04 Definíciók

SOROZATOK

▼ Mit ért azon, hogy egy számsorozat konvergens?

Azt mondjuk, hogy az $(a_n) : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozat konvergens, ha:

$\exists A \in \mathbb{R}$, hogy $\forall \varepsilon > 0$ -hoz $\exists n_0 \in \mathbb{N}$, hogy $\forall n > n_0 : |a_n - A| < \varepsilon$

→ Ekkor az A számot a sorozat határértékének nevezzük, és az alábbi szimbólumok valamelyikével jelöljük:

- $\lim(a_n) := A$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n := A$
- $a_n \to A(n \to +\infty)$

▼ Mit ért azon, hogy egy számsorozat divergens?

Az (a_n) sorozatot divergensnek nevezzük, ha nem konvergens.

▼ Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy egy számsorozat divergens!

Azt mondjuk, hogy az $(a_n) : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozat divergens, ha:

$\forall A \in \mathbb{R}$, hogy $\exists \varepsilon > 0$ -hoz $\forall n_0 \in \mathbb{N}$, hogy $\exists n > n_0 : |a_n - A| \geq \varepsilon$

▼ Milyen állítást ismer sorozatok esetén a konvergencia és a korlátosság kapcsolatáról?

Ha az (a_n) sorozat konvergens, akkor korlátos is.

→ a korlátosság szükséges feltétele a konvergenciának

▼ Mit jelent az, hogy egy valós számsorozatnak $+\infty$ a határértéke?

Azt mondjuk, hogy az (a_n) sorozat határértéke $+\infty$, ha:

$\forall P > 0$-hoz $\exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n > n_0 : a_n > P$

→ Ezt az alábbi szimbólumokkal jelöljük:

- $\lim(a_n) = +\infty$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = +\infty$

- $a_n \to +\infty$, ha $n \to +\infty$

▼ Mit jelent az, hogy egy valós számsorozatnak $-\infty$ a határértéke?

Azt mondjuk, hogy az (a_n) sorozat határértéke $-\infty$, ha:

$\forall P < 0$-hoz $\exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n > n_0$: $a_n < P$

→ Ezt az alábbi szimbólumokkal jelöljük:

- $\lim(a_n) = -\infty$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = -\infty$
- $a_n \to -\infty$, ha $n \to +\infty$

▼ Környezetekkel fogalmazza meg azt, hogy az (a_n) valós számsorozatnak (tágabb értelemben) van határértéke.

Azt mondjuk, hogy az (a_n) sorozatnak van határértéke, ha:

$\exists A \in \bar{\mathbb{R}}$, $\forall \varepsilon > 0$-hoz $\exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n > n_0$: $a_n \in K_\varepsilon(A)$

▼ Hogyan definiálja egy sorozat részsorozatát?

Legyen $a = (a_n) : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ egy valós sorozat és $v = (v_n) : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ egy szigorúan monoton növekedő sorozat (röviden: v egy indexsorozat). Ekkor az $a \circ v$ függvény is sorozat, amelyet az (a_n) sorozat v indexsorozat által meghatározott részsorozatának nevezzük.

Az $a \circ v$ sorozat n-edik tagja:

$(a \circ v)(n) = a(v_n) = a_{v_n} \;\; (n \in \mathbb{N})$,

így $a \circ v = (a_{v_n})$