(x), int(y)

if x not in range(1, n + 1):

sys.exit("sx должно быть в пределах 1<=sx<=n")

if y not in range(1, m + 1):

sys.exit("sy должно быть в пределах 1<=sy<=m")

start.append([x, y])

for i in range(int(k)):

x, y = input("fx, fy = ").split()

x, y = int(x), int(y)

if x not in range(1, n + 1):

sys.exit("fx должно быть в пределах 1<=fx<=n")

if y not in range(1, m + 1):

sys.exit("fy должно быть в пределах 1<=fy<=m")

end.append([x, y])

print("Вывод результата:")

result = task4(n, m, k, start, end)

print(result[0])

print(result[1])

### Задача 5

Летние каникулы начались, поэтому Алиса и Боб хотят играть и веселиться, но... Их мама не согласна с этим. Она говорит, что они должны прочитать какое-то количество книг перед всеми развлечениями. Алиса и Боб прочитают каждую книгу вместе, чтобы быстрее закончить это задание.

В семейной библиотеке есть 𝑛 книг. 𝑖-я книга характеризуется тремя целыми числами: 𝑡𝑖 — количество времени, которое Алиса и Боб должны потратить, чтобы прочитать ее, 𝑎𝑖 (равное 1, если Алисе нравится 𝑖-я книга, и 0, если не нравится), и 𝑏𝑖 (равное 1, если Бобу нравится 𝑖-я книга, и 0, если не нравится).

Поэтому им нужно выбрать какие-то книги из имеющихся 𝑛 книг таким образом, что:

Алисе нравятся не менее 𝑘 книг из выбранного множества и Бобу нравятся не менее 𝑘 книг из выбранного множества; общее время, затраченное на прочтение этих книг минимизировано (ведь они дети и хотят начать играть и веселиться как можно скорее). Множество, которое они выбирают, одинаковое и для Алисы и для Боба (они читают одни и те же книги), и они читают все книги вместе, таким образом, суммарное время чтения равно сумме 𝑡𝑖 по всем книгам, которые находятся в выбранном множестве.

Ваша задача — помочь им и найти любое подходящее множество книг или определить, что такое множество найти невозможно.

Входные данные  
Первая строка теста содержит два целых числа 𝑛 и 𝑘 (1≤𝑘≤𝑛≤2⋅105).

Следующие 𝑛 строк содержат описания книг, по одному описанию в строке: 𝑖-я строка содержит три целых числа 𝑡𝑖, 𝑎𝑖 и 𝑏𝑖 (1≤𝑡𝑖≤104, 0≤𝑎𝑖,𝑏𝑖≤1), где:

𝑡𝑖 — количество времени, необходимое для прочтения 𝑖-й книги;  
𝑎𝑖, равное 1, если Алисе нравится 𝑖-я книга, и 0 в обратном случае;  
𝑏𝑖, равное 1, если Бобу нравится 𝑖-я книга, и 0 в обратном случае.  
Выходные данные  
Если подходящего решения не существует, выведите число -1. Иначе выведите целое число 𝑇 — минимальное суммарное время, необходимое для прочтения подходящего множества книг.

Примеры  
входные данные  
8 4  
7 1 1  
2 1 1  
4 0 1  
8 1 1  
1 0 1  
1 1 1  
1 0 1  
3 0 0  
выходные данные  
18  
входные данные  
5 2  
6 0 0  
9 0 0  
1 0 1  
2 1 1  
5 1 0  
выходные данные  
8  
входные данные  
5 3  
3 0 0  
2 1 0  
3 1 0  
5 0 1  
3 0 1  
выходные данные  
-1

**Решение:**

import sys

import math

import itertools

def task5(arr, k):

alice\_bob = []

alice = []

bob = []

for item in arr:

if item[1] and item[2]:

alice\_bob.append(item[0])

elif item[1] and not item[2]:

alice.append(item[0])

elif not item[1] and item[2]:

bob.append(item[0])

alice\_bob.sort()

alice.sort()

bob.sort()

minsum = math.inf

alice\_bob.insert(0, 0)

alice.insert(0, 0)

bob.insert(0, 0)

alice\_bob = list(itertools.accumulate(alice\_bob))

alice = list(itertools.accumulate(alice))

bob = list(itertools.accumulate(bob))

for i in range(k + 1):

if i not in range(len(alice\_bob)):

break

books\_left = k - i

if books\_left not in range(len(alice)) or books\_left not in range(len(bob)):

continue

if alice\_bob[i] + alice[books\_left] + bob[books\_left] < minsum:

minsum = alice\_bob[i] + alice[books\_left] + bob[books\_left]

if minsum == math.inf:

return -1

return minsum

print("Ввод данных:")

n, k = input("n, k = ").split()

n, k = int(n), int(k)

if not 1 <= k <= n <= 2 \* 10 \*\* 5:

sys.exit("Несоответствие условию 1<=k<=n<=2\*10^5")

arr = []

for i in range(int(n)):

t, a, b = input("t, a, b = ").split()

t, a, b = int(t), int(a), int(b)

if t not in range(1, 10 \*\* 4 + 1):

sys.exit("t должно быть в пределах 1<=t<=10^4")

if a != 0 and a != 1:

sys.exit("a должно быть в пределах 0<=a<=1")

if b != 0 and b != 1:

sys.exit("b должно быть в пределах 0<=b<=1")

arr.append([t, a, b])

print("Вывод результата:")

print(task5(arr, k))

### Задача 6

Вам даны две последовательности целых чисел 𝑎1,…,𝑎𝑛 и 𝑏1,…,𝑏𝑚. Для каждого 𝑗=1,…,𝑚 найдите наибольший общий делитель чисел 𝑎1+𝑏𝑗,…,𝑎𝑛+𝑏𝑗.

Входные данные  
В первой строке записано два целых числа 𝑛 и 𝑚 (1≤𝑛,𝑚≤2⋅105).

Во второй строке записано 𝑛 целых чисел 𝑎1,…,𝑎𝑛 (1≤𝑎𝑖≤1018).

В третьей строке записано 𝑚 целых чисел 𝑏1,…,𝑏𝑚 (1≤𝑏𝑗≤1018).

Выходные данные  
Выведите 𝑚 целых чисел. 𝑗-е из этих чисел должно быть равно НОД(𝑎1+𝑏𝑗,…,𝑎𝑛+𝑏𝑗).

Пример  
входные данные  
4 4  
1 25 121 169  
1 2 7 23  
выходные данные  
2 3 8 24

**Решение:**

import sys

import math

import itertools

def task6(arr, a, b):

arr.insert(0, 0)

arr.insert(0, 0)

mincost = math.inf

arr\_acc = list(itertools.accumulate(arr))

for i in range(1, len(arr) - 1):

cost = a \* arr[i] + b \* arr\_acc[-1] - b \* (arr\_acc[i - 1] + arr[i] \* (len(arr) - i - 1))

if cost < mincost:

mincost = cost

return mincost

print("Ввод данных:")

result = []

t = int(input("t = "))

if t not in range(1, 1001):

sys.exit("t должно быть в пределах 1<=t<=1000")

nsum = 0

for i in range(t):

n, a, b = input("n, a, b = ").split()

n, a, b = int(n), int(a), int(b)

nsum += n

if nsum > 2 \* 10 \*\* 5:

sys.exit("Сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 2\*10^5")

if n not in range(1, 2 \* 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=2\*10^5")

if a not in range(1, 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("a должно быть в пределах 1<=a<=10^5")

if b not in range(1, 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("b должно быть в пределах 1<=b<=10^5")

arr = input("Введите массив ").split()

arr = [int(arr[i]) for i in range(len(arr))]

if len(arr) != n:

sys.exit("Длина массива не совпадает с n")

prev = 0

for item in arr:

if item <= prev or item not in range(1, 10 \*\* 8 + 1):

sys.exit("Несоответствие условию 1<=x1")

prev = item

result.append(task6(arr, a, b))

print("Вывод результата:")

for item in result:

print(item)

### Задача 7

Вам даны две последовательности целых чисел 𝑎1,…,𝑎𝑛 и 𝑏1,…,𝑏𝑚. Для каждого 𝑗=1,…,𝑚 найдите наибольший общий делитель чисел 𝑎1+𝑏𝑗,…,𝑎𝑛+𝑏𝑗.

Входные данные  
В первой строке записано два целых числа 𝑛 и 𝑚 (1≤𝑛,𝑚≤2⋅105).

Во второй строке записано 𝑛 целых чисел 𝑎1,…,𝑎𝑛 (1≤𝑎𝑖≤1018).

В третьей строке записано 𝑚 целых чисел 𝑏1,…,𝑏𝑚 (1≤𝑏𝑗≤1018).

Выходные данные  
Выведите 𝑚 целых чисел. 𝑗-е из этих чисел должно быть равно НОД(𝑎1+𝑏𝑗,…,𝑎𝑛+𝑏𝑗).

Пример  
входные данные  
4 4  
1 25 121 169  
1 2 7 23  
выходные данные  
2 3 8 24

**Решение:**

import sys

def gcd(a, b):

while a != 0 and b != 0:

if a > b:

a = a % b

else:

b = b % a

return a + b

def gcd\_arr(arr):

result = arr[0]

for i in range(1, len(arr)):

result = gcd(result, arr[i])

return result

def task7(a, b):

a = list(map(int, a))

a.sort()

b = list(map(int, b))

arr = [a[i] - a[0] for i in range(0, len(a))]

gcd\_part = gcd\_arr(arr)

result = []

for j in range(len(b)):

result.append(gcd(a[0] + b[j], gcd\_part))

return result

print("Ввод данных:")

n, m = input("n, m = ").split()

n, m = int(n), int(m)

if n not in range(1, 2 \* 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=2\*10^5")

if m not in range(1, 2 \* 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("m должно быть в пределах 1<=m<=2\*10^5")

a = input("a = ").split()

a = [int(a[i]) for i in range(len(a))]

if len(a) != n:

sys.exit("Длина массива a не совпадает с n")

for item in a:

if item not in range(1, 10 \*\* 18 + 1):

sys.exit("ai должно быть в пределах 1<=ai<=10^18")

b = input("b = ").split()

b = [int(b[i]) for i in range(len(b))]

if len(b) != m:

sys.exit("Длина массива b не совпадает с m")

for item in b:

if item not in range(1, 10 \*\* 18):

sys.exit("bj должно быть в пределах 1<=bj<=10^18")

result = task7(a, b)

print("Вывод результата:")

for item in result:

print(item, end = ' ')

### Задача 8

Вам заданы два массива целых чисел 𝑎 и 𝑏 длины 𝑛.

Вы можете развернуть не более одного подмассива (последовательного отрезка) массива 𝑎.

Ваша задача состоит в том, чтобы перевернуть такой подмассив, чтобы сумма ∑𝑖=1𝑛𝑎𝑖⋅𝑏𝑖 была максимально возможной.

Входные данные  
Первая строка содержит одно целое число 𝑛 (1≤𝑛≤5000).

Вторая строка содержит 𝑛 целых чисел 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛 (1≤𝑎𝑖≤107).

Третья строка содержит 𝑛 целых чисел 𝑏1,𝑏2,…,𝑏𝑛 (1≤𝑏𝑖≤107).

Выходные данные  
Выведите одно целое число — максимально возможную сумма после разворота не более одного подмассива (последовательного отрезка) 𝑎.

Примеры  
входные данные  
5  
2 3 2 1 3  
1 3 2 4 2  
выходные данные  
29  
входные данные  
2  
13 37  
2 4  
выходные данные  
174  
входные данные  
6  
1 8 7 6 3 6  
5 9 6 8 8 6  
выходные данные  
235  
Примечание  
В первом примере можно перевернуть подмассив [4,5]. Тогда 𝑎=[2,3,2,3,1] и 2⋅1+3⋅3+2⋅2+3⋅4+1⋅2=29.

Во втором примере не нужно использовать операцию. 13⋅2+37⋅4=174.

В третьем примере можно перевернуть подмассив [3,5]. Тогда 𝑎=[1,8,3,6,7,6] и 1⋅5+8⋅9+3⋅6+6⋅8+7⋅8+6⋅6=235.

**Решение:**

import sys

def task8(a, b):

a.insert(0, 0)

b.insert(0, 0)

amulb\_acc = [0]

for i in range(1, len(a)):

amulb\_acc.append(a[i] \* b[i])

amulb\_acc[i] += amulb\_acc[i - 1]

maxval = amulb\_acc[-1]

currmax = maxval

for mid in range(len(a)):

l = mid - 1

r = mid + 1

currmax = amulb\_acc[-1]

while l >= 1 and r <= len(a) - 1:

currmax += a[r] \* b[l] + a[l] \* b[r]

currmax -= amulb\_acc[r] - amulb\_acc[r - 1] + amulb\_acc[l] - amulb\_acc[l - 1]

maxval = currmax if currmax > maxval else maxval

l -= 1

r += 1

l = mid

r = mid + 1

currmax = amulb\_acc[-1]

while l >= 1 and r <= len(a) - 1:

currmax += a[r] \* b[l] + a[l] \* b[r]

currmax -= amulb\_acc[r] - amulb\_acc[r - 1] + amulb\_acc[l] - amulb\_acc[l - 1]

maxval = currmax if currmax > maxval else maxval

l -= 1

r += 1

return maxval

print("Ввод данных:")

n = int(input("n = "))

if n not in range(1, 5001):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=5000")

a = input("a = ").split()

a = [int(a[i]) for i in range(len(a))]

if len(a) != n:

sys.exit("Длина массива a не совпадает с n")

for item in a:

if item not in range(1, 10 \*\* 7):

sys.exit("ai должно быть в пределах 1<=ai<=10^7")

b = input("b = ").split()

b = [int(b[i]) for i in range(len(b))]

if len(b) != n:

sys.exit("Длина массива b не совпадает с n")

for item in b:

if item not in range(1, 10 \*\* 7):

sys.exit("bi должно быть в пределах 1<=bi<=10^7")

print("Вывод результата:")

print(task8(a, b))

### Задача 9

Жил-был в одной стране Царь по имени Цопа. После очередной царской реформы полномочия Царя стали настолько широкими, что, в частности, он стал собственноручно заниматься финансовой отчётностью.

Известен суммарный доход A его Царства по итогам 0-го года, и суммарный доход B по итогам n-го года (оба числа могут быть отрицательными, что означает — в этот год экономика Царства была убыточной).

Царь хочет продемонстрировать финансовую стабильность, для этого ему надо подобрать единый коэффициент X — коэффициент роста дохода Царства за один год. Этот коэффициент должен удовлетворять уравнению:

A·Xn = B. Разумеется, Царь не собирается делать такую работу вручную, и требует от вас написать программу, ищущую этот коэффициент X.

Следует отметить, что дробные числа крайне не любят в экономических структурах Царства, поэтому как входные данные, так и искомый коэффициент должны быть целыми. Искомый коэффициент X может оказаться равным нулю или даже быть отрицательным.

Входные данные  
В единственной строке записаны три целых числа A, B, n, удовлетворяющих условиям: |A|, |B| ≤ 1000, 1 ≤ n ≤ 10.

Выходные данные  
Выведите единственное целое число — искомый целый коэффициент X, или фразу «No solution», если такого коэффициента не существует, или он не целый. Если ответов несколько, выведите любой.

Примеры  
входные данные  
2 18 2  
выходные данные  
3  
входные данные  
-1 8 3 выходные данные  
-2  
входные данные  
0 0 10  
выходные данные  
5  
входные данные  
1 16 5  
выходные данные  
No solution

**Решение:**

import sys

def task9(A, B, n):

for X in range(-1000, 1001):

if A \* (X\*\*n) == B:

return X

return "No solution"

print("Ввод данных:")

A, B, n = input("A, B, n = ").split()

A, B, n = int(A), int(B), int(n)

if A not in range(-1000, 1001):

sys.exit("A должно быть в пределах -1000<=A<=1000")

if B not in range(-1000, 1001):

sys.exit("B должно быть в пределах -1000<=B<=1000")

if n not in range(1, 11):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=10")

print("Вывод результата:")

print(task9(A, B, n))

### Задача 10

У Алисы есть торт, и она собирается его разрезать. Она выполнит следующую операцию 𝑛−1 раз: выберет кусочек пирога (изначально весь торт является одним куском) с весом 𝑤≥2 и разрежем его на два более маленьких кусочка с весами ⌊𝑤2⌋ и ⌈𝑤2⌉ (⌊𝑥⌋ и ⌈𝑥⌉ обозначают округление вниз и вверх, соответственно).

После того как Алиса разрежет торт на 𝑛 кусочков, она расположит эти 𝑛 кусочков на столе в произвольном порядке. Обозначим за 𝑎𝑖 вес 𝑖-го кусочка.

Вам дан массив 𝑎. Определите, существует ли некоторый начальный вес торта и последовательность операций разрезания такие, чтобы веса кусочков получались равными 𝑎.

Входные данные  
Первая строка содержит одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤104) — количество наборов входных данных.

Первая строка каждого набора содержит одно целое число 𝑛 (1≤𝑛≤2⋅105).

Вторая строка содержит 𝑛 целых чисел 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛 (1≤𝑎𝑖≤109).

Гарантируется, что сумма 𝑛 для всех наборов входных данных не превышает 2⋅105.

Выходные данные  
Для каждого набора входных данных выведите одну строку: выведите YES, если массив 𝑎 может быть получен с помощью действий Алисы, иначе выведите NO.

Вы можете выводить буквы в любом регистре (например, YES, Yes, yes, yEs будут приняты как положительный ответ).

Пример  
входные данные  
14  
1  
327  
2  
869 541  
2  
985214736 985214737  
3  
2 3 1  
3  
2 3 3  
6  
1 1 1 1 1 1  
6  
100 100 100 100 100 100  
8  
100 100 100 100 100 100 100 100  
8  
2 16 1 8 64 1 4 32  
10  
1 2 4 7 1 1 1 1 7 2  
10  
7 1 1 1 3 1 3 3 2 3  
10  
1 4 4 1 1 1 3 3 3 1  
10  
2 3 2 2 1 2 2 2 2 2  
4  
999999999 999999999 999999999 999999999  
выходные данные  
YES  
NO  
YES  
YES  
NO  
YES\

NO  
YES  
YES  
YES  
YES  
NO  
NO  
YES  
Примечание  
В первом примере можно получить массив 𝑎, выполнив 0 операций с тортом веса 327.

Во втором примере невозможно получить массив 𝑎.

В третьем примере можно получить массив 𝑎, выполнив 1 операцию с тортом веса 1970429473:

Разрезать торт пополам, веса будут равны [985214736,985214737]. Обратите внимание, что начальный вес торта может быть больше 109. В четвертом примере можно получить массив 𝑎 выполнив 2 операции над тортом веса 6:

Разрезать торт пополам, веса кусочков будут равны [3,3]. Разрезать один из кусочков веса 3, веса кусочков будут равны [1,2,3], что совпадает с [2,3,1] с точностью до порядка.

**Решение:**

import math

import heapq

import sys

def task10(w1):

w1 = [-item for item in w1]

w2 = [sum(w1)]

heapq.heapify(w1)

heapq.heapify(w2)

while len(w1) != 0 and len(w2) != 0:

if w1[0] < w2[0]:

return "NO"

elif w1[0] == w2[0]:

heapq.heappop(w1)

heapq.heappop(w2)

else:

item = heapq.heappop(w2)

heapq.heappush(w2, math.ceil(item / 2))

heapq.heappush(w2, math.floor(item / 2))

return "YES"

print("Ввод данных:")

result = []

t = int(input("t = "))

if t not in range(1, 10 \*\* 4):

sys.exit("t должно быть в пределах 1<=t<=10^4")

nsum = 0

for i in range(t):

n = int(input("n = "))

nsum += n

if nsum > 2 \* 10 \*\* 5:

sys.exit("Сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 2\*10^5")

if n not in range(1, 2 \* 10 \*\* 5 + 1):

sys.exit("n должно быть в пределах 1<=n<=2\*10^5")

arr = input("Введите массив ").split()

arr = [int(arr[i]) for i in range(len(arr))]

if len(arr) != n:

sys.exit("Длина массива не совпадает с n")

for item in arr:

if item not in range(1, 10 \*\* 9):

sys.exit("ai должно быть в пределах 1<=ai<=10 \*\* 9")

result.append(task10(arr))

print("Вывод результата:")

for item in result:

print(item)

Вывод

В ходе выполнения курсовой работы я успешно выполнил все поставленные задачи и закрепил полученные в ходе изучения данной дисциплины знания.