

Systèmes et algorithmes répartis

Modèle standard et principes algorithmiques

Philippe Quéinnec, Gérard Padiou

ENSEEIH
Département Sciences du Numérique

17 octobre 2024



Plan

1 Le modèle standard

- Approche événementielle
- Causalité
- Abstraction d'un calcul

2 Clichés (snapshots)

- Prise de cliché
- Utilisation des clichés

3 Description des algorithmes

- Description du comportement des processus
- Exemple : l'élection



Modéliser un calcul réparti

Objectifs

- Description statique et description comportementale
- Abstraction pour faciliter l'analyse
- Validation de propriétés (sûreté et vivacité)

Les éléments de modélisation

- Les activités, processus, sites, etc \Rightarrow site logique
- La communication : liens, liaisons, canaux, protocoles (point à point, diffusion)...
- Les connaissances globales de chaque site logique

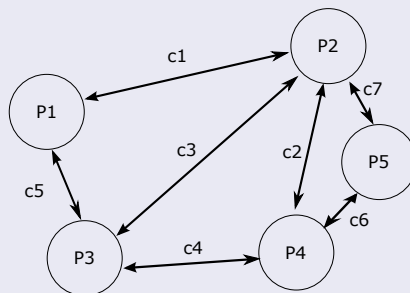
[Précis 2.2.1 pp.29–30]



Vision statique : Graphe de processus

Graphe structurel (statique)

- Sommets \equiv processus / sites
- Arcs \equiv liaisons de communication / canaux



Propriétés

Propriétés des processus / sites

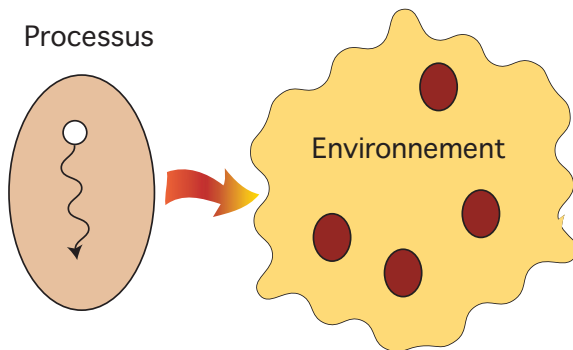
- Un processus possède une identité unique
- Un processus possède un état rémanent
- Un processus exécute un code séquentiellement
- Un processus n'a qu'une connaissance partielle des autres
- Un processus peut communiquer avec un voisinage
- Défaillance : pause, arrêt définitif, comportement byzantin

Propriétés du réseau

- Multiples paramètres : point à point ou diffusion, (a)synchrone, fiable, délais bornés, etc
- Messages : perte, duplication, modification du contenu



Connaissances d'un processus



- Nombre de processus ?
- Voisinage de communication ?
- Structure du réseau : maillé, anneau, statique/dynamique, etc

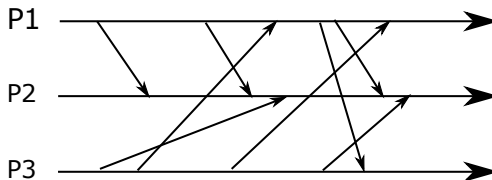


Système asynchrone



Modèle asynchrone

- Pas de temps externe commun
- Progression de chaque processus à son rythme
- Délai de transmission arbitraire



Modèle réaliste, faibles hypothèses, plus complexe pour développer et raisonner

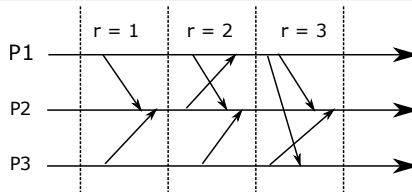


Système synchrone



Modèle synchrone

- Borne connue de délai de communication et de pas de calcul
- Pas de calcul (*round*) globaux
- Un message émis dans un pas est reçu au pas suivant / dans le même pas (selon le modèle)
- Cas particulier : rendez-vous = échange synchrone



Modèle peu réaliste, puissant.

Modèle mixte : sûreté si asynchrone, sûreté + vivacité si synchrone.

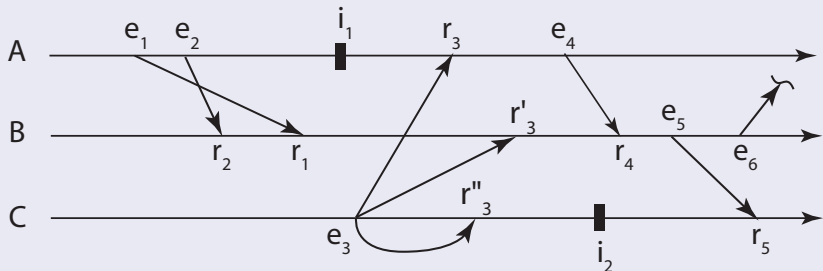


Vision dynamique : Chronogramme



Représentation événementielle

- Description globale, dans un repère temporel global
- Trois types d'événements : émission, réception, interne
- Modélisation de la communication : diffusion, perte, délais, etc
- **Causalité** entre événements



[Précis 2.2.2, 2.2.3 pp.30–31]



Relation de causalité (Lamport 1978)



Ordre partiel strict entre événements \prec

- Les événements d'un processus sont totalement ordonnés :
 e et e' sur le même site, et e précède e' , alors $e \prec e'$.
 - L'émission d'un message précède causalement sa réception :
Si $e = \text{émission}(m)$ et $e' = \text{réception}(m)$, alors $e \prec e'$.
 - Transitivité : $\forall e, e', e'' : e \prec e' \prec e'' \Rightarrow e \prec e''$
-
- La relation \prec est un **ordre partiel** : $e \parallel e' \stackrel{\Delta}{=} e \not\prec e' \wedge e' \not\prec e$
 - Indépendant du temps physique mais consistant avec :
 $e \prec e' \Rightarrow e$ est survenu avant e' dans le temps absolu

[Précis 2.2.4 p.31]

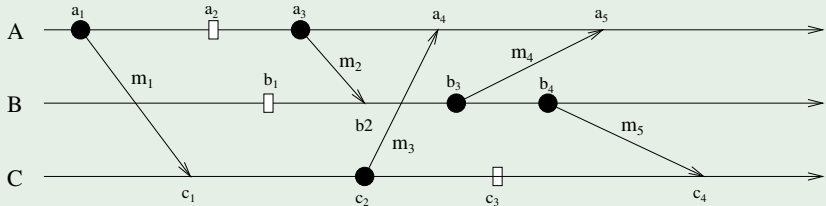
1. *Time, Clocks and the Ordering of Events in a Distributed System*, Leslie Lamport. Communications of the ACM, July 1978.



Relation de causalité



Exemple

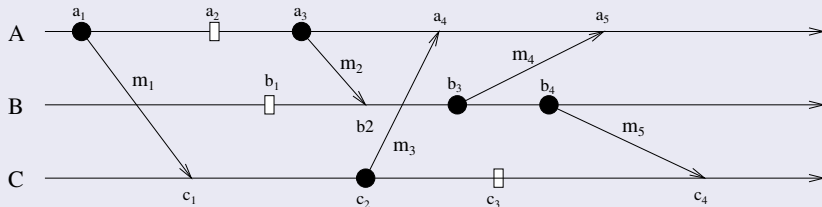


$$\begin{aligned} a_1 &\prec a_2 \prec a_3 \prec a_4 \prec \dots \\ a_1 &\prec c_1, c_2 \prec a_4, b_4 \prec c_4 \\ a_1 &\prec c_3 \text{ (car } a_1 \prec c_1 \prec c_2 \prec c_3) \\ a_2 &\prec c_4 \\ a_3 &\parallel c_2 \end{aligned}$$

Abstraction d'un calcul réparti



Exécutions causalement équivalentes



- Ensemble d'événements + relation causale
→ ensemble d'exécutions réelles équivalentes

$$a_1; b_1; c_1; a_2; \dots \equiv a_1; a_2; c_1; b_1; \dots$$

$$a_1; c_1; a_2; \dots \not\equiv c_1; a_1; a_2; \dots \text{ car } a_1 \prec c_1$$

- Le choix des événements fixe un niveau d'observation



Passé / futur causal

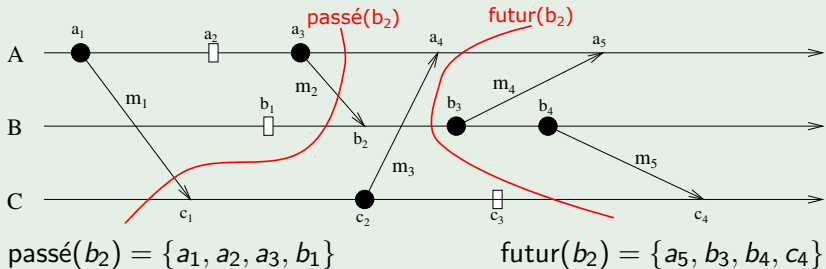
Partition des événements

$$\text{passé}(e) \triangleq \{f \mid f \prec e\}$$

$$\text{futur}(e) \triangleq \{f \mid e \prec f\}$$

$$\text{concurrence}(e) \triangleq \{f \mid f \not\prec e \wedge e \not\prec f\}$$

Exemple



Coupure et coupure cohérente



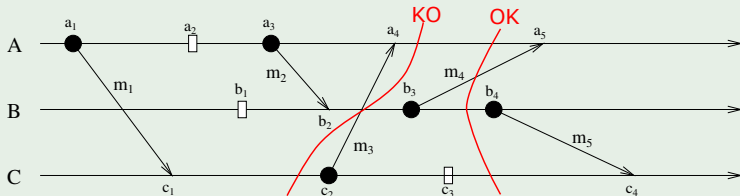
Coupure

Une **coupure** est un ensemble d'événements qui forment des préfixes complets des histoires locales.

Coupure cohérente

Une coupure C est **cohérente** si $\forall e \in C : \forall e' : e' \prec e \Rightarrow e' \in C$

Exemple



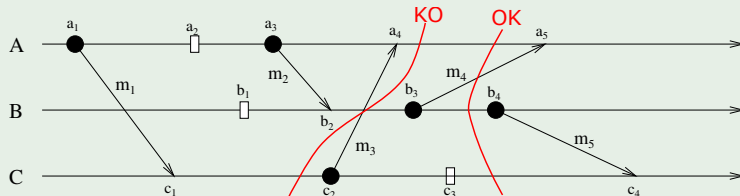
Passé et coupure cohérente



Une coupure C est cohérente ssi $C = \bigcup_{e \in C} (\text{passe}(e) \cup \{e\})$:

- Pas de « trou » sur un site
- Une réception n'est pas présente sans son émission

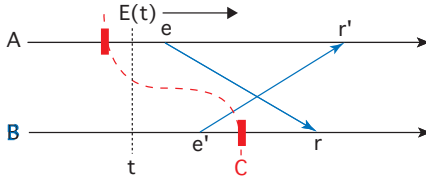
Exemple



Coupure cohérente et état global



Une coupure cohérente correspond à un état global qui **aurait pu** exister.

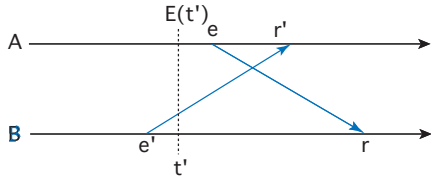


Réalité

La coupure est cohérente **mais...**

État effectif

L'état n'a pas existé à un instant global



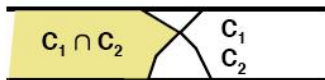
Treillis des coupures (cohérentes)

Treillis des coupures

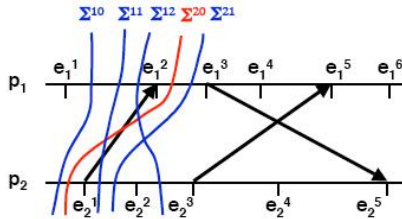
L'ensemble des coupures forme un treillis pour l'inclusion et l'intersection : si C_1 et C_2 sont deux coupures, alors $C_1 \cup C_2$ et $C_1 \cap C_2$ sont des coupures.

Treillis des coupures cohérentes

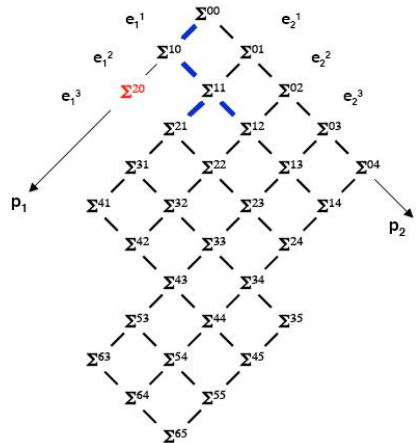
L'ensemble des coupures cohérentes forme un treillis pour l'inclusion et l'intersection : si C_1 et C_2 sont deux coupures cohérentes, alors $C_1 \cup C_2$ et $C_1 \cap C_2$ sont des coupures cohérentes.



Treillis des coupures cohérentes



- Arc du treillis = occurrence d'un événement **possible**
- **Une** exécution = suite d'états globaux cohérents = chemin dans le treillis



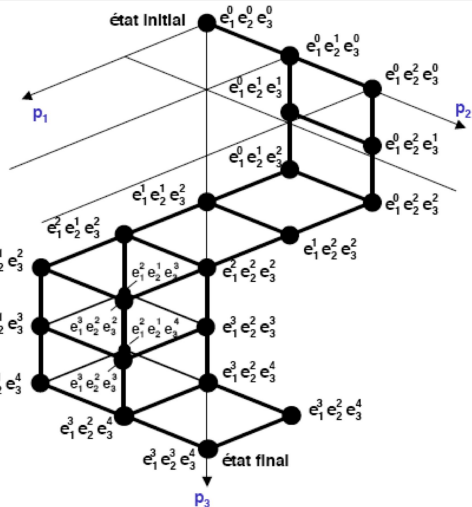
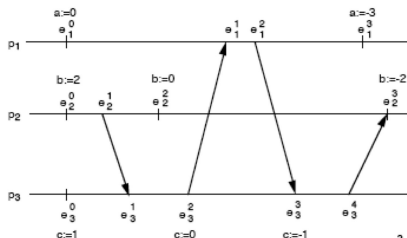
Explosion du nombre d'exécutions causalement équivalentes

(dessins : cours S. Krakowiak)



Treillis des coupures cohérentes

Autre exemple



(dessin : cours S. Krakowiak)

Plan

- 1 Le modèle standard
 - Approche événementielle
 - Causalité
 - Abstraction d'un calcul
- 2 Clichés (snapshots)
 - Prise de cliché
 - Utilisation des clichés
- 3 Description des algorithmes
 - Description du comportement des processus
 - Exemple : l'élection

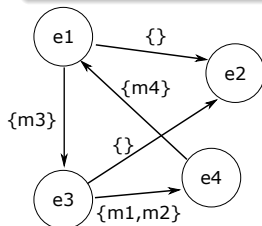


Prise de cliché (snapshot)



Définition

Objectif : Capter un état global (passé) des processus et du réseau



- Prise **instantanée** impossible
- Un site collecteur accumule
- Prise **cohérente** de clichés locaux
- Identification des messages en transit

Cliché global

Clichés locaux + Messages en transit
 $\{e_1, e_2, e_3, e_4\} + \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$

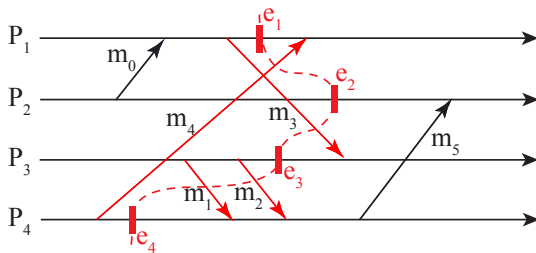
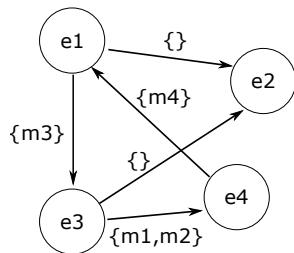
[Précis 5.1 pp.79–81]



Prise de cliché (snapshot)



Schéma temporel de la prise de cliché



Algorithme de Chandy-Lamport (1985)



- Un système existant échange des messages ;
- On **superpose** des échanges de messages dédiés pour déclencher des actions locales de sauvegarde de l'état d'un site (= un cliché local + des messages reçus) ;
- Ces états sauvegardés sont **collectés** pour construire un cliché global.

1. *Distributed Snapshots : Determining Global States of Distributed Systems*,
K. Mani Chandy and Leslie Lamport. ACM Transactions on Computer Systems,
Feb. 1985



Algorithme de Chandy-Lamport

Idée

- Construire une coupure cohérente au moyen de **marqueurs** visitant les sites.
- Les messages émis par S_j **avant** le passage du marqueur sur S_j , et reçus par S_i **après** le passage du marqueur sur S_i , sont les messages en transit de S_j vers S_i .
- Les messages reçus avant le passage du marqueur sont intégrés à l'état local du site et ne sont plus en transit.
- Les messages émis après le passage du marqueur ne sont pas dans le cliché.



Algorithme de Chandy-Lamport

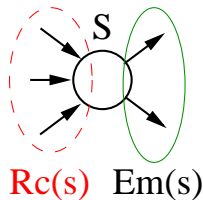


Hypothèses

- Canaux unidirectionnels et **fifo** :
 $\forall s, Rc(s)$: canaux en réception
 $Em(s)$: canaux en émission
- Réseau fortement connexe ($\forall s, s' : \exists s \rightarrow^* s'$)

Principe de l'algorithme

- Utilisation de messages **marqueurs**
- Répartition de l'évaluation : chaque site s évalue :
 - **son** cliché local ;
 - les messages considérés en transit sur ses canaux en réception $Rc(s)$



Algorithme de Chandy-Lamport



Comportement d'un site s

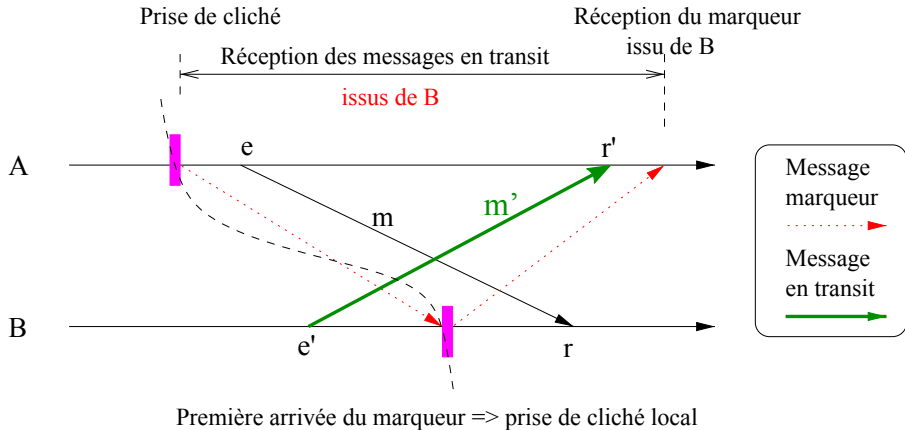
Sur réception d'un **premier marqueur** :

- 1 Prendre **son** cliché local L_s et émettre un **marqueur** sur chaque canal d'émission $c \in Em(s)$
- 2 Enregistrer dans une liste $enTransit[c]$ les messages reçus sur chaque canal de réception $c \in Rc(s)$ jusqu'à la réception d'un **marqueur** sur ce canal
- 3 Lorsqu'un marqueur a été reçu sur **tous** ses canaux de réception, communiquer au collecteur cet état partiel :
 $\langle L_s, \{enTransit[c] \mid c \in Rc(s)\} \rangle$

Déclenchement de la prise de cliché : envoi d'un message marqueur à un site quelconque.



Prise de clichés locaux et marqueurs



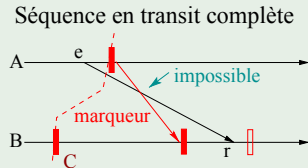
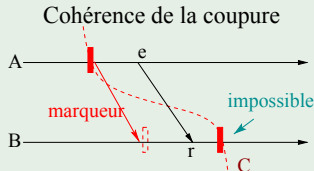
Vérifier la correction...



Propriétés

- Sûreté
 - Coupure cohérente
 - Collecte complète des messages en transit
- Vivacité
 - Tout site finit par prendre un cliché local
 - Un marqueur finit par arriver sur chaque canal de réception

Exemple



État enregistré = état *possible*

État enregistré

- Σ_{enreg} = cliché enregistré
- Σ_{init} = coupure cohérente contenant l'événement déclencheur du cliché
- Σ_{final} = coupure cohérente dans lequel le protocole de prise de cliché est terminé

Alors $\Sigma_{init} \prec \Sigma_{enreg} \prec \Sigma_{final}$

(il existe un chemin de Σ_{init} à Σ_{final} passant par Σ_{enreg} dans le treillis des coupures cohérentes)

Exemple : sur le treillis page 18, si $\Sigma_{init} = \Sigma^{11}$ et $\Sigma_{final} = \Sigma^{32}$, Σ_{enreg} peut être Σ^{11} , Σ^{21} , Σ^{12} , Σ^{31} , Σ^{22} ou Σ^{32} , et a pu ne pas être traversé dans la réalité.



Utilisation du cliché : propriété stable



Prédicat stable

Un prédicat P sur un état global E d'un système est stable ssi
 $\forall E' : E \prec E' \wedge P(E) \Rightarrow P(E')$

(exemples : le calcul est terminé, il y a eu 10 messages reçus...)

Vérification de P

Si P est un prédicat stable alors :

- $P(\Sigma_{enreg}) \Rightarrow P(\Sigma_{final})$ (et tout état ultérieur)
- $\neg P(\Sigma_{enreg}) \Rightarrow \neg P(\Sigma_{init})$ (et tout état antérieur)



Utilisation du cliché : propriété possible/certaine



Prédicat possible/certain

Pour un prédicat P :

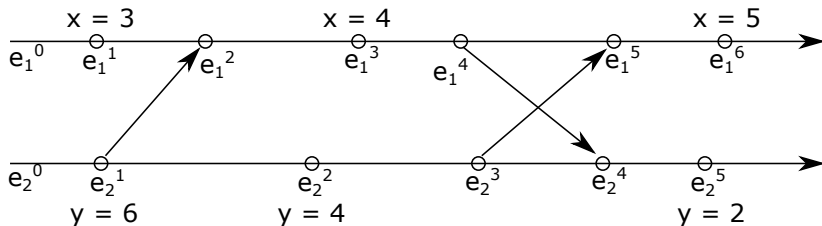
- $Pos(P)$ (possibly P) : il existe une observation cohérente (= un chemin dans le treillis) qui passe par un état où P est vrai.
- $Def(P)$ (definitely P) : toutes les observations cohérentes (= tous les chemins) passent par un état où P est vrai.

Vérification

- $P(\Sigma_{enreg}) \Rightarrow Pos(P)$ mais pas l'inverse...
- $\neg Pos(P) \Rightarrow Def(\neg P)$ mais pas l'inverse...



Exemple de vérification de propriétés



- $x - y \geq 0$?
(en supposant x croissant, y décroissant \Rightarrow propriété stable)
- $Pos(x = y - 2)$?
- $Def(x = y)$?

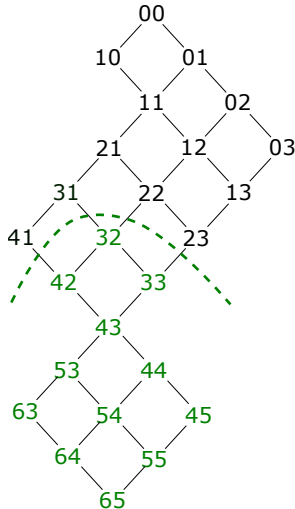
(d'après Lorenzo Alvisi)



Exemple de vérification



Propriété stable



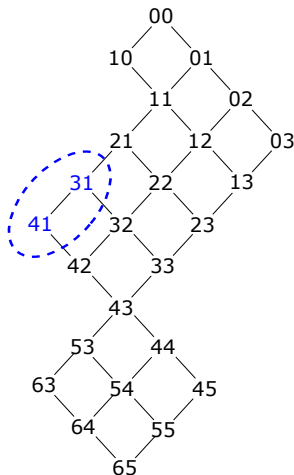
- $x - y \geq 0$?
(sous l'hypothèse $x \uparrow, y \downarrow$)
- N'importe quel cliché Σ_{enreg} obtenu après Σ^{32} permet de le vérifier



Exemple de vérification



Possibilité



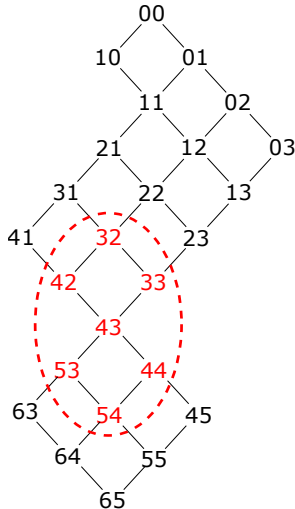
- $Pos(x = y - 2) ?$
- $x = y - 2$ est vrai dans les états cohérents Σ^{31} et Σ^{41}
- Détecté uniquement si $\Sigma_{enreg} \in \{\Sigma^{31}, \Sigma^{41}\}$
- Σ_{enreg} pas nécessairement survenu dans la réalité



Exemple de vérification



Certitude



- $Def(x = y)$?
- Vrai
- $Pos(x = y)$ pas détecté si on capture un état antérieur à Σ^{32} ou postérieur à Σ^{54}
- La capture d'un état (p.e. Σ^{42}) ne permet pas de conclure



Utilisation du cliché : propriété possible/certaine



Principe de la vérification

- Un processus moniteur M collecte tous les états locaux
- M construit le treillis des coupures cohérentes (à partir d'un codage complet de la relation de causalité, cf chapitre suivant)
- Pour évaluer $Pos(P)$: parcourir le treillis depuis l'état initial, niveau par niveau, et s'arrêter au premier état où P est vrai. Aucun état $\Rightarrow \neg Pos(P)$.
- Pour évaluer $Def(P)$: parcourir le treillis depuis l'état initial, niveau par niveau, en ne développant que les états vérifiant $\neg P$. Si plus d'état, alors $Def(P)$; si état final atteint (et $\neg P$ dans cet état) alors $\neg Def(P)$.
- Explosion combinatoire : pour N sites ayant chacun au plus m états, possiblement m^N coupures cohérentes.



Plan

- 1 Le modèle standard
 - Approche événementielle
 - Causalité
 - Abstraction d'un calcul
- 2 Clichés (snapshots)
 - Prise de cliché
 - Utilisation des clichés
- 3 Description des algorithmes
 - Description du comportement des processus
 - Exemple : l'élection



Principes algorithmiques

- Algorithmes symétriques
 - code répliqué
 - données initiales propres : identité, voisinage de communication
 - pas de variables partagées, éventuellement connaissances statiques communes (p.e. graphe, nombre de sites)
- Structurer les échanges de messages :
 - maillage (graphe complet)
 - anneau
 - arbre de recouvrement
- Étudier des problèmes génériques :
 - Les services : datation, exclusion mutuelle, consensus, élection...
 - Les observations de propriétés stables : terminaison, interblocage
 - La tolérance aux fautes : réplication, atomicité

[Précis 2.2.5, 2.2.6 pp.32–34]



Description des algorithmes



```
Process P(id : 0..N-1)
  <variables locales>
  on <condition-logique> :
    <Action>
  on reception message(arg) [ from P(j) ] :
    <Action>
  on <condition-logique> ^ reception message(arg) :
    <Action>
  on start : // initialement
    <Action>
  ...
```

- Action : modification des variables locales et/ou envoi(s) de message, ou terminaison (**terminate**)
- Envoi : **send** Msg(<args>) **to** <destinataire(s)>
- Choix d'un événement à traiter : non déterministe parmi ceux ayant la garde vraie et un message à consommer

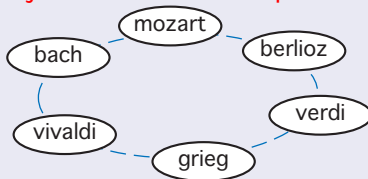


Exemple : l'élection



Le problème de l'élection

Objectif : Élire un seul processus



- Un processus a une identité unique qu'il connaît
- Un processus ne connaît pas le nombre global de processus
- Un processus ne connaît pas l'identité des autres
- Communication sur un anneau logique

[\[Précis 2.2.9 pp.39–41 \]](#)

1. *An improved algorithm for decentralized extrema-finding in circular configurations of processes*, Ernest Chang and Rosemary Roberts. Communications of the ACM, May 1979.



Solution correcte ou fausse ?



On suppose que les processus sont totalement ordonnés (ici par leur indice, en pratique, par leur adresse IP par exemple)

```
Process P(id : 0..N-1)
  //  $\ominus$  et  $\oplus$  : opérateurs modulo  $N$ 
  type Etat = {candidat, élu};
  Etat étatCourant  $\leftarrow$  candidat;
  on reception Candidat(proc) from P[id $\ominus$ 1] :
    if (proc < id) send Candidat(proc) to P[id $\oplus$ 1];
    else if (proc = id) étatCourant  $\leftarrow$  élu;
    else nop;    // ignorer le message
  on (étatCourant = élu) :
    terminate;
```

Pourquoi cela ne marche-t-il pas ?



Solution qui conduit à l'élection du plus petit



```
Process P(id : 0..N-1)
  type Etat = {candidat, élu};
  Etat étatCourant ← candidat;
  on start:
    send Candidat(id) to P[id⊕1]; // chacun candidate
  on reception Candidat(proc) from P[id⊖1]:
    if (proc < id) send Candidat(proc) to P[id⊕1];
    else if (proc = id) étatCourant ← élu;
    else nop; // ignorer le message
  on (étatCourant = élu) :
    terminate;
```

Pas parfait : un seul processus se termine



Solution plus complète : tous les processus terminent 🎵🎵🎵

```
Process P(id :0..N-1) {  
  type Etat = {candidat,élu,perdant};  
  Etat étatCourant ← candidat;  
  on start :  
    send Candidat(id) to P[id⊕1]; // chacun candidate  
  on reception Candidat(proc) from P[id⊖1]:  
    if (proc < id) send Candidat(proc) to P[id⊕1];  
    else if (proc = id) étatCourant ← élu;  
    else nop; // ignorer le message  
  on (étatCourant = élu) :  
    send Elu(id) to P[id⊕1];  
  on reception Elu(proc) from P[id⊖1]:  
    if (proc ≠ id) then  
      étatCourant ← perdant;  
      send Elu(proc) to P[id⊕1];  
  endif  
  terminate
```

Déclenchement spontané individuel



Pas nécessairement tous candidats au départ (mais tous éligibles)

```
Process P(id : 0..N-1)
  type Etat = {candidat, élu, perdant};
  Etat étatCourant ← candidat;
  on random() :
    send Candidat(id) to P[id⊕1];
  on reception Candidat(proc) from P[id⊖1]:
    if (proc < id) send Candidat(proc) to P[id⊕1];
    else if (proc = id) étatCourant ← élu;
    else if (proc > id) send Candidat(id) to P[id⊕1];
  :
```



Conclusion

- Modélisation par des événements locaux
- Relation entre ces événements, en particulier la causalité
- Représentation avec des chronogrammes
- Notion d'état global, de coupure
- Calcul d'un état global

