

# Criptografía asimétrica

- Se presupone siempre que hay un atacante escuchando la conversación (Eve)
- Para evitar compartir la clave secreta, esta se genera usando pares de claves pública/privada
- Clave pública: aquella que conocen todos los usuarios
- Clave privada: cada usuario tiene una propia, que no debe compartirse
- Las claves son inversas: lo que se cifra con una, se descifra con la otra



## CIFRADO

- RSA
- ElGamal
- Cramer-Shoup

## FIRMA DIGITAL

- DSA
- ECDSA/EdDSA
- ElGamal  
(Signature)

## INTERCAMBIO DE CLAVES

- Diffie-Hellman
- ECDH

## OTROS USOS

- Criptodivisas
- Certificados
- Smart Contracts
- ...



## VENTAJAS

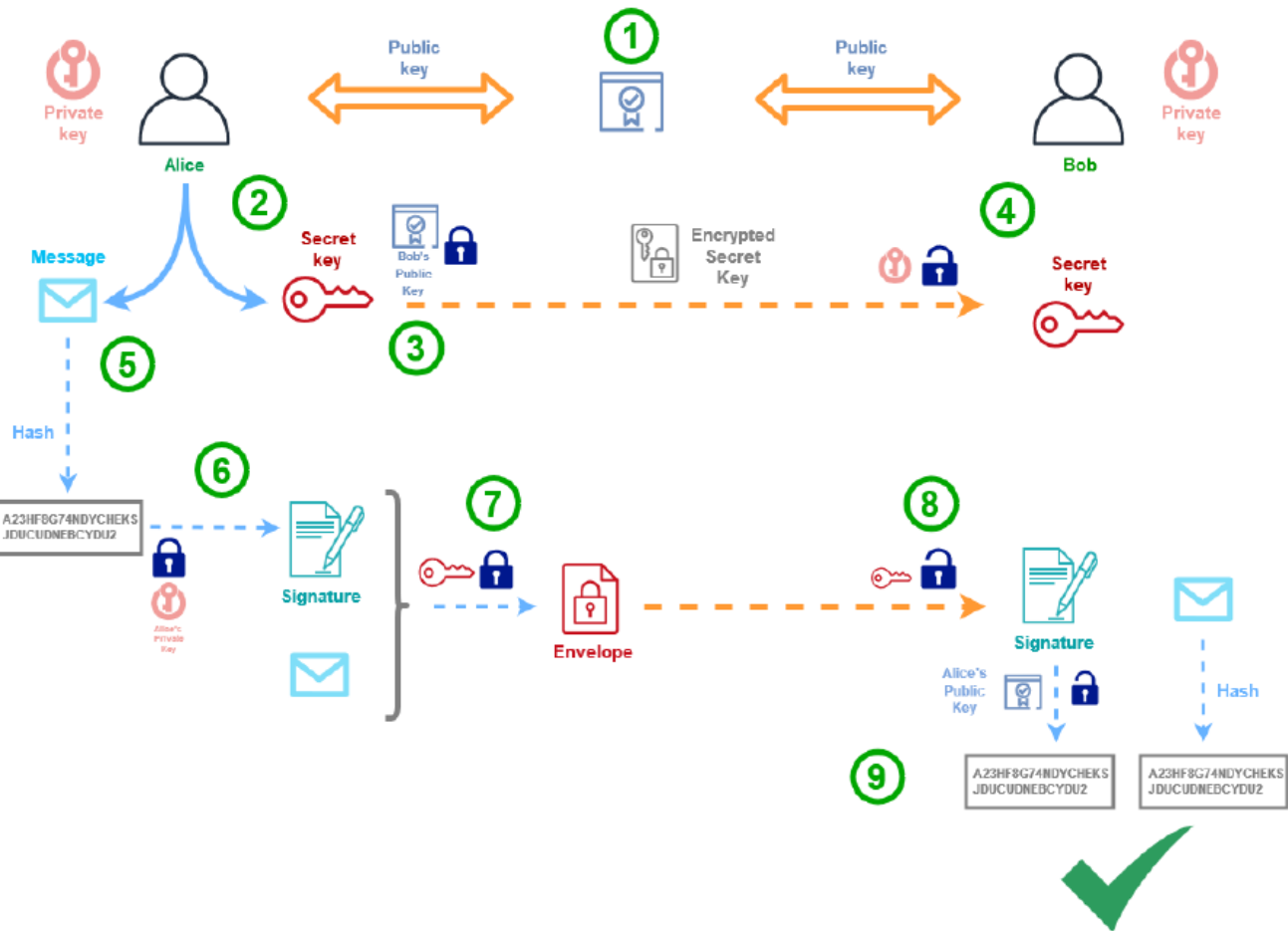
- Evita *eavesdropping*
- Fácilmente reversible
- Fácil de implementar

## INCONVENIENTES

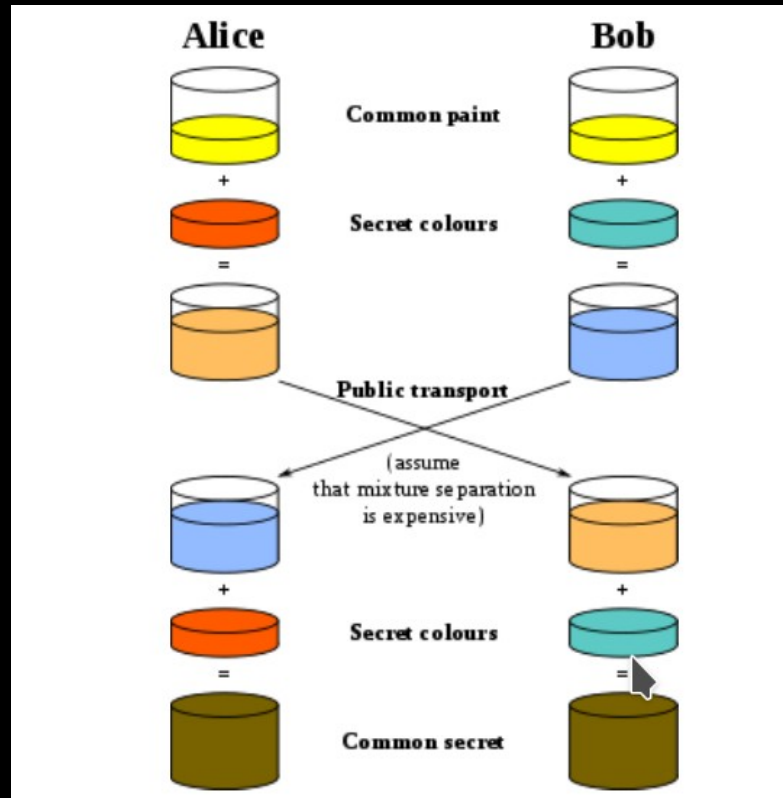
- Mucho más lento que los algoritmos simétricos
- Gran carga de procesador (cálculos matemáticos)

En general, se evita usar algoritmos asimétricos para cifrar.





# Diffie-Hellman



# Diffie-Hellman

1. Alice y Bob acuerdan un módulo  $p$  (primo) y una base  $q$ .  
Suponemos  $p = 23$  y  $q = 5$ .

2. Alice elige un entero secreto,  $a = 4$  y le envía a Bob:  $A = g^a \bmod p$   
 $A = 5^4 \bmod 23 = 4$

3. Bob elige su propio secreto,  $b = 3$  y repite el proceso, enviándoselo a Alice.  
 $B = 5^3 \bmod 23 = 10$

4. Ahora Alice calcula el secreto común como:  $S = B^a \bmod p$ .  
 $S = 10^4 \bmod 23 = \underline{18}$

5. Bob puede calcular el mismo secreto:  $S = A^b \bmod p$ .  
 $S = 4^3 \bmod 23 = \underline{18}$

6. Listo. Alice y Bob han obtenido un secreto común.



# Diffie-Hellman

- Sabemos que  $S = g^{a*b} \bmod p$
- Un atacante solo conoce  $A$ ,  $B$ ,  $g$  y  $p$
- $18 = 5^{a*b} \bmod 23$  ¿Cuáles son  $a$  y  $b$ ?
- Este problema es conocido como *Problema del Logaritmo Discreto*
- Se trata de un problema *NP* y no existe algoritmo eficiente







# RSA

- Rivest – Shamir – Adleman (1983)
- Se usan claves algebraicamente inversas
- Álgebra avanzada (cerveza y os lo cuento)
- Problema de factorización de enteros (NP)



# RSA – Generación de claves

1. Se toman dos primos  $p$  y  $q$  de gran tamaño.  $N = p * q$
2.  $\Phi(N) = \Phi(p * q) = \Phi(p) * \Phi(q) = (p - 1)(q - 1)$
3. Se toma un número  $e$  coprimo con  $\Phi(N)$ . Normalmente 65537.
4.  $(e, N)$  será la clave pública.
5. Se calcula  $d$  tal que  $d * e \equiv 1 \text{ mod } \Phi(N)$ . Se dice que  $d$  es el inverso modular de  $e$ .
6.  $(d, N)$  será la clave privada.



# RSA – Cifrado

Alice le quiere enviar un mensaje  $m$  a Bob. Conoce la clave de Bob ( $e, N$ ).

1.  $c = m^e \bmod N$

*(c es el mensaje cifrado usando la clave pública de Bob)*

2. Bob calcula ahora:

$$c^d \bmod N = m^{e \cdot d} \bmod N = (\text{este paso vale una cerveza}) = m$$

*(Bob eleva el texto cifrado a su propia clave privada, que es la inversa de la pública con la que se cifró)*

3. Bob puede leer el mensaje.



# RSA – Encoding

Los mensajes no suelen ser números enteros. Queremos poder cifrar texto.

El procedimiento más común en CTFs es:

Cifrado:

mensaje => hexadecimal => 0110101... => int(0110101...) => 167485...

Descifrado:

37821... => 101101... => hexadecimal (ceros por la izquierda)

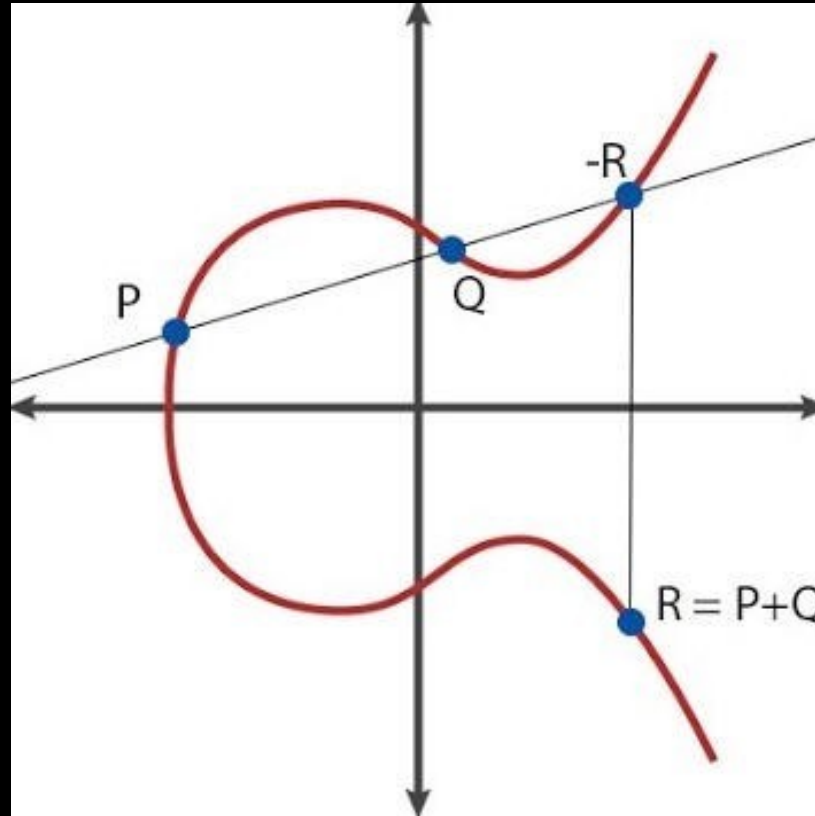
Sin embargo, existen otros, como base64



# DEMO TIME



# Elliptic Curve Diffie-Hellman ECDH



# La info extra ahora cuesta DOS cervezas (y unos cacahuetes)



# ¿Qué es una curva elíptica?

Conjunto de puntos definido por una ecuación del tipo:

$$y^2 = x^3 + ax + b \quad \text{Tales que } 4a^3 + 27b^2 \neq 0$$

Un punto de la curva será  $P = (x, y)$  donde  $x$  e  $y$  satisfacen la ecuación.

Hay tantas curvas elípticas como combinaciones de  $a$  y  $b$  existan

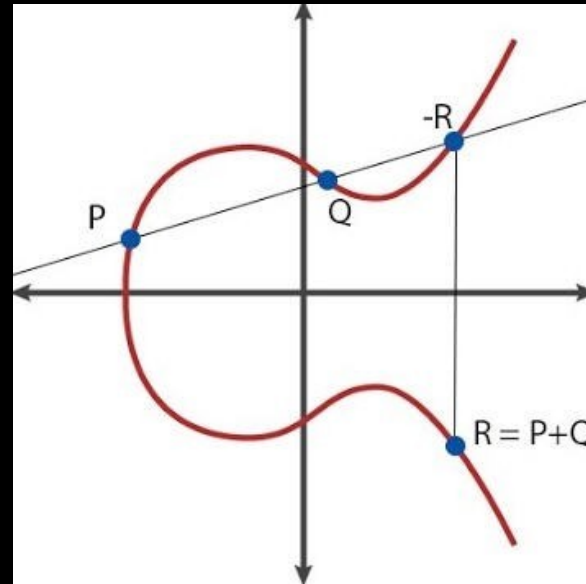
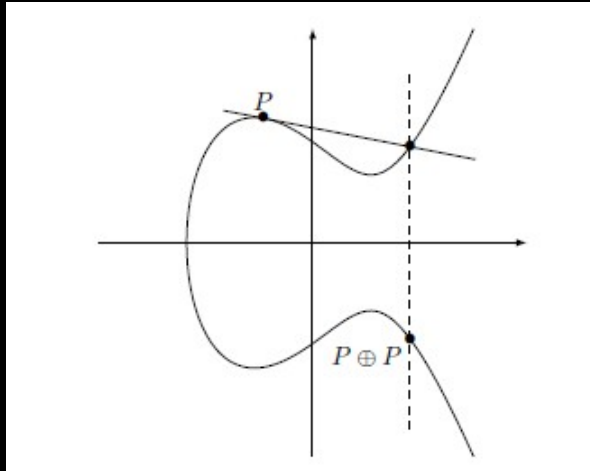
No todas son igual de seguras





# Operaciones

El conjunto de puntos de una curva elíptica forma un *grupo algebraico*  
Esto significa que existe una operación suma que “vive” dentro de la curva.



# Operaciones

La operación se puede escribir de forma explícita. Llamamos  $R = P + Q$

Si  $P \neq Q$ :

$$\text{Sea } s = (y_P - y_Q) / (x_P - x_Q)$$

$$x_R = s^2 - x_P - x_Q$$

$$y_R = y_P + s(x_R - x_P)$$

Si  $P = Q$ :

$$\text{Ahora } s = (3x_P^2 + a) / 2y_P$$

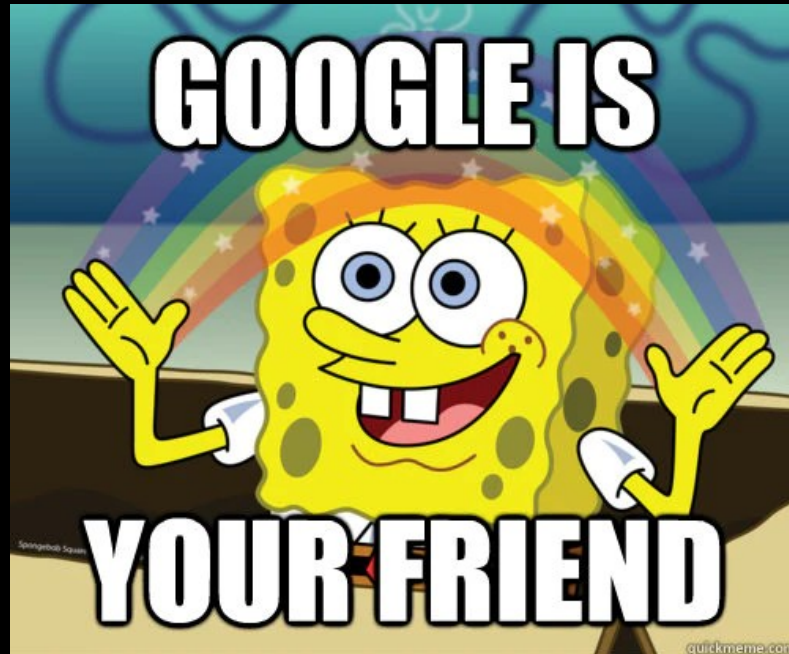
$$x_R = s^2 - 2x_P$$

$$y_R = y_P + s(x_R - x_P)$$



# TRANQUILOS

No hay que aprendérselas. Están en Google.



# ECDH

Muy parecido a Diffie-Hellman.

1. Alice y Bob acuerdan usar la misma curva y un punto base,  $G$
2. Todo punto en la curva tiene orden finito. Digamos que el orden es  $N$ . Esto quiere decir que " $N * G = 1$ ".
3. Ambos eligen un entero  $< N$ .  $a$  para Alice,  $b$  para Bob. Esta será su clave privada
4. Alice calcula  $A = a * G$ . Será su clave pública.
5. Bob calcula  $B = b * G$ . Será su clave pública.



# ECDH

6. Alice calcula ahora el *secreto compartido*

$$S = a*B = a*b*G$$

7. Bob hace lo mismo

$$S = b*A = b*a*G$$

8. Ni Bob ni Alice conocen la clave privada de la otra persona, pero ambos pueden obtener un secreto en común.

9. El secreto  $S$  puede usarse para cifrar mensajes.

