

Aplikace fuzzy a pravděpodobnostních automatů

Martin Jašek

12. září 2016 — ??

Obsah

0.1	Ostatní důležité pojmy	2
0.2	Další pojmy z úvodu do teorie automatů	2
0.2.1	Gramatiky	2
1	Fuzzy automaty, jazyky, gramatiky a regulérní výrazy	3
1.1	Jazyk rozpoznávaný fuzzy automatem	3
10 1.2	Fuzzy a bivalentní regulérní jazyky	3
1.3	Fuzzy regulární výrazy	4
2	Fuzzy tree automaty	5
2.1	Použití fuzzy tree automatů	5
3	Buněčné fuzzy automaty	5
3.1	Obecně k aplikacím	5
3.2	Zpracování obrazu	6
4	Strojové učení	6
4.1	Reálné příklady použití	6
5	Biologie a medicína	6
20 6	Další aplikace	7
6.1	Pattern matching, další příklady	7
6.2	Ostatní a nezařezeno	7
7	Pravděpodobnostní automaty	7
8	Konkrétní příklady	7
8.1	Automat jako „lepší“ reprezentace něčeho	7

0.1 Ostatní důležité pojmy

Nedeterministický fuzzy automat s ϵ přechody

{def-NedFuzzAutEpsPre}

Definice 0.1 (Nedeterministický fuzzy automat s ϵ přechody). (zde bude doplněno: dohledat přesně, zkontrolovat a ozdrojovat) Nedeterministický fuzzy automat A je pětice $(Q, \Sigma, \mu, \sigma, \eta)$, kde Q je konečná množina stavů, Σ je abeceda, μ je fuzzy přechodová funkce (fuzzy relace $Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times Q \rightarrow [0, 1]$) a σ a η jsou po řadě fuzzy množiny nad Q počátečních, resp. koncových stavů.

(zde bude doplněno: Tady by asi bylo vhodné rozebrat ϵ -uzávěry)

Reprezentace fuzzy automatu

(zde bude doplněno: dohledat zdroje)

(zde bude doplněno: Značení fuzzy množiny $\sigma = \{x/0.5\}$ vs. $\sigma(x) = 0.5$)

Přechodový diagram: Notace s lomítky např. zde: [3].

Tabulka: stav \times symbol nebo stav \times stav [4]?

0.2 Další pojmy z úvodu do teorie automatů

0.2.1 Gramatiky

Gramatiky (přesněji „formální gramatiky“) jsou nástroje pro popis jazyků. Gramatika určuje, jakým způsobem lze jazyk vygenerovat. Následující pojmy jsou převzaty z [?].

Gramatika

Definice 0.2 (Formální gramatika). Jako formální gramatiku označujeme čtveřici (N, T, P, S) , kde

1. N je abeceda tzv. neterminálních symbolů
2. T je abeceda tzv. terminálních symbolů ($T \cap N = \emptyset$)
3. P je množina přechodových pravidel, kde každé pravidlo je ve tvaru $x \rightarrow y$,
50 $x, y \in (N \cup T)^*$ a x obsahuje alespoň jeden neterminál
4. S je počáteční neterminál ($S \in N$)

Mějme gramatiku $G = (N, T, P, S)$ takovou, že $X \in N$, $y \in T$ a $X \rightarrow y \in P$. Pak pro libovolné $u, v \in (N \cup T)^*$ o řetězci uyv říkáme, že vznikl přímým odvozením z řetězce uXv (píšeme $uXv \Rightarrow uyv$). Posloupnost $w_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow w_n$ řetězců $w_1, \dots, w_n \in (N \cup T)^*$ zapisujeme $w_1 \Rightarrow^* w_n$ a nazýváme derivace.

Jako jazyk generovaný gramatikou G značíme následující množinu:

$$L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$$

Příklad 0.1. Mějme gramatiku $G = (N, T, P, S)$, kde $N = \{M\}$, $T = \{a, b\}$, $P = \{S \rightarrow aM, M \rightarrow Sb, M \rightarrow b\}$. Pak platí $S \Rightarrow aM \Rightarrow aSb \Rightarrow aaMb \Rightarrow aabb$ a $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$.

Regulérní gramatika

60 Regulérní gramatika je speciálním případem gramatiky. Tento typ gramatiky má zásadní vliv pro studium automatů.

Definice 0.3 (Regulérní gramatika). *Gramatika $G = (N, T, P, S)$ se nazývá regulérní, pokud každé z jejích pravidel je ve tvaru $X \Rightarrow aY$ nebo $X \Rightarrow a$, kde $X, Y \in N$ a $a \in T$ a dále platí, že S se nevyskytuje na pravé straně žádného pravidla.*

Jazyk generovaný regulérní gramatikou se nazývá regulérní jazyk.

Příklad 0.2. *Regulérní gramatikou je například gramatika $G = (N, T, P, S)$, kde $N = \{R\}$, $T = \{a, b\}$, $P = \{ S \rightarrow aR, R \rightarrow aR, R \rightarrow bR, R \rightarrow a \}$.*

Regulérní gramatiky (a jim odpovídající jazyky) mají spoustu zajímavých 70 vlastností. Uvedeme zde pouze jednu důležitou vlastnost.

Věta 0.1. *Každý konečný jazyk L je regulérním jazykem.*

{the:FinRegLang}

Důkaz. Má-li být jazyk L regulérním pak pro něj musí existovat gramatika G , která jej generuje. Podrobnější důkaz lze najít v literatuře. \square

1 Fuzzy automaty, jazyky, gramatiky a regulérní výrazy

(zde bude doplněno: nějak to uvést. Budou pojmy jako regulérní jazyk a gramatika popsány v nějaké předchozí kapitole?)

(zde bude doplněno: pojem „Lattice language“)

80 *(zde bude doplněno: značení: „Fuzzy množina ϕ “ vs. „ L -množina $\phi : X \rightarrow L$ “; „fuzzy podmnožina“ vs. „fuzzy množina nad“)*

1.1 Jazyk rozpoznávaný fuzzy automatem

Věta 6.3 [6] (pro lattice monoid, není to někde jen pro $[0, 1]$?).

Dle definice 4 [3] je fuzzy regulární jazyk fuzzy podmnožina bivalentního.

Automat s bivalentní μ and η (a fuzzy σ) taky rozpoznává fuzzy regulérní jazyk [2]. Neřešil něco takového i Bel? Jinak řečeno, support konečný automat [3].

Dále např. [?].

1.2 Fuzzy a bivalentní regulérní jazyky

Univerzum fuzzy jazyka je regulérní jazyk, pozorování 6.1 [6].

90 Stejně tak, zaříznutý jazyk (α -řez jazyka) je také regulérní, věta 2.2 [2].

Pumping lemma pro fuzzy regulérní jazyky, lemma 4-7 pro různé typy automatů [3].

Uzávěrové vlastnosti fuzzy regulérních jazyků, např. [2].

1.3 Fuzzy regulární výrazy

LiPed-FuzzFinAutFuzzRegExMembValLattOrdMon, definice 5.1, 5.2 (+ opsat důkaz, že $[0, 1]$ je lattice monoid) [6].

Algoritmus převodu reg na aut, [5]. Ale zdá se mi to až moc složité.

2 Fuzzy tree automaty

100 V následujících podkapitolách budou fuzzy tree automaty demonstrovány na konkrétních příkladech.

2.1 Použití fuzy tree automatů

Fuzzy tree automaty je možné použít všude tam, kde je třeba rozpoznávat určitým způsobem stromově strukturovaná data. Konečnost množiny \mathcal{Q} , pro kterou je definována přechodová funkce μ_X neterminálů $X \in N$ však přináší omezení na aritu každého uzlu, která tak vždy musí být konečným číslem.

Konečnost množiny \mathcal{Q} však teoreticky nemusí být nutná. Teoreticky by šlo jako vzory funkce μ_X namísto konkrétních řetězců nad \mathcal{Q} použít například regulární výraz popisující celou třídu takových řetězců (například $(q_0 \mid q_1)^+$). To by však zkomplikovalo implementaci takového automatu a proto toto rozšíření 110 nebude uvažováno.

Důležité však je, že automat umožňuje rozpoznávat rekurzivní stromy. Rekurze je dosaženo (opakovaným) přechodem ze stavu do téže stavu (v nenulovém stupni).

3 Buněčné fuzzy automaty

3.1 Obecně k aplikacím

Buněčné automaty (obecně) nacházejí široké uplatnění v rozličných oblastech. Dle [?] se s nimi lze setkat v matematice, informatice, fyzice, biologii, společenských vědách, např. filozofii a umění. Používají se například pro simulace fyzikálních dějů (např. difuze, tok tekutin), krystalizace, biologickým, urbanistickým, envi- 120 ronmentalistickým a geografickým simulacím či například ke generování fraktálů.

Co se buněčných fuzzy automatů týče, jejich aplikace nejsou tak rozšířené. Jedním z důvodů, proč tomu tak je, je velká podobnost bivalentních buněčných automatů a buněčných fuzzy automatů. Jak bylo uvedeno v předchozí podkapitole, $[0, 1]$ -buněčný fuzzy automat je jen speciálním případem klasického byvalentního. Obdobně, práce s fuzzy If-Then pravidly je vlastně jen speciální případ klasických If-Then pravidel.

Například [?] používá čísla z intervalu $[0, 1]$ jako vstupní informaci. [?] používá automat podobný buněčnému automatu s fuzzy logikou, který navíc pracuje se stavy na intervalu $[0, 1]$. Obdobně, [1] používá buněčné automaty v kombinaci s 130 určitou formou fuzzy logiky (avšak automat napovažují za buněčný fuzzy automat). V [?] je použit automat pracující na intervalu $[0, 255]$, který by šel snadnou modifikací konvertován na $[0, 1]$ -buněčný fuzzy automat. Automat v [?] vykazuje určitou náhodnost a bylo by tak možné považovat jej za pravděpodobnostní.

Další varianty buněčných automatů a jejich uplanění jsou vyjmenovány v [?]. Ve všech případech se uvažují vždy dvoudimenzionální buněčné automaty.

Aplikace fuzzy automatů se dají rozdělit do dvou kategorií. Do první z nich spadají urbanistické simulace. Pomocí buněčných fuzzy automatů tak byly řešeny simulace hustoty dopravy [?], růstu mořských řas u pobřeží [?] či plánování elektrické rozvodné sítě. Zdaleka nejběžnější však bylo nasazení buněčných fuzzy 140 automatů na řešení problému městského růstu. Z tohoto důvodu bude tomuto problému věnována samostatná podkapitola.

Další oblastí, kde nalezly buněčné fuzzy automaty uplatnění je zpracování obrazu. Používají se například na zaostřování obrazů [?][?], hledání hran [?][?], vyhledávání vzorů [?][?] či odstranění šumu [?][?][?]. V následujících podkapitolách budou některé takové techniky rozebrány podrobněji.

Co se pravděpodobnostních buněčných automatů týče, ty nacházejí uplatnění všude tam, kde je třeba dodat náhodnost a nepravidelnost. Například pro problém simulace městského růstu [?][?]. Dále pak například pro náhodné generátory, generátory šumu, simulace pohybu částic, difuze částic či nukleace (vznik krystalů) [?].

Před studiem samotných aplikací je nutné dodat, že aplikace zde popsané jsou pouze teoretickým popisem sestaveným na základě použitých zdrojů. Každá z těchto aplikací vyžaduje kalibraci parametrů (např. počet generací, návrh fuzzy množin) a přizpůsobení na míru konkrétní instance problému. Většina zdrojů proto automaticky kombinuje několik technik dohromady. Například [?][?] využívají buněčné fuzzy automaty v kombinaci s neuronovými sítěmi, v [?] s genetickými algoritmy a [?][?] s pomocí učícího se automatu. *(zde bude doplněno: dohledat, vysvětlit a ocitovat, co to je učící se automat)* Většinou je také nutná hluboká znalost dané problematiky, nejlépe přítomnost experta.

3.2 Zpracování obrazu

4 Strojové učení

4.1 Reálné příklady použití

Autor sám přichází s myšlenkou, že kombinace fuzzy automatů a strojového učení má poměrně značný potenciál pro uplatnění v praxi. Kombinace fuzzy automatů, které poměrně jednoduše, avšak poměrně restriktivně popisují určitý jazyk mohou být pomocí strojového učení snadno upraveny na mocnější nástroje. Důvod, proč se však nepoužívají vidí v současném boomu neuronových sítí jako takových, které utlačují všechny ostatní techniky strojového učení.

5 Biologie a medicína

6 Další aplikace

6.1 Pattern matching, další příklady

(zde bude doplněno: zavést pojem lingvistická veličina (aka takový to fuzzy výrok/fuzzy množina)? L. A. Zadeh, “The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning”, Information sciences, 1975.)

6.2 Ostatní a nezařezeno

V [?] používají fuzzy automat pro vylepšení (zefektivnění) human-robot interakce. Nikde však neuvádějí, jak konkrétně.

7 Pravděpodobností automaty

8 Konkrétní příklady

8.1 Automat jako „lepší“ reprezentace něčeho

Markovův řetěz (probabilistický (dvoj)stavový systém). Petriho sítě (petri nets). Rozhodovací stromy. Řídící systémy, událostní systémy (ale není to to samé, co petriho sítě?). [?]

Reference

- [1] Prof. Sagar A. More Dhiraj Kumar Patel. Edge detection technique by fuzzy logic and cellular learning automata using fuzzy image processing. *International Conference on Computer Communication and Informatics*, 2013.
- [2] S.S. Yau G.F. DePalma. Fractionally fuzzy grammars with application to pattern recognition. *US–Japan Seminar on Fuzzy Sets and their Applications*, 1974. článek jako e-book: <http://bit.ly/2cumxjz>, výcuc v MorMal-FuzzAutAndLangs 10.7.
- [3] José R. Garitagoitia José R. González de Mendivil. Fuzzy languages with infinite range accepted by fuzzy automata: Pumping lemma and determinization procedure. *Fuzzy sets and Systems*, 2014.
- [4] S. C. Kremer M. Doostfateme. New directions in fuzzy automata. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2004.
- [5] Miroslav Stamenkovic, Aleksandar; Ciric. Construction of fuzzy automata from fuzzy regular expressions. *Fuzzy Sets and Systems*, 2012.
- [6] Witold Pedrycz Yongming Li. Fuzzy finite automata and fuzzy regular expressions with membership values in lattice-ordered monoids. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005.