

2017 年自动控制原理期末考试卷与答案

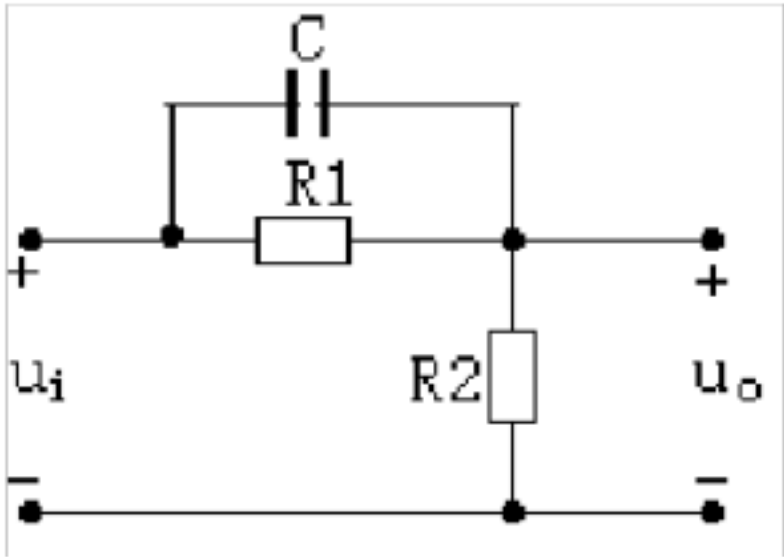
一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

- 1、对自动控制系统的基本要求可以概括为三个方面，即：稳定性、快速性和准确性。
- 2、控制系统的 输出拉氏变换与输入拉氏变换在零初始条件下的比值 称为传递函数。
- 3、在经典控制理论中，可采用 劳斯判据 (或：时域分析法)、根轨迹法或奈奎斯特判据 (或：频域分析法) 等方法判断线性控制系统稳定性。
- 4、控制系统的数学模型，取决于系统 结构 和 参数，与外作用及初始条件无关。
- 5、线性系统的对数幅频特性，纵坐标取值为 $20\lg A(\omega)$ (或： $L(\omega)$)，横坐标为 $\lg \omega$ 。
- 6、奈奎斯特稳定判据中， $Z = P - R$ ，其中 P 是指 开环传函中具有正实部的极点的个数， Z 是指 闭环传函中具有正实部的极点的个数， R 指 奈氏曲线逆时针方向包围 $(-1, j0)$ 的整圈数。
- 7、在二阶系统的单位阶跃响应图中， t_s 定义为 调整时间。 $\sigma\%$ 是 超调量。
- 8、设系统的开环传递函数为 $\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$ ，则其开环幅频特性为 $A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(T_1\omega)^2+1}\sqrt{(T_2\omega)^2+1}}$ ，相频特性为 $(\omega) = -90^\circ - \text{tg}^{-1}(T_1\omega) - \text{tg}^{-1}(T_2\omega)$ 。
- 9、反馈控制又称偏差控制，其控制作用是通过 给定值 与反馈量的差值进行的。
- 10、若某系统的单位脉冲响应为 $g(t) = 10e^{-0.2t} - 5e^{-0.5t}$ ，则该系统的传递函数 $G(s)$ 为 $\frac{10}{s+0.2} - \frac{5}{s+0.5}$ 。
- 11、自动控制系统有两种基本控制方式，当控制装置与受控对象之间只有顺向作用而无反向联系时，称为 开环控制系统；当控制装置与受控对象之间不但有顺向作用而且还有反向联系时，称为 闭环控制系统；含有测速发电机的电动机速度控制系统，属于 闭环控制系统。
- 12、根轨迹起始于 开环极点，终止于 开环零点。
- 13、稳定是对控制系统最基本的要求，若一个控制系统的响应曲线为衰减振荡，则该系统 稳定。判断一个闭环线性控制系统是否稳定，在时域分析中采用 劳斯判据；在频域分析中采用 奈奎斯特判据。
- 14、频域性能指标与时域性能指标有着对应关系，开环频域性能指标中的幅值穿越频率 对应时域性能指

标 调整时间 t_s , 它们反映了系统动态过程的快速性

二、(8 分) 试建立如图 3 所示电路的动态微分方程，并求传递函数。

图 3



解：1、建立电路的动态微分方程

根据 KCL有
$$\frac{u_i(t) - u_o(t)}{R_1} = C \frac{d[u_i(t) - u_o(t)]}{dt} + \frac{u_o(t)}{R_2}$$
 (2 分)

即
$$R_1 R_2 C \frac{du_o(t)}{dt} + (R_1 + R_2) u_o(t) = R_1 R_2 C \frac{du_i(t)}{dt} + R_2 u_i(t)$$
 (2 分)

2、求传递函数

对微分方程进行拉氏变换得

$$R_1 R_2 C s U_o(s) + (R_1 + R_2) U_o(s) = R_1 R_2 C s U_i(s) + R_2 U_i(s)$$
 (2 分)

得传递函数
$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_1 R_2 C s + R_2}{R_1 R_2 C s + R_1 + R_2}$$
 (2 分)

三、(共 20 分) 系统结构图如图 4 所示：

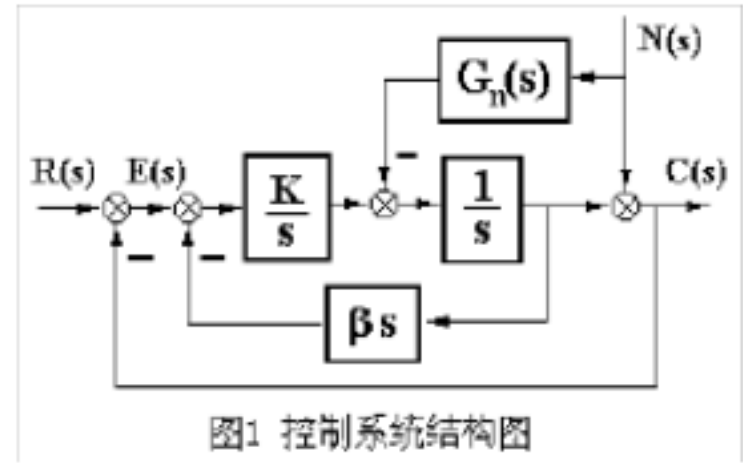


图1 控制系统结构图

1、写出闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ 表达式；(4 分)

2、要使系统满足条件： $\sigma_{\%} = 0.707$ ， $\zeta = 0.2$ ，试确定相应的参数 K 和

;(4 分)

图 4

3、求此时系统的动态性能指标 $\sigma\%$, t_s ;(4 分)

4、 $r(t) = 2t$ 时 , 求系统由 $r(t)$ 产生的稳态误差 e_{ss} ;(4 分)

5、确定 $G_n(s)$, 使干扰 $n(t)$ 对系统输出 $c(t)$ 无影响。(4 分)

解： 1、(4 分)
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s^2}}{1 + \frac{K}{s} + \frac{K}{s^2}} = \frac{K}{s^2 + Ks + K}$$

2、(4 分)
$$\sigma\% = \frac{K}{K} \cdot \frac{2^2}{2} \cdot \frac{4}{2\sqrt{2}} = 0.707$$

3、(4 分)
$$\sigma\% = e^{-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 4.32\%$$

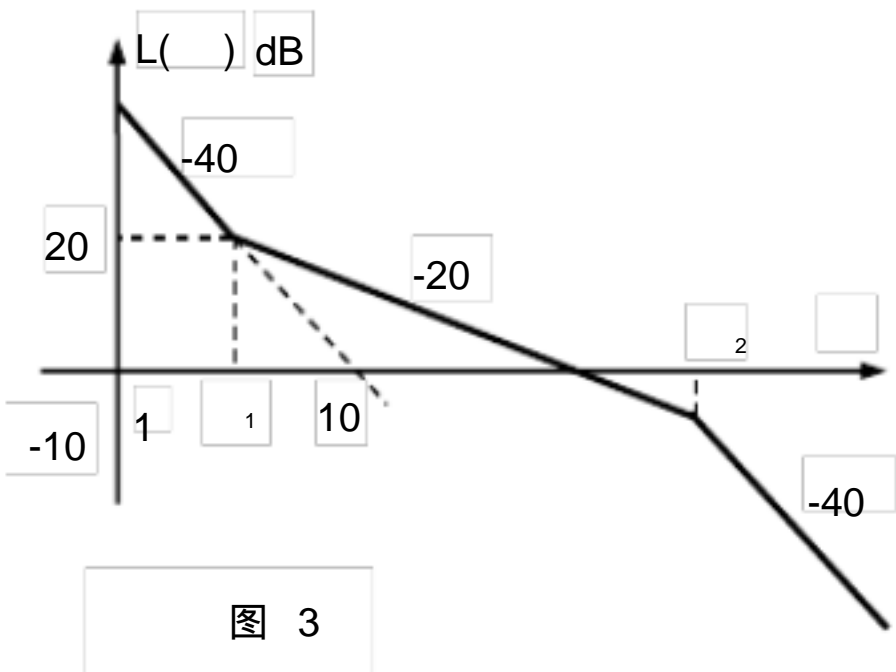
$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2.83$$

4、(4 分)
$$G(s) = \frac{\frac{K}{s^2}}{1 + \frac{K}{s} + \frac{K}{s^2}} = \frac{K}{s^2 + Ks + K}$$

$$e_{ss} = \frac{A}{K_K} = \frac{2}{1} = 1.414$$

5、(4 分) 令：
$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{1 + \frac{K}{s}}{s} \cdot \frac{1}{s} G_n(s) = 0$$
 得： $G_n(s) = s + K$

四、已知最小相位系统的对数幅频特性如图 3 所示。试求系统的开环传递函数。(16 分)



解：从开环伯德图可知 , 系统具有比例环节、两个积分环节、一个一阶微分环节和一个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式
$$G(s) = \frac{K(\frac{1}{s^2} + 1)}{s^2(\frac{1}{s} + 1)}$$
 (8 分)

由图可知： 1处的纵坐标为 40dB， 则 $L(1) = 20\lg K = 40$ ， 得 $K = 100$ (2 分)

又由 和 $\omega = 10$ 的幅值分贝数分别为 20 和 0， 结合斜率定义， 有

$$\frac{20 - 0}{\lg \omega_1 - \lg 10} = 40, \text{ 解得 } \omega_1 = \sqrt{10} = 3.16 \text{ rad/s} \text{ (2 分)}$$

同理可得 $\frac{20 - (-10)}{\lg \omega_1 - \lg \omega_2} = 20$ 或 $20\lg \frac{\omega_2}{\omega_1} = 30$,

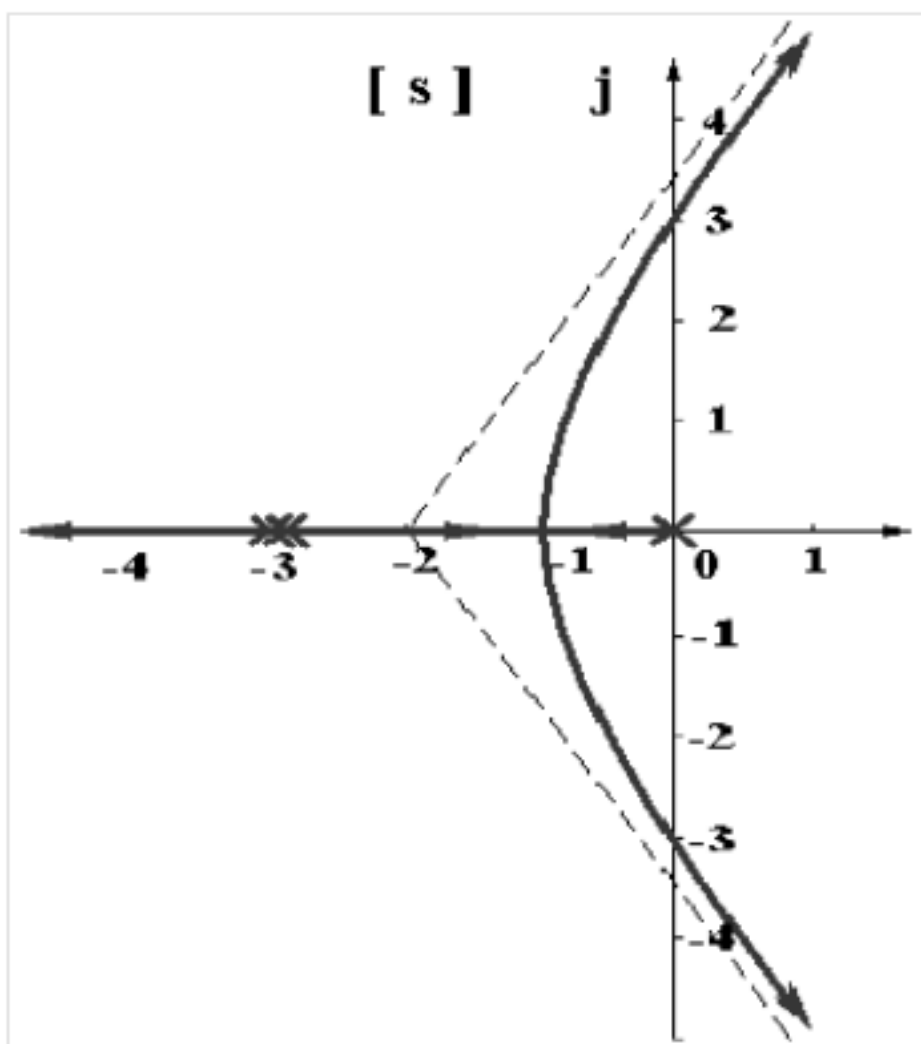
$$\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 1000 \text{ 或 } \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 10000 \text{ 得 } \omega_2 = 100 \text{ rad/s} \text{ (2 分)}$$

故所求系统开环传递函数为

$$G(s) = \frac{100(\frac{s}{\sqrt{10}} + 1)}{s^2(\frac{s}{100} + 1)} \text{ (2 分)}$$

五、 (共 15 分) 已知某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K_r}{s(s+3)^2}$:

- 1、 绘制该系统以根轨迹增益 K_r 为变量的根轨迹（ 求出：渐近线、分离点、与虚轴的交点等） ; (8 分)
- 2、 确定使系统满足 $0 < \zeta < 1$ 的开环增益 K 的取值范围。 (7 分)
- 1、 绘制根轨迹 (8 分)



(1) 系统有有 3 个开环极点（起点）：0、-3、-3，无开环零点（有限终点）；(1 分)

(2) 实轴上的轨迹：（-∞，-3）及（-3，0）；（1 分）

(3) 3 条渐近线： $\sigma_a = \frac{3+3+0}{3} = -2$ ， $\angle = 60^\circ, 180^\circ$ （2 分）

(4) 分离点： $\frac{1}{d} + \frac{2}{d+3} = 0$ 得： $d = -1$ （2 分）
 $K_r = |d| |d+3|^2 = 4$

(5) 与虚轴交点： $D(s) = s^3 + 6s^2 + 9s + K_r = 0$

$\text{Im } D(j\omega) = \omega^3 - 9\omega = 0 \Rightarrow \omega = 3$
 $\text{Re } D(j\omega) = 6\omega^2 - K_r = 0 \Rightarrow K_r = 54$ （2 分）

绘制根轨迹如右图所示。

2、（7 分）开环增益 K 与根轨迹增益 K_r 的关系： $G(s) = \frac{K_r}{s(s+3)^2} = \frac{\frac{K_r}{9}}{s \frac{s}{3} + 1}$

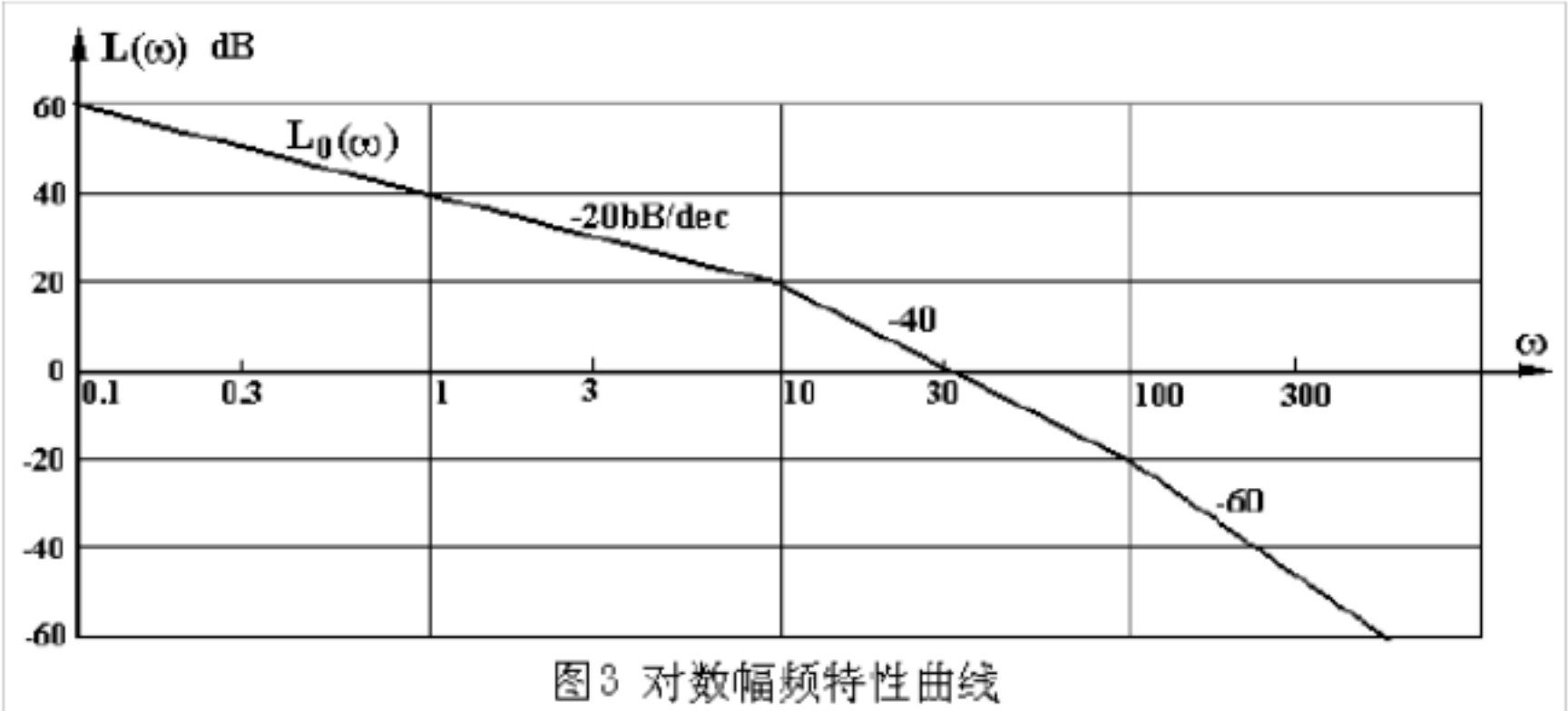
得 $K = K_r / 9$ （1 分）

系统稳定时根轨迹增益 K_r 的取值范围： $K_r < 54$ ，（2 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时根轨迹增益 K_r 的取值范围： $4 < K_r < 54$ ，（3 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益 K 的取值范围： $\frac{4}{9} < K < 6$ （1分）

六、（共 22 分）某最小相位系统的开环对数幅频特性曲线 $L_0(\omega)$ 如图 5 所示：



- 1、写出该系统的开环传递函数 $G_0(s)$;(8 分)
- 2、写出该系统的开环频率特性、开环幅频特性及开环相频特性。 （3分）
- 3、求系统的相角裕度 。（7分）
- 4、若系统的稳定裕度不够大，可以采用什么措施提高系统的稳定裕度？（4分）

解：1、从开环伯德图可知，原系统具有比例环节、一个积分环节、两个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式 $G(s) = \frac{K}{s(\frac{1}{s_1}s+1)(\frac{1}{s_2}s+1)}$ (2分)

由图可知： $\omega=1$ 处的纵坐标为 40dB, 则 $L(1) = 20\lg K - 20 = 40$ ，得 $K = 100$ (2分)

$s_1 = 10$ 和 $s_2=100$ （2分）

故系统的开环传函为 $G_0(s) = \frac{100}{s \frac{s}{10} + 1} \frac{1}{s \frac{s}{100} + 1}$ （2分）

2、写出该系统的开环频率特性、开环幅频特性及开环相频特性：

开环频率特性 $G_0(j\omega) = \frac{100}{j \frac{j\omega}{10} + 1} \frac{1}{j \frac{j\omega}{100} + 1}$ （1分）

开环幅频特性 $A_0(\omega) = \frac{100}{\sqrt{10}^2 \cdot 1 \cdot \sqrt{100}^2 \cdot 1}$ (1分)

开环相频特性： $\phi_0(s) = 90^\circ - \tan^{-1} 0.1\omega - \tan^{-1} 0.01\omega$ (1分)

3、求系统的相角裕度：

求幅值穿越频率，令 $A_0(\omega) = \frac{100}{\sqrt{10}^2 \cdot 1 \cdot \sqrt{100}^2 \cdot 1} = 1$ 得 $\omega_c = 31.6 \text{ rad/s}$ (3分)

$\phi_0(\omega_c) = 90^\circ - \tan^{-1} 0.1\omega_c - \tan^{-1} 0.01\omega_c = 90^\circ - \tan^{-1} 3.16 - \tan^{-1} 0.316 = 180^\circ$ (2分)

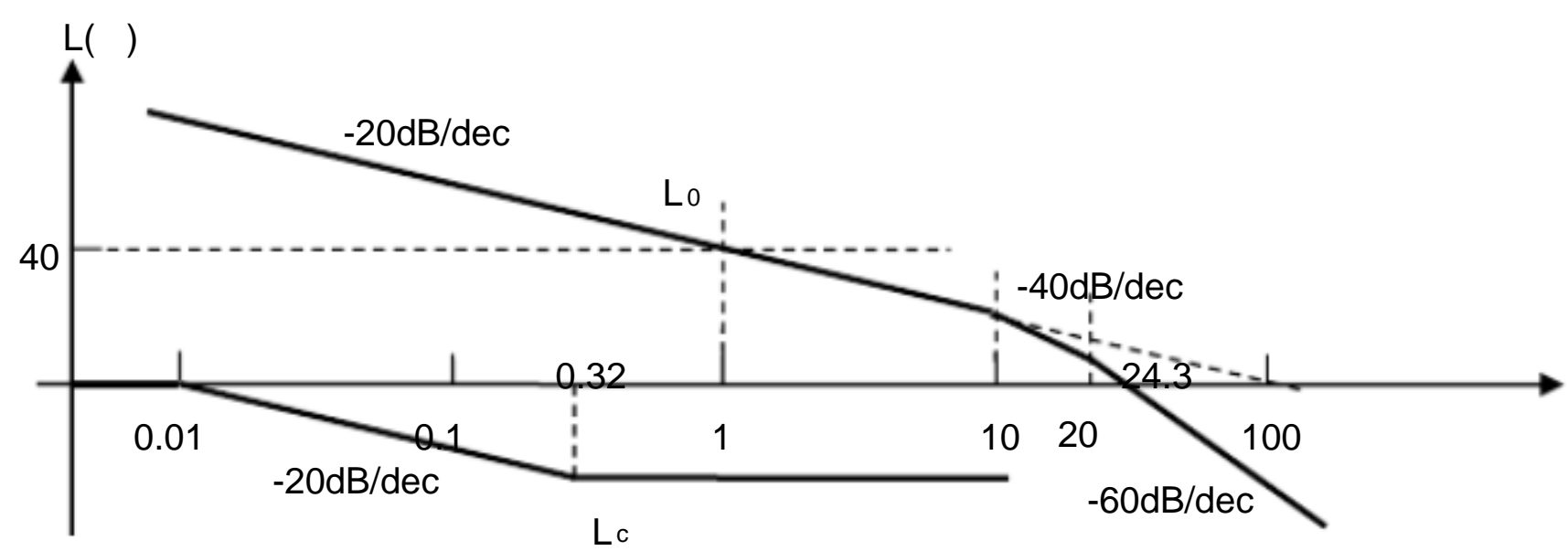
$180^\circ - \phi_0(\omega_c) = 180^\circ - 180^\circ = 0$ (2分)

对最小相位系统 0° 临界稳定

4、(4分) 可以采用以下措施提高系统的稳定裕度：增加串联超前校正装置；增加串联滞后校正装置；增加串联滞后-超前校正装置；增加开环零点；增加 PI 或 PD 或 PID 控制器；在积分环节外加单位负反馈。

六、已知最小相位系统的开环对数幅频特性 $L_0(\omega)$ 和串联校正装置的对数幅频特性 $L_c(\omega)$ 如下图所示，原系统的幅值穿越频率为 $\omega_c = 24.3 \text{ rad/s}$ ：(共 30 分)

- 1、写出原系统的开环传递函数 $G_0(s)$ ，并求其相角裕度 γ_0 ，判断系统的稳定性；(10分)
- 2、写出校正装置的传递函数 $G_c(s)$ ；(5分)
- 3、写出校正后的开环传递函数 $G_0(s)G_c(s)$ ，画出校正后系统的开环对数幅频特性 $L_{GC}(\omega)$ ，并用劳斯判据判断系统的稳定性。(15分)



解：1、从开环波特图可知，原系统具有比例环节、一个积分环节、两个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式
$$G_0(s) = \frac{K}{s(\frac{1}{\tau_1}s + 1)(\frac{1}{\tau_2}s + 1)} \quad (2 \text{ 分})$$

由图可知：1处的纵坐标为 40dB，则 $L(1) = 20\lg K = 40$ ，得 $K = 100$ (2 分)

$\tau_1 = 10$ 和 $\tau_2 = 20$

故原系统的开环传函为
$$G_0(s) = \frac{100}{s(\frac{1}{10}s + 1)(\frac{1}{20}s + 1)} = \frac{100}{s(0.1s + 1)(0.05s + 1)} \quad (2 \text{ 分})$$

求原系统的相角裕度 γ_0 ：
$$\gamma_0(s) = 90^\circ - \tan^{-1}0.1 - \tan^{-1}0.05$$

由题知原系统的幅值穿越频率为 $\omega_c = 24.3\text{rad/s}$

$$\gamma_0(\omega_c) = 90^\circ - \tan^{-1}0.1\omega_c - \tan^{-1}0.05\omega_c = 208^\circ \quad (1 \text{ 分})$$

$$\gamma_0 = 180^\circ - \gamma_0(\omega_c) = 180^\circ - 208^\circ = 28^\circ \quad (1 \text{ 分})$$

对最小相位系统 $\gamma_0 = 28^\circ < 0^\circ$ 不稳定

2、从开环波特图可知，校正装置一个惯性环节、一个微分环节，为滞后校正装置。

故其开环传函应有以下形式
$$G_c(s) = \frac{\frac{1}{\tau_2'}s + 1}{\frac{1}{\tau_1'}s + 1} = \frac{0.32s + 1}{\frac{1}{0.01}s + 1} = \frac{3.125s + 1}{100s + 1} \quad (5 \text{ 分})$$

3、校正后的开环传递函数 $G_0(s)G_c(s)$ 为

$$G_0(s)G_c(s) = \frac{100}{s(0.1s + 1)(0.05s + 1)} \frac{3.125s + 1}{100s + 1} = \frac{100(3.125s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.05s + 1)(100s + 1)} \quad (4 \text{ 分})$$

用劳思判据判断系统的稳定性

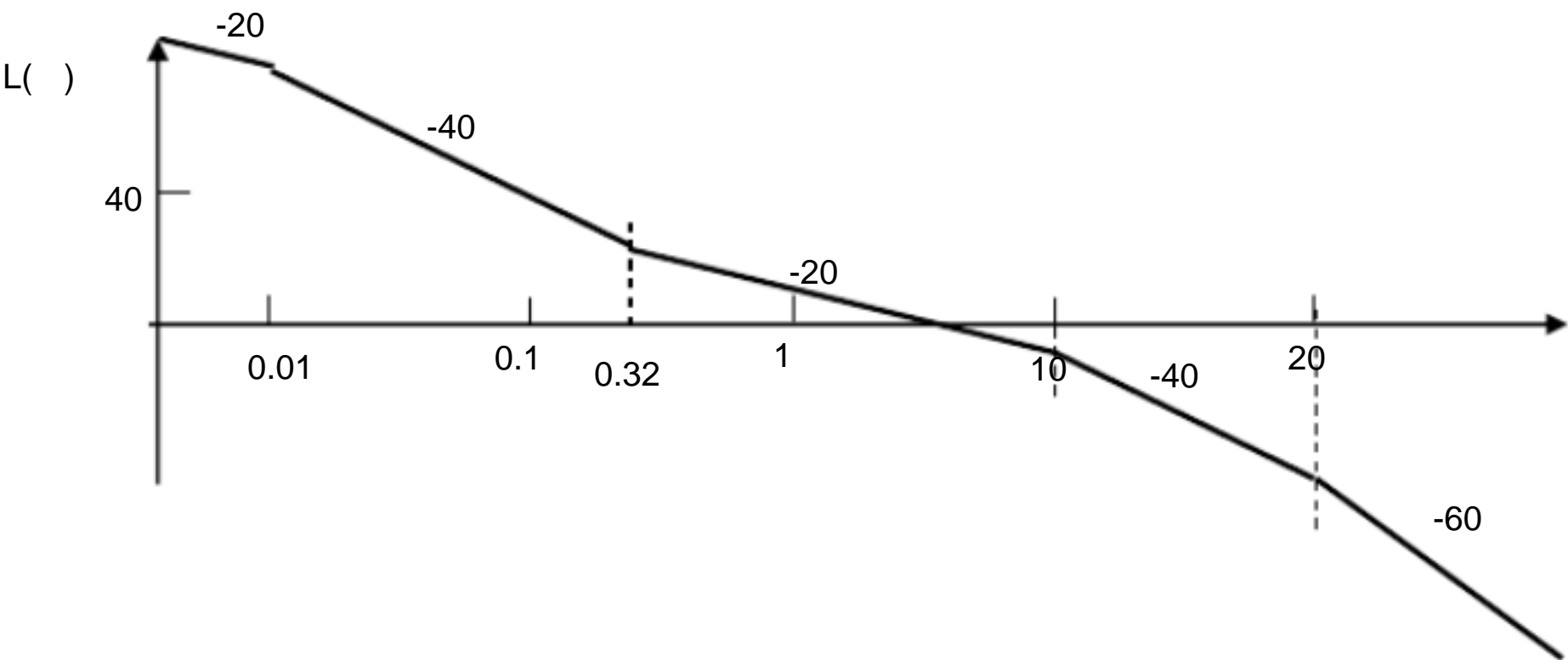
系统的闭环特征方程是

$D(s) = \frac{s(0.1s + 1)(0.05s + 1)(100s + 1)}{0.5s^4 + 15.005s^3 + 100.15s^2 + 313.5s + 100}$ (2 分)

构造劳斯表如下

s^4	0.5	100.15	100	首列均大于 0，故校正后的系统稳定。 (4 分)
s^3	15.005	313.5	0	
s^2	89.7	100	0	
s^1	296.8	0		
s^0	100	0		

画出校正后系统的开环对数幅频特性 L_{GC} ()



起始斜率 : -20dB/dec(一个积分环节) (1 分)

转折频率 : $\omega_1 = 1/100 = 0.01$ (惯性环节), $\omega_2 = 1/3.125 = 0.32$ (一阶微分环节),
 $\omega_3 = 1/0.1 = 10$ (惯性环节), $\omega_4 = 1/0.05 = 20$ (惯性环节) (4 分)