INF1608 – Análise Numérica

Lab 2: Raízes de Função

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

1. Implemente os seguintes métodos para determinação de raízes. É importante que sua implementação **minimize o número de avaliações de** $f(x)$

   (a) O método da bisseção para determinação de raízes da função $f(x)$ recebe como entrada o intervalo de busca $[a, b]$, assumindo $f(a).f(b) < 0$. Implemente uma função para determinar a raiz usando o método da bisseção, onde o erro avaliado na saída (*forward error*) tenha precisão de p dígitos, isto é, $e < 0.5 \times 10^{-p}$. Sua função também deve receber como parâmetro a função $f(x)$ cuja raiz deseja-se calcular, seguindo o protótipo abaixo. A função retorna o número de iterações realizadas e preenche o valor da raiz em `r`.

   ```
   int bissecao (double a, double b, int p, double (*f) (double x), double* r);
   ```

   (b) O método da *interpolação quadrática inversa* (IQI) para determinação de raízes da função $f(x)$ considera três estimativas iniciais x_0, x_1 e x_2 da raiz. A partir dessas três estimativas, o método ajusta uma parábola inversa $x(y) = ay^2 + by + c$, onde $y_i = f(x_i)$, adotando como próxima estimativa a interseção desta parábola com o eixo x, isto é, o valor do coeficiente c: $x_{i+1} = c$.

   Implemente uma função que calcule a raiz de uma função segundo o método IQI com o protótipo abaixo, onde o erro avaliado na entrada (*backward error*) tenha precisão de p dígitos, isto é, $e < 0.5 \times 10^{-p}$. A função recebe duas estimativas iniciais, x_0 e x_1, e iniciar o método escolhendo a terceira estimativa como o ponto médio das duas primeiras: $x_2 = \frac{x_0+x_1}{2}$. A função retorna o número de iterações realizadas e preenche o valor da raiz em `r`. Use como limite de convergência 50 iterações; se não houver convergência, a função deve retornar zero.

   ```
   int IQI (double x0, double x1, int p, double (*f) (double x), double* r);
   ```

Para calcular o coeficiente c da parábola, sugere-se usar a Regra de Crammer:

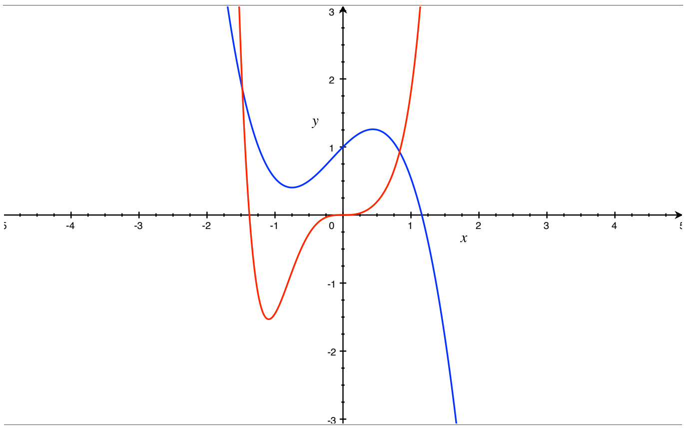
$$c = \frac{\det A_c}{\det A}$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} f(x_0)^2 & f(x_0) & 1 \\ f(x_1)^2 & f(x_1) & 1 \\ f(x_2)^2 & f(x_2) & 1 \end{bmatrix} \qquad A_c = \begin{bmatrix} f(x_0)^2 & f(x_0) & x_0 \\ f(x_1)^2 & f(x_1) & x_1 \\ f(x_2)^2 & f(x_2) & x_2 \end{bmatrix}$$

2. Teste suas implementações, analisando os valores de raízes encontrados e o número de iterações necessárias para diferentes estimativas iniciais:

   (a) Compare os dois métodos para encontrar as raízes ilustradas na plotagem abaixo das funções $f(x) = \cos x - x^3 + x$, em azul, e $f(x) = e^{\sin^3(x)} + x^6 - x^4 + x^3 - 1$, em vermelho, com 7 dígitos de precisão. Analise o resultado obtido, em especial para a determinação da raiz de valor zero da segunda função, usando os seguintes intervalos de busca (estimativas iniciais): $[0.0, 2.0]$, para a primeira função; $[-2.0, -1.0]$ e $[-1.0, 2.0]$, para a segunda função.



   (b) Compare os dois métodos na resolução do seguinte problema: a velocidade de um paraquedista em queda livre pode ser dada por:

$$v = \frac{gm}{c}\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right)$$

   onde $g = 9.8m/s^2$. Para um paraquedista com um coeficiente de arrasto $c = 15Kg/s$, calcule a massa m para que a velocidade seja $v = 35m/s$ em $t = 9s$.

Organize seu código da seguinte forma. O arquivo "raiz.c" deve conter as implementações das função `falsaposicao` e `IQI`, com seus respectivos protótipos no arquivo "raiz.h". O arquivo "main.c" deve conter os testes realizados.

Entrega: Veja prazo de entrega no EAD O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos "raiz.h", "raiz.c" e "main.c", sem compressão) devem ser enviados via página da disciplina no EAD.