

Lab 1: Série de Taylor

Prof. Waldemar Celes

Departamento de Informática, PUC-Rio

2 de Setembro de 2020

A correção dos trabalhos será feita automaticamente por programas de teste. Sigam as especificações nos seus detalhes!

Considere um cenário onde a função $\cos(x)$ da biblioteca padrão não esteja disponível, ou que se deseja fazer sua avaliação de forma mais eficiente, mesmo que com um erro de aproximação.

O objetivo deste laboratório é aproximar a função $\cos(x)$ por polinômios de Taylor, garantindo que o resultado tenha precisão de 2 casas decimais (isto é, o erro absoluto deve ser inferior a 0.005).

Sabe-se que o teorema de Taylor é expresso por:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^k(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + \frac{f^{k+1}(c)}{(k+1)!}(x - x_0)^{k+1}$$

sendo que o último termo, $\frac{f^{k+1}(c)}{(k+1)!}(x - x_0)^{k+1}$, representa o resíduo, onde $c \in [x_0, x]$.

Pede-se:

1. Escreva uma função que use o polinômio de Taylor para avaliar $\cos(x)$, com $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, com precisão de 2 casas decimais. O aluno pode escolher o x_0 que achar mais conveniente. O protótipo da função deve ser:

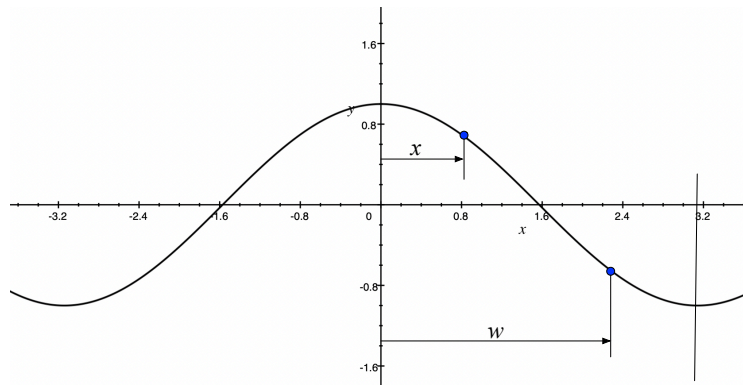
```
double cos_taylor_90 (double x);
```

2. Explorando simetria e reflexão, use a função do item anterior para aproximar o valor de $\cos(x)$ para $x \in [-2\pi, 2\pi]$. Note, por exemplo, que para $w \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ tem-se que $\cos(w) = -\cos(x)$, com $x = \pi - w$ (veja figura).

O protótipo da função deve ser:

```
double cos_taylor (double x);
```

3. Escreva um código para testar suas implementações, usando a função `cos` da biblioteca `math.h` para avaliar se a aproximação tem, de fato, 2 casas decimais de precisão. Se quiser, verifique também se sua função é avaliada de forma mais rápida do que a função da biblioteca padrão.



Observações:

- Não se pode usar chamadas da biblioteca `math.h` na avaliação das funções pedidas; funções de `math.h` só podem ser usadas no teste.
- Você pode acessar o site www.derivative-calculator.net para avaliar e visualizar as funções e suas derivadas.

Agrupe os protótipos das funções em um módulo “`taylor.h`”, as implementações em um módulo “`taylor.c`” e o teste no módulo “`main.c`”.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “`taylor.h`”, “`taylor.c`” e “`main.c`”) devem ser enviados via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **segunda-feira, dia 7 de setembro**.