

# 4. Gyakorlat

Algoritmusok és adatszerkezetek 1.



# Sor láncolt ábrázolása



# Sor

## Queue<sup>2</sup>

-first, last: El\* *//a sor első és utolsó elemére mutató pointerok*

-size: N

+ Queue()

+ add(x: T) *// új elem hozzáadása a sor végére*

+ rem(): T *// a sor elején lévő elem eltávolítása*

+ first() : T *// a sor elején lévő elem lekérdezése*

+ length(): N

+ isEmpty(): B

+ ~Queue()

+ setEmpty()

# Feladat

Adjuk meg a láncolt ábrázolású sor műveleteit a veremhez hasonló módon.

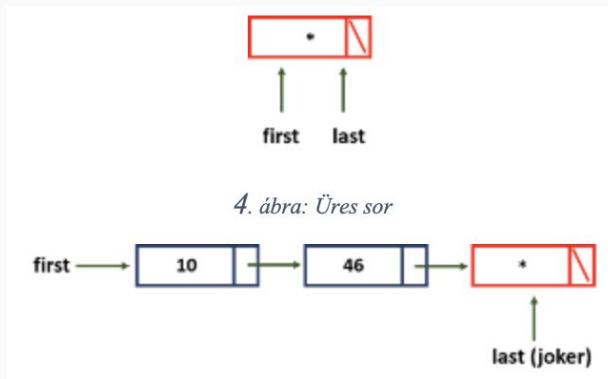
Legyen egy joker elemünk, ami egy "félkész" elem.

Ha üres a sor, csak ez az elem van a listában.

A first mutasson az első elemre a láncolt listában.

A last mutasson az utolsó utáni elemre, ami a joker.

Beszúrásnál a joker elemet kitöltjük a beszúrt elemmel és létrehozunk az új joker elemet.



## Queue::Queue()

|                         |
|-------------------------|
| first := last := new E1 |
| first->next = null      |
| size := 0               |

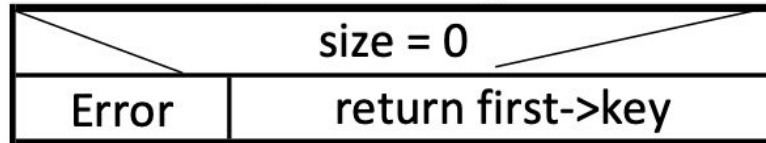
## Queue::add(x: T)

|                      |
|----------------------|
| last->next := new E1 |
| last->key := x       |
| last := last->next   |
| last->next := null   |
| size := size + 1     |

## Queue::rem(): T

|          |                      |
|----------|----------------------|
| size = 0 |                      |
| Error    | x := first->key      |
|          | s := first           |
|          | first := first->next |
|          | delete s             |
|          | size := size - 1     |
|          | return x             |

## Queue::first(): T



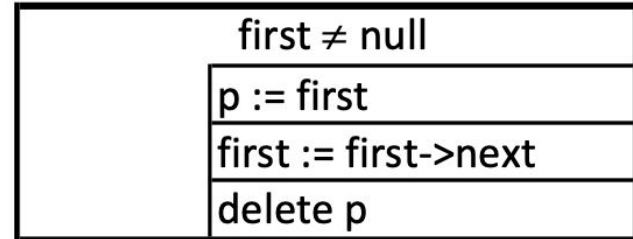
## Queue::length(): N



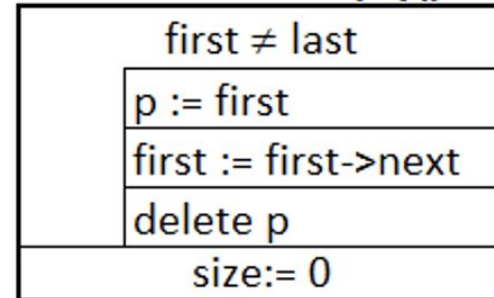
## Queue::isEmpty(): B



## Queue::~~Queue()



## Queue::setEmpty()

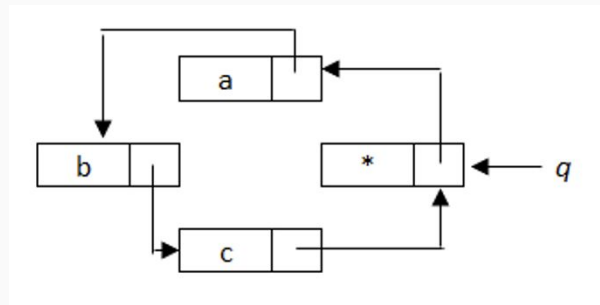


# Feladat

Gondoljuk át, hogy hogyan lehetne egyetlen pointerrel ábrázolni a sort?

Ötlet: a joker elem next mutatója üres, azt nem használjuk a fenti megvalósításban

Semmire. Használjunk ciklikus listát, a joker elem next mutatóját alkalmazzuk a first helyett!



# Beszűrő rendezés



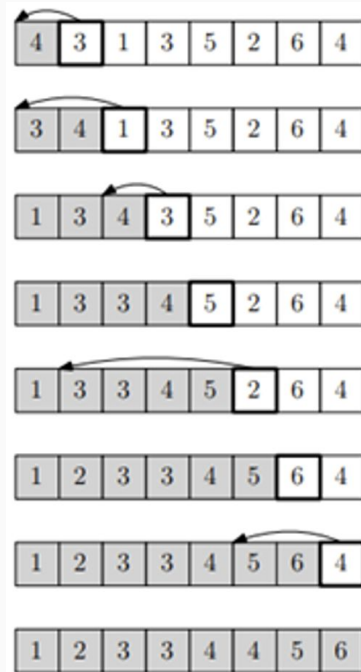


# Beszúró rendezés algoritmus

- Feladat: rendezzünk egy számokat tartalmazó  $A[n]$  tömböt nagyság szerint.
- Stratégia, tételezzük fel, hogy az  $i$ -edik lépésben a tömbünk  $1..i$  része már rendezve van. Ekkor az  $i+1$ -edik elemnek keressük meg a helyét és szúrjuk be.

Hogyan:

- Lehetőség 1: keressük meg a helyét, aztán shifteljük az összes elemet
- Lehetőség 2: folyamatos cserékkal egyszerre keressük meg és visszük a helyére



## Naiv beszúró rendezés

naiveInsertionSort( $A/1 : \mathcal{T}[n]$ )

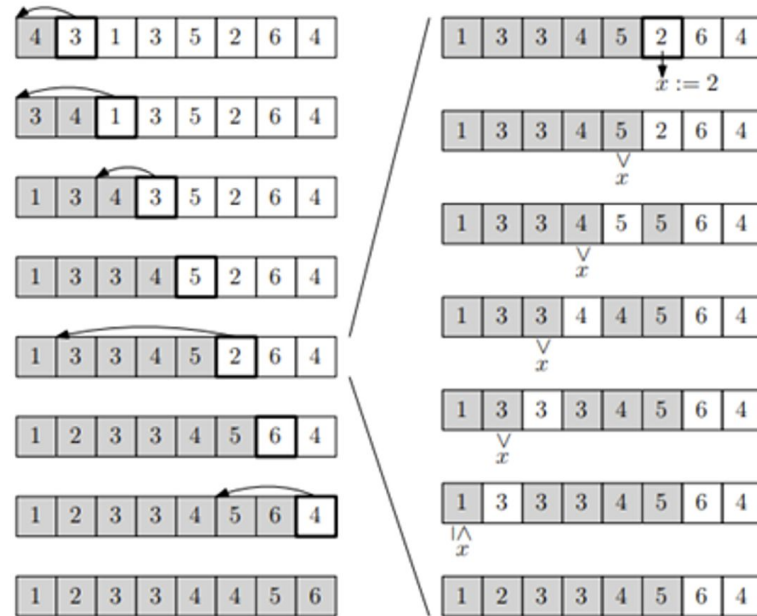
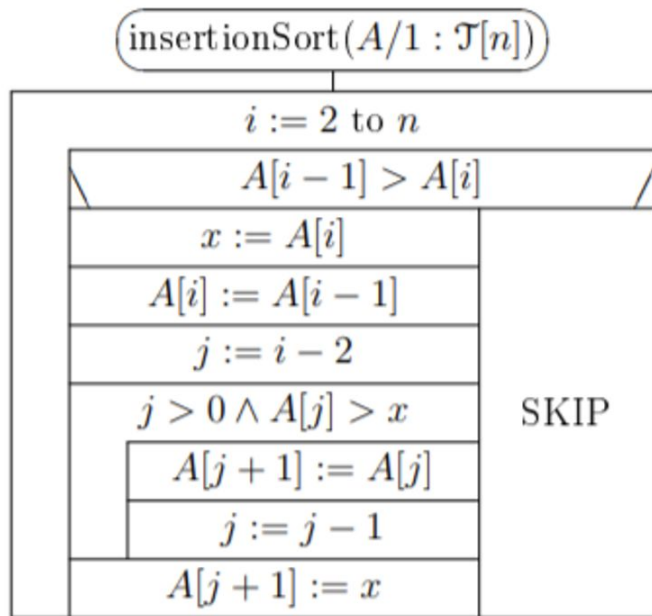
$i := 2$  **to**  $n$

$j := i$

$j > 1 \wedge A[j-1] > A[j]$

swap( $A[j-1], A[j]$ )

$j := j - 1$



**Miért jobb ez?** A swap(x,y) az 3 értékadás és egy segédváltozó, itt az üres hely megteremtésével ezt egyetlen értékadásra redukáltuk!

# Beszűrő rendezés tulajdonságai

Hatékonyság:

$$mT(n) = n, MT(n)=n^2/2, AT(n)=n^2/4$$

$$mT(n) = \Theta(n), MT(n)=AT(n)=\Theta(n^2)$$

Tárigény:  $O(1)$

Stabilitás\*: A beszűrő rend stabil, mert a rendezett szakaszba való beszűrőskor az elem helyét jobbról balra keresi meg, a vele egyenlőket nem lépi át.

*\*: Egy rendező eljárást stabilnak nevezünk, ha nem változtatja meg az egyenlő kulcsú elemek egymáshoz viszonyított sorrendjét.*

# Feladat

A beszúró rendezéssel rendezzük az alábbi tömböt.

A tömb 5. pozícióján található 1-es elem helyrevitelét lépésről lépésre mutassuk be.

[8, 4, 10, 6, 1, 9, 3]

[8, 4, 10, 6, 1, 9, 3]

[4, 8, 10, 6, 1, 9, 3]

[4, 8, 10, 6, 1, 9, 3]

[4, 6, 8, 10, 1, 9, 3]

[1, 4, 6, 8, 10, 9, 3]

[1, 4, 6, 8, 9, 10, 3]

[1, 3, 4, 6, 8, 9, 10]

[4, 6, 8, 10, 1, 9, 3] x=1

[4, 6, 8, 10, 10, 9, 3]

[4, 6, 8, 8, 10, 9, 3]

[4, 6, 6, 8, 10, 9, 3]

[4, 4, 6, 8, 10, 9, 3]

[1, 4, 6, 8, 10, 9, 3]

# Megoldás

[8, 4, 10, 6, 1, 9, 3]

[4, 8, 10, 6, 1, 9, 3]

[4, 8, 10, 6, 1, 9, 3]

[4, 6, 8, 10, 1, 9, 3]

[1, 4, 6, 8, 10, 9, 3]

[1, 4, 6, 8, 9, 10, 3]

[1, 3, 4, 6, 8, 9, 10]

[4, 6, 8, 10, 1, 9, 3]

[4, 6, 8, 10, 10, 9, 3] x=1

[4, 6, 8, 8, 10, 9, 3]

[4, 6, 6, 8, 10, 9, 3]

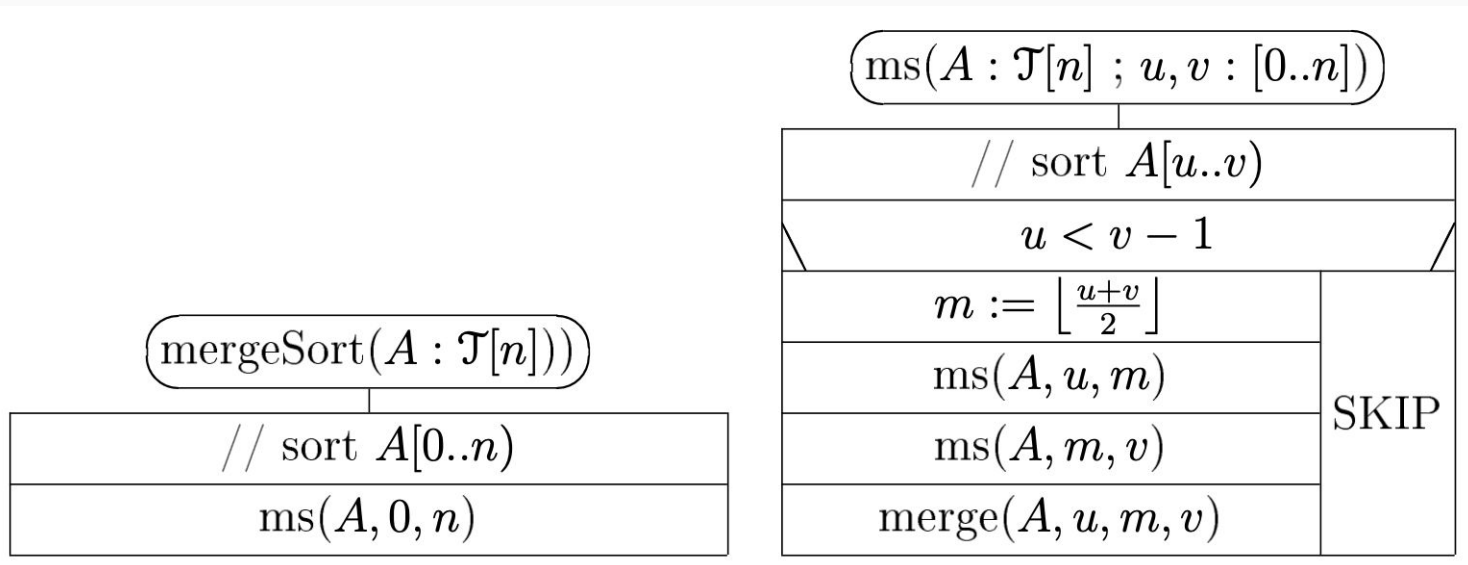
[4, 4, 6, 8, 10, 9, 3]

[1, 4, 6, 8, 10, 9, 3]

# MergeSort



# MergeSort algoritmus



# Két rendezett tömb összefésülése

Adott  $A[1..n]$  és  $B[1..m]$  rendezett tömbök és a  $C[1..n+m]$  tömb.

Fésüljük össze C-ben az A és B tömböket!

| arrayMerge(A: Int[n], B: Int[m], C: &Int[n+m]) |            |
|--|------------|
| i:=0; j:=0; k:=0                               |            |
| i<n & j<m                                      |            |
| A[i]<=B[j]                                     |            |
| C[k]:=A[i]                                     | C[k]:=B[j] |
| i++  | j++        |
| k++  |            |
| i<n  |            |
| C[k]:=A[i]                                     |            |
| i++; k++                                       |            |
| j<n  |            |
| C[k]:=B[j]                                     |            |
| j++; k++                                       |            |

# Merge segédalgoritmus

A tulajdonképpeni összefésülést a  $\text{merge}(A, u, m, v)$  eljárás első explicit ciklusa végzi el, az utolsó ciklussal kiegészítve.

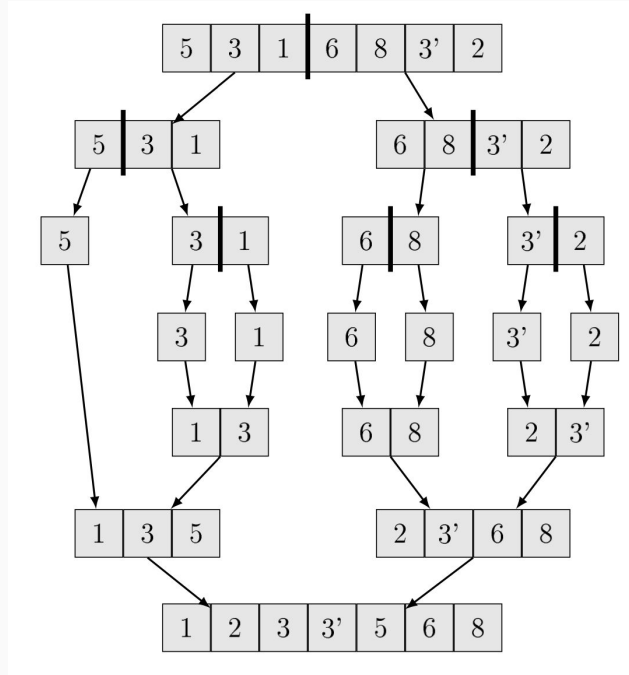
A  $Z[0..d)$  segédtömbre azért van szükség, hogy az összefésülés során az output ne írja felül az inputot.

*A triviális megoldás mindkét résztömböt átmásolná, de elég a bal oldalt, mert az összefésülés első explicit ciklusa során végig igaz lesz, hogy  $k < i$ .*

A végén miért csak a  $Z$  tömb végét kell átmásolni?  
Mert ha az  $A[]$  tömb vége már ott van!

|   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
|---|----------------|----------------|--|---------------------------|----------------|--------------|--------------|--------------|--|
| $\text{merge}(A : \mathcal{T}[n] ; u, m, v : [0..n])$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| // sorted merge of $A[u..m)$ and $A[m..v)$ into $A[u..v)$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $d := m - u$ // $d$ is the length of $A[u..m)$ .  |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $Z : \mathcal{T}[d] ; Z[0..d) := A[u..m)$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| // sorted merge of $Z[0..d)$ and $A[m..v)$ into $A[u..v)$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $k := u$ // copy into $A[k]$  |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $j := 0 ; i := m$ // from $Z[j]$ or $A[i]$  |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $i < v \wedge j < d$  |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| <table border="1"> <tr> <td colspan="2"><math>A[i] &lt; Z[j]</math></td></tr> <tr> <td><math>A[k] := A[i]</math></td><td><math>A[k] := Z[j]</math></td></tr> <tr> <td><math>i := i + 1</math></td><td><math>j := j + 1</math></td></tr> <tr> <td colspan="2"><math>k := k + 1</math></td></tr> </table> |                | $A[i] < Z[j]$  |  | $A[k] := A[i]$            | $A[k] := Z[j]$ | $i := i + 1$ | $j := j + 1$ | $k := k + 1$ |  |
| $A[i] < Z[j]$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $A[k] := A[i]$  | $A[k] := Z[j]$ |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $i := i + 1$  | $j := j + 1$   |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $k := k + 1$  |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $j < d$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| <table border="1"> <tr> <td colspan="2"><math>A[k] := Z[j]</math></td></tr> <tr> <td colspan="2"><math>k := k + 1 ; j := j + 1</math></td></tr> </table>  |                | $A[k] := Z[j]$ |  | $k := k + 1 ; j := j + 1$ |                |              |              |              |  |
| $A[k] := Z[j]$  |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |
| $k := k + 1 ; j := j + 1$   |                |                |  |                           |                |              |              |              |  |

# Szemléltetés



# Feladat

Rendezzük a MergeSort algoritmussal az alábbi 15 elemű tömböt:

[15, 34, 12, 11, 16, 21, 22, 10, 46, 17, 18, 40, 22, 23, 31]

[illegible]

Láncolt listák

# Ismétlés: Pointerek koncepciója

- Tömbben megvalósított láncolt lista
- A tömb elemei két mezőből állnak, egy szöveg és egy egész értékből.
- Az egész érték egy tömbindex, mely egy láncba fűzi a tömb elemeit.

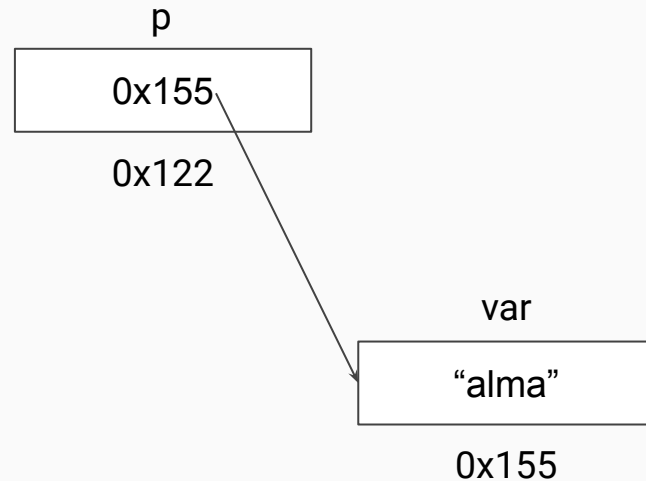
|   |       |   |
|---|-------|---|
| 1 | málna | 0 |
| 2 |       | 0 |
| 3 | banán | 8 |
| 4 |       | 5 |
| 5 |       | 2 |
| 6 | körte | 1 |
| 7 | alma  | 3 |
| 8 | eper  | 6 |

L=7  
SZH=4



# Ismétlés: Pointerek / mutatók

- Ez is egy típus
- Egy változó, amelyben egy memóriacím van
  - p: a változó amely pointer típusú
  - \*p vagy p-> a p által mutatott változó
    - Esetlet p^ régi jegyzetben
  - Tudunk adattagokra hivatkozni
    - p->key
  - Tudunk a változóval műveletet végezni
    - (\*p) = körte
    - Ha üres, akkor nullpointer (NULL esetleg nil)
- A pointer típusos



# Láncolt listák

- Egy vagy két irányúak lehetnek.
- Előny: a rendezett beszúrás/törlés nem igényel elemmozgatást. Persze a beszúrás/törlés helyének megtalálása rendezett esetben  $O(n)$ .
- Hátrány: nem indexelhető konstans műveletszámmal, csak  $O(n)$ -nel!

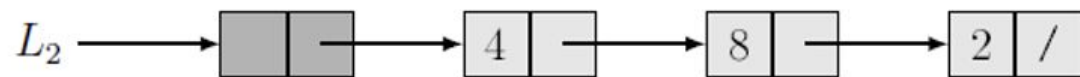
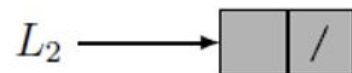
# Egyirányú lista

- Listaelem: E1 osztály {key: Típus, next: E1\*}
  - Tehát az E1 egy kulcsból és egy E1 típusú elemre mutató pointer
  - Megengedjük a  $p \rightarrow \text{key} := X$  típusú értékadásokat, tehát ez inkább egy rekord, mint egy osztály
- Egyszerű, egyirányú láncolt lista (S1L): a legegyszerűbb forma, az első elemre egy pointer mutat. Ha még nincs eleme a listának, ez a pointer 0 (Null, Nil) értékű.
- Fejelemes egyirányú láncolt lista (H1L): Gyakori trükk, hogy egy valódi adatot nem tároló elemet helyezünk el a lista elejére. Célja: a lista elején (vagy az üres listával) végzett műveletek megkönnyítése

$$L_1 = \emptyset$$



3. ábra: egyszerű láncolt lista



4. ábra Fejelemes egyirányú láncolt lista