Definice 3.9 (Výpočet nedeterministického fuzzy automatu) Mějme nedeterminsitický fuzzy automat **A**. Každou posloupnost konfigurací $(w_0, \widehat{Q}_0), \dots, (w_m, \widehat{Q}_m)$ splňující pro každé $0 \le i < m$

1. $w_i = aw_{i+1}$ kde $a \in \Sigma$
2. $\widehat{Q}_{i+1} = \widehat{Q}_i \circ \widehat{\mu}(\widehat{Q}_i, a)$

nazýváme výpočet automatu **A** z fuzzy stavu $\widehat{Q}_0$ při vstupu w_0.

Vidíme, že výpočet je definován rekurentně. Zápis můžeme přeformulovat do podoby rozšířené přechodové funkce [15].

Definice 3.10 (Rozšířená přechodová funkce) Mějme nedeterministický fuzzy automat **A**. Pak rozšířená přechodová funkce je fuzzy relace $\mu^* : Q \times \Sigma^* \times Q \to [0, 1]$ daná následujícím předpisem:

1. $\mu^*(q, \epsilon, q) = 1$ pro všechna $q \in Q$
2. $\mu^*(q, ua, q') = \bigoplus_{p \in Q} \mu^*(q, u, p) \otimes \mu(p, a, q')$ pro všechna $q, q' \in Q, u \in \Sigma^*, a \in \Sigma$

Rozšířená přechodová funkce fuzzy stavů zřejmě plní funkci výpočtu automatu. Výraz $\mu^*(q, w, q')$ odpovídá stupni, v jakém automat přejde při zpracování řetězce w ze stavu q do stavu q'.

Stupeň $\mathbf{A}(w)$, v jakém je řetězec w automatem **A** přijat, je určen pro všechny dvojice stavů q a q' pravdivostí trvzení „stav q je počáteční a současně automat přejde při vstupu w ze stavu q do stavu q' a současně stav q' je koncový“. Je tedy třeba určit t-normu hodnot $\sigma(q)$, $\mu^*(q, w, q')$ a $\eta(q')$. Ze všech dvojic stavů q, q' nás zajímá ta, při které je výpočet prováděn v nejvyšším stupni. Můžeme tedy zapsat:

Definice 3.11 (Řetězec přijímaný automatem) Mějme nedeterministický fuzzy automat **A**. Pak řětězec $w \in \Sigma^*$ je automatem **A** přijat ve stupni

$$\mathbf{A}(w) = \bigoplus_{q, q' \in Q} (\sigma(q) \otimes \mu^*(q, w, q') \otimes \eta(q')) \tag{1}$$

Poznámka 3.2. *V literatuře (např. [13, 15, 16]) se obvykle lze setkat s „techničtějším“ zápisem ať už jen rozšířené přechodové funkce, tak* $\mathbf{A}(w)$. *Pro řetězec* $w = a_0 \dots a_n$ *rozvojem rekurence* μ^* *můžeme napsat (poznamenejme, že*

$\mu^*(q, \epsilon, p_0) = 1$ pokud $q = p_0$, jinak 0):

$$\mu^*(q, a_0 \dots a_n, q') =$$
$$= \bigoplus_{p_n \in Q} \left(\cdots \bigoplus_{p_0 \in Q} (\mu^*(q, \epsilon, p_0) \otimes \mu(p_0, a_0, p_1)) \cdots \otimes \mu(p_n, a_n, q') \right) =$$
$$= \bigoplus_{p_n \in Q} \cdots \bigoplus_{p_1 \in Q} (\mu(q, a_0, p_1) \otimes \mu(p_1, a_1, p_2) \otimes \cdots \otimes \mu(p_n, a_n, q')) =$$
$$= \bigoplus_{(p_n, \dots, p_1) \in Q^n} \mu(q, a_0, p_1) \otimes \mu(p_1, a_1, p_2) \otimes \cdots \otimes \mu(p_n, a_n, q')$$

Poté může být (1) zapsána jako:

$$\mathbf{A}(a_0 \dots a_n) = \bigoplus_{(q, p_n, \dots, p_1, q') \in Q^{n+1}} (\sigma(q) \otimes \mu(q, a_0, p_1) \otimes \mu(p_1, a_1, p_2) \dots$$
$$\cdots \otimes \mu(p_n, a_n, q') \otimes \eta(q'))$$

Tento zápis intuitivněji popsuje výpočet automatu. Tento zápis totiž můžeme chápat tak, že automat projde všechny $(n + 1)$ prvkové posloupnosti stavů q, q_n, $\dots$, q_1, q (tj. všechny možné cesty v grafu automatu) pro každou z nich spočítá stupeň, v jakém by byl automatem přijat a vybere tu s nejvyšším stupněm.

Vzhledem k tomu, že počet cest je roven $|Q|^{n+1}$ a každá cesta je tvořena $n + 1$ stavy, automat při svém výpočtu musí navštívit $|Q|^{n+1}(n + 1)$ stavů. Časová složitost je tak exponenciální vzhledem k délce vstupního řetězce[4].

Podobně, jak u bivalentních automatů, jazyk rozpoznávaný automatem je množina všech řetězců, které jsou tímto automatem rozpoznávané. U fuzzy automatu se však bude pochopitelně jednat o fuzzy jazyk.

Definice 3.12 (Jazyk rozpoznávaný automatem)

Mějme nedeterministický fuzzy automat $\mathbf{A}$. Pak fuzzy množinu $\mathcal{L}(\mathbf{A})(w) = \mathbf{A}(w)$ nad univerzem Σ^* nazýváme fuzzy jazyk rozpoznávaný automatem $\mathbf{A}$.

Příklad 3.13 (Výpočet fuzzy automatu)

Uvažujme automat $\mathbf{A}$ z příkladu 3.4 a řetězec $a\ b\ a$. Použijeme-li Gödelovu t-normu, pak automat postupně projde při svém výpočtu následujícími fuzzy stavy:

$$\{q_0/1, q_1/0{,}1\}, \{q_0/1, q_1/0{,}8\}, \{q_0/0{,}9, q_2/0{,}8\}, \{q_0/0{,}9, q_1/0{,}8\}$$

Řetězec je tak přijímán ve stupni 0,8.[5]

Dále pak řetězec $a\ a\ b\ b\ b$ je příjímán ve stupni 0,6 a řetězec $b\ a$ ve stupni 0,8.

[4]Výpočet však může být optimalizován. Pokud některý přechod není definován (tj. automat by jej realizoval v nulovém stupni) můžou být cesty, procházející tímto přechodem při vypočtu vynechány.

[5]Pokud namísto Gödelovy t-normy použijeme Łukasiewiczovu, je řětězec přijímán ve stupni 0,7. Pokud použijeme produktovou, je příjímán ve stupni 0,72.