Systèmes et algorithmes répartis

Consensus, détecteur de défaillances

Philippe Quéinnec

ENSEEIHT
Département Sciences du Numérique

12 juillet 2024

plan

Plan

Le consensus

Définition

Soit un ensemble de processus $p_1, \ldots, p_n$ reliés par des canaux de communication.

Initialement : chaque processus p_i propose une valeur v_i.

À la terminaison de l'algorithme : chaque p_i décide d'une valeur d_i.

- Accord : la valeur décidée est la même pour tous les processus corrects
- Intégrité : tout processus décide au plus une fois (sa décision est définitive)
- Validité : la valeur décidée est l'une des valeurs proposées
- Terminaison : tout processus correct décide au bout d'un temps fini

1. *The Byzantine Generals Problem*, Leslie Lamport, Robert Shostak and Marshall Pease. ACM Trans. on Programming Languages and Systems. 1982.

Remarques

Correct / défaillant

Un processus est dit correct s'il n'est et ne sera jamais défaillant. Un processus incorrect peut fonctionner normalement avant de défaillir.

Valeur proposée / décidée

- Les valeurs proposées ne sont pas nécessairement toutes distinctes.
- Le consensus binaire (uniquement 0/1 comme valeurs possibles) est équivalent au consensus à valeur quelconque.
- La valeur décidée n'est pas nécessairement une valeur majoritaire, ni celle d'un processus correct.

Variantes – simultanéité

Démarrage

Quand un processus démarre-t-il l'algorithme de consensus ?

- Démarrage simultané (à une heure donnée)
- Démarrage initié par l'un des processus : diffusion d'un message d'initialisation de l'algorithme.
  (Attention aux propriétés de cette diffusion : fiable, ordonnée)
- Sur réception d'un 1^er^ message de l'algorithme : ça complique !

Les trois formes sont équivalentes.

Consensus simultané

- Terminaison simultanée : tous les processus corrects décident *en même temps* (= au même tour, modèle synchrone).

Variantes – 2

Consensus uniforme

- Accord uniforme : la valeur décidée est la même pour tous les processus (corrects ou ultérieurement défaillants) qui décident

Correct = n'aura jamais de défaillance. Un processus incorrect peut décider puis devenir défaillant.

k-consensus

- k Accord : au plus k valeurs distinctes sont décidées pour l'ensemble des processus corrects

Consensus basique : $k = 1$

Consensus approximatif

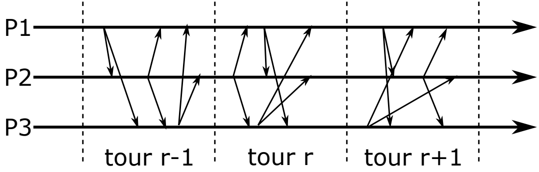
- ϵ-Accord : les valeurs décidées par les processus corrects doivent être à distance maximale ϵ l'une de l'autre.

Modèle temporel

Synchrone

borne supérieure connue sur le temps de transmission et sur l'avancement des processus.

Usuellement, algorithmes fonctionnant par tours, synchronisés sur tous les processus.



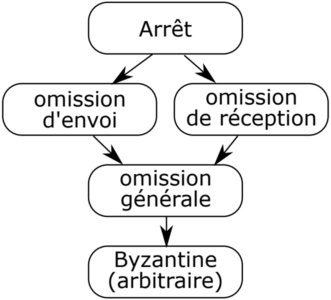
Asynchrone

Pas de borne connue : avancement arbitrairement lent des processus et du réseau.

Modèle moins contraint, plus réaliste (mais plus difficile)

Défaillances d'un processus ♪♪♪

- Arrêt (*crash failure* ou panne franche) : le processus fonctionne correctement jusqu'à un point où il cesse définitivement d'agir.
- Omission
  - omission en émission : le processus omet certaines émissions qu'il aurait dû faire, ou cesse définitivement.
  - omission en réception : le processus ignore certains messages en réception, ou cesse définitivement.
- Arbitraire (*byzantine failure*) : le processus ment (par omission ou par contenu arbitraire des messages envoyés)



1. *Fault-Tolerant Broadcasts and Related Problems*, Vassos Hadzilacos and Sam Toueg. In *Distributed Systems*. 1993.

Communications

Défaillance

- réseau fiable : tout message finit par arriver
- perte : certains messages n'arrivent jamais
- ordre : respect de l'ordre d'émission ou d'un autre ordre
- arbitraire : duplication, modification du contenu...

Hypothèse de réseau fiable

Les défaillances réseau en asynchrone peuvent être modélisées par des défaillances de site $\Rightarrow$ on suppose le réseau fiable.

Utilité du consensus ♪♪♪

Le consensus est un outil générique pour la tolérance aux fautes :

- Un système informatique est une machine à état :
  (nouvel état, sorties) $\leftarrow$ *fonction(état courant, entrée)*
- Assurer la disponibilité = réplication en n copies
- Transparence = équivalence avec une seule copie
- Consensus pour ordonner identiquement les entrées
  + si non déterministe, consensus pour décider identiquement des réponses sur les n copies

1. *The Implementation of Reliable Distributed Multiprocess Systems*, Leslie Lamport. Computer Networks. 1978.

Universalité ♪♪♪

Spécification séquentielle

Un objet possède une spécification séquentielle si ses comportements corrects sont exprimables par des séquences (= des traces) de ses opérations.

Universalité du consensus

Le consensus suffit pour implanter en réparti n'importe quel objet possédant une spécification séquentielle.

- En communication par message : consensus + diffusion générale (anonyme)

1. *Wait-Free Synchronization*, Maurice Herlihy. ACM Trans. on Programming Languages and Systems. 1991.

Problèmes réalisables avec le consensus ♪♪♪

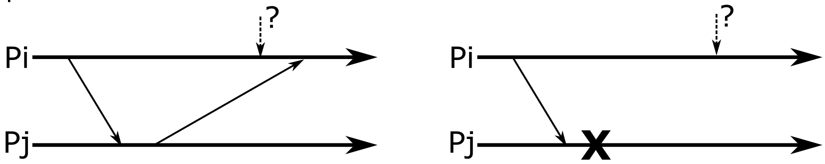
- Élection d'un leader = accord de tous sur un processus
- Diffusion fiable avec terminaison = tous les processus corrects délivrent un même message (éventuellement vide si l'émetteur s'est arrêté)
- Diffusion uniforme = tout les processus (corrects ou pas) délivrent ou aucun
- Construction de groupes
- Commit (validation) de transaction distribuée
- Calcul d'une fonction globale portant sur l'ensemble des sites

Impossibilité du consensus en asynchrone avec arrêt ♪♪♪

Résultat d'impossibilité (FLP85)

Le consensus est impossible à réaliser dans un système asynchrone où un seul processus peut subir une défaillance d'arrêt.

Intuitivement, il est impossible de distinguer un processus lent d'un processus arrêté.



1. *Impossibility of Distributed Consensus with One Faulty Process*, Michael Fischer, Nancy Lynch and Michael Paterson. Journal of the ACM. April 1985.

Impossibilité du consensus en synchrone avec perte de message ♪♪♪

Résultat d'impossibilité (Gray, 1978)

Le consensus est impossible à réaliser dans un système synchrone où les messages peuvent être arbitrairement perdus.

Intuition de la preuve : le dernier message avant décision peut être perdu sans changer la décision ⇒ il était inutile. On le supprime, et on recommence le raisonnement.

(Piège : la perte de message peut être modélisée par une défaillance d'omission de *n'importe quel* processus. Le consensus est faisable en synchrone avec omission s'il y a $< n/2$ sites défaillants.)

1. *Notes on Data Base Operating Systems*, Jim Gray. Operating Systems, An Advanced Course, 1978.

Résultats d'impossibilité de réalisation du consensus

Processus communiquant par mémoire partagée

Défaillance / modèle	Arrêt de processus
synchrone	∃ solution
asynchrone	impossible

Processus communiquant par messages

Défaillance / modèle	Arrêt de processus	Omission	Byzantine	Perte de message
synchrone	∃ solution	∃ solution	∃ solution	impossible
asynchrone	impossible	impossible	impossible	impossible

Contourner FLP

♪♪♪

Affaiblir le problème

- Terminaison probabiliste
- k-consensus
- Consensus approximatif (ϵ-consensus)
- *Best effort*

Renforcer le système

- Système partiellement synchrone
- Système synchrone *suffisamment longtemps*
- Détecteur de défaillances

Réalisabilité du consensus

défaillance	synchrone	asynchrone
non	faisable	faisable
arrêt	faisable f défaillances $< n$ processus $\Omega(f+1)$ tours	impossible
omission	faisable f défaillances $< n/2$ processus	impossible
byzantine	faisable $f \leq \lfloor (n-1)/3 \rfloor$ processus $\Omega(f+1)$ tours	impossible

- k-consensus : faisable en asynchrone/arrêt avec $f < k < n$
- Consensus approximatif : faisable en asynchrone/arrêt avec $5f + 1 \leq n$

Plan

Réalisation en absence de défaillance ♪♪♪

Principe

Tous les processus diffusent leur valeur, chacun garde la plus petite reçue.

Synchrone $\Rightarrow$ borne supérieure de communication Δ $\Rightarrow$ décision en un tour et n diffusions.

```
Processus P_i(v_i),  0 ≤ i < n
local V_i
on round 0 :
    V_i ← {v_i}
    envoyer(v_i) à tous les autres
on réception(v) :
    V_i ← V_i ∪ {v}
on round 1 :
    décider min(V_i)  (toute fonction déterministe)
```

Réalisation en défaillance d'arrêt ♪♪♪

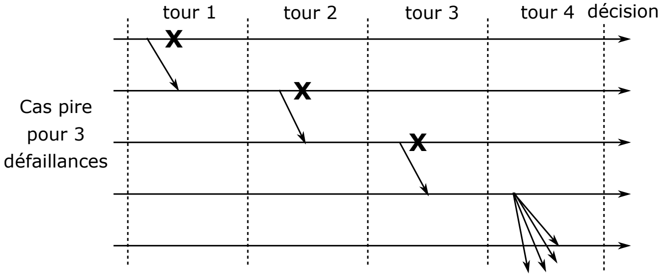
Tolérance à f défaillances ($f < n$).

Principe

Au i-ième tour, le processus i diffuse sa valeur. Après $f+1$ tours, on est sûr qu'au moins un processus correct a diffusé une valeur reçue par au moins $n-f$ processus corrects.

```
Processus P_i(v_i), 0 ≤ i < n
local x
on start :
    x ← v_i
on réception(v) :
    x ← v
on round i, 0 ≤ i ≤ f:     // au i-ième tour pour P_i
    envoyer(x) à tous les autres
on round (f+1):
    décider x
```

Réalisation en défaillance d'arrêt ♪♪♪



- $f+1$ tours, $f+1$ diffusions
- décision simultanée
- non équitable : les valeurs des processus $f+1, \ldots, n$ ne sont pas considérées ⇒ ajouter un tour préliminaire :

  `diffuser(`v_i`)`

  x ← `l'une des valeurs reçues dans ce tour`

Algorithme équitable à $f + 1$ tours

Principe

À chaque tour, chaque processus diffuse la plus petite valeur qu'il connaît (uniquement si elle a changé).

```
Processus P_i(v_i),  0 ≤ i < n
local x, prevx, received
on start :
    x ← v_i, prevx ← ⊥
on réception(v) :
    received ← received ∪ {v}
on round k, 0 ≤ k ≤ f:          // à chaque tour
    prevx ← x
    x ← min(received ∪ {x})
    received ← ∅
    si x ≠ prevx alors diffuser(x)
on round (f+1):
    décider x
```

Nombre optimal de tours

Borne inférieure

Il n'existe pas d'algorithme synchrone basé sur des tours qui résolve le consensus avec f défaillances d'arrêt en moins de $f+1$ tours.

Le pire cas est qu'un seul processus défaille à chaque tour.

Existence

La borne "$f+1$ tours" est atteignable.

1. *A Lower Bound for the Time to Assure Interactive Consistency*, Michael Fischer and Nancy Lynch. Information Processing Letters. 1982.

Le problème des généraux byzantins

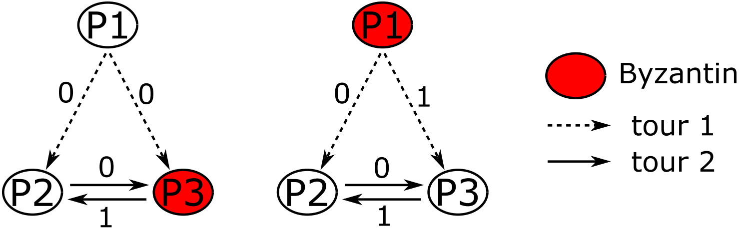
Les généraux byzantins

Des divisions de l'armée Byzantine assiègent une cité et doivent décider d'attaquer ou pas. Chaque division est commandée par un général qui communique avec les autres par des messagers fiables.
Chaque général doit éventuellement décider d'un plan d'action (terminaison) ; le plan doit être le même pour tous (accord) ; un général ne doit pas changer de décision une fois prise (intégrité) ; la décision retenue doit avoir été proposée et en particulier s'ils sont unanimes, ceci doit être la décision finale (validité).
Certains généraux sont des traîtres qui veulent empêcher les généraux loyaux de conclure. Pour cela, ils peuvent envoyer des messages contradictoires aux autres généraux ou mentir sur ce qu'ils ont reçu des autres généraux. Les traîtres peuvent même se coaliser pour conspirer de manière coordonnée.

---

1. *The Byzantine Generals Problem*, Leslie Lamport, Robert Shostak and Marshall Pease. ACM Trans. on Programming Languages and Systems. 1982.

Impossibilité du consensus à 3 avec une défaillance byzantine ♪♪♪



- Défaillance byzantine = le processus peut mentir
- P_2 ne peut pas distinguer entre les deux scénarios
- Des échanges supplémentaires ne changent rien
- P_2 ne peut pas nécessairement décider identiquement à l'autre processus correct

Algorithme avec défaillances byzantines

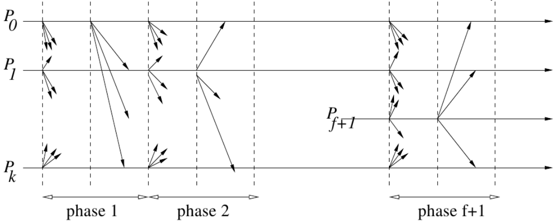
Le consensus en synchrone avec défaillance byzantine est impossible pour $n \leq 3f$.

Le consensus en synchrone avec défaillance byzantine est possible si $f \leq \lfloor \frac{n-1}{3} \rfloor$.

Algorithme avec "roi de phase" (*Phase King*) ♪♪♪

- $f + 1$ phases, chaque phase a un unique roi, fixé a priori
- Chaque phase contient deux tours :

(source : Kshemkalyani)



  - Tour 1 : chaque site diffuse son estimation à tous.
    Chaque site reçoit les valeurs proposées puis détermine si une valeur est proposée par une majorité qualifiée ($> n/2 + f$), ou une majorité simple ($> n/2$)
  - Tour 2 : le roi fixe son estimation à sa valeur majoritaire (sa propre valeur si pas de majorité) et la diffuse.
    Chaque site fixe sa nouvelle estimation à la valeur reçue en tour 1 avec majorité qualifiée, ou sinon à la valeur reçue du roi.

Algorithme avec "roi de phase" – justification

$f + 1$ phases, $(f + 1)(n + 1)(n - 1)$ messages,
$f < \lceil n/4 \rceil$ défaillances

- Parmi les $f + 1$ phases, au moins une où le roi est correct
- Dans cette phase, les processus corrects obtiennent la même estimation que le roi : soit p_i et p_j corrects :
  - ou p_i et p_j ont chacun une majorité qualifiée ($> n/2 + f$) et le roi a alors aussi cette même estimation
  - ou p_i a une majorité qualifiée ($> n/2 + f$) et p_j utilise la valeur du roi ($> n/2$) qui est identique
  - ou p_i et p_j utilisent l'estimation du roi
- Si tous les processus corrects ont la même estimation au début d'une phase, ils garderont cette même valeur à la fin (même si le roi est byzantin).

Plan

1. Le consensus
   - Définition
   - Modèles, défaillances
   - Universalité, impossibilité
2. Système synchrone
   - Sans défaillance
   - Défaillance d'arrêt
   - Défaillance byzantine
3. Système asynchrone
   - Sans défaillance
   - Défaillance d'arrêt
   - Détecteur de défaillances

Consensus en asynchrone

Résultat d'impossibilité (FLP85)

Le consensus est impossible à réaliser dans un système asynchrone où un seul processus peut subir une défaillance d'arrêt.

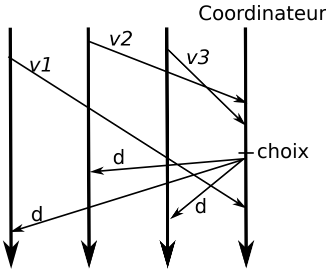
$\rightarrow$

- Refuser (ou ignorer) les défaillances : *best effort*
- Affaiblir le problème : k-consensus
- Affaiblir le problème : terminaison probabiliste
- Renforcer le système : détecteur de défaillance

Consensus avec coordinateur

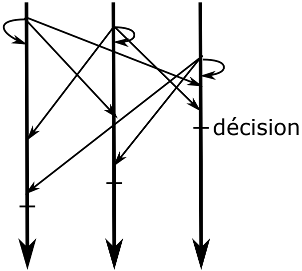
Hypothèse : système asynchrone fiable, pas de défaillance

- Chaque processus envoie sa valeur à un coordinateur désigné à l'avance
- Au bout d'un certain temps (après avoir reçu au moins une valeur), le coordinateur choisit une valeur *d*
- Le coordinateur envoie *d* à tous les processus (diffusion fiable)
- Chaque processus décide *d*
- $\Rightarrow$ tous les processus décident identiquement en temps fini non borné



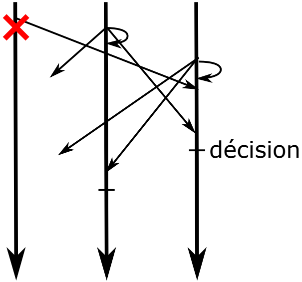
Consensus symétrique

- Chaque processus diffuse sa valeur à tous
- Quand un processus a reçu toutes les valeurs, il applique un algorithme déterministe (p.e. min) pour choisir la valeur de décision
- Tous les processus utilisent le même algorithme
- $\Rightarrow$ tous les processus décident identiquement en temps fini non borné



k-consensus avec arrêt de processus ♪♪♪

- Chaque processus envoie sa valeur à tous les autres
- Quand un processus a reçu (au moins) $n - (k - 1)$ valeurs, il décide le min.



Si $f < k < n$ alors :

- Terminaison en temps fini (non borné) pour les processus corrects
- Au plus f valeurs non reçues par tous $\Rightarrow$ au plus $f + 1$ décisions distinctes

Algorithme à terminaison probabiliste ♪♪♪

Algorithme à terminaison probabiliste, assurant la sûreté (accord, intégrité, validité) si $f < \frac{n}{2}$ (f = nb de fautes, n = nb de sites).

- Tours asynchrones
- A chaque tour, le processus :
  - Rapporte sa valeur courante en la diffusant à tous
  - Attend $n - f$ rapports
  - Si une valeur obtient une majorité absolue ($> \frac{n}{2}$)
    alors propose cette valeur en la diffusant à tous
    sinon propose "**?**"
  - Attend $n - f$ propositions
  - Si une valeur est reçue au moins $f + 1$
    alors décide cette valeur et termine
  - Si une proposition non "**?**" a été reçue
    alors prendre cette valeur
    sinon prendre au hasard 0 ou 1

1. *Another advantage of free choice : Completely asynchronous agreement protocols*, Michael Ben-Or, Principles of Distributed Computing, 1983

Algorithme de Ben-Or

```
Processus $P_i(v_i)$, $0 \leq i < n$
  $x_i \leftarrow v_i$  // estimation courante de $p_i$, $(v_i \in \{0, 1\})$
  $k_i \leftarrow 0$  // k est le n° de tour
  boucle
    $k_i \leftarrow k_i + 1$
    envoyer Report$(k_i, x_i)$ à tous
    attendre $n-f$ messages Report($k_i$,*)      // "$*$" $\in \{0, 1\}$
    si reçu plus de $n/2$ Report($k_i$,v) avec le même v
        envoyer Proposal($k_i$,v) à tous
    sinon
        envoyer Proposal($k_i$,?) à tous
    attendre $n-f$ messages Proposal($k_i$,*)   // "$*$" $\in \{0, 1, ?\}$
    si reçu au moins $f+1$ Proposal($k_i$,v) avec le même v alors
        décider v et terminer
    si reçu au moins un Proposal($k_i$,v) alors $x_i \leftarrow v$
    sinon $x_i \leftarrow 0$ ou 1 aléatoirement
  finboucle
```

Algorithme de Ben-Or : preuve

Deux processus p_i et p_j ne peuvent pas proposer deux valeurs distinctes dans le même tour.

Si p_i propose 0, il a reçu $> \frac{n}{2}$ rapports égaux à 0. Donc p_j n'a pas pu recevoir $> \frac{n}{2}$ rapports égaux à 1 (et inversement pour $1/0$).

Si un processus p_i décide v à un tour k, tous les processus p_j démarreront le tour $k+1$ avec $x_j = v$.

Si p_i décide v, c'est qu'il a reçu $f+1$ propositions pour v. Au même tour, p_j a reçu $n-f$ propositions, donc au moins une était v (intersection non vide des propositions reçues). D'après le résultat précédent, il n'a pas pu recevoir d'autre proposition non-? $\rightarrow$ il fixe son x_j à v.

Algorithme de Ben-Or : preuve (2)

Si tous les processus (non crashés) ont la même valeur au début d'un tour, tous décident cette valeur dans ce tour.

Si tous les processus non crashés ont la même valeur v, chaque processus rapporte v aux autres. Comme $n - f > n/2$, chacun propose v. Comme $n - f \geq f + 1$, chacun décide v.

Algorithme de Ben-Or : sûreté

Accord

Tous les processus (qui décident) décident de la même valeur.

Découle directement des lemmes précédents.

Validité

La valeur décidée est l'une des valeurs proposées.

Supposons que p décide v qui n'était pas proposé initialement. Donc tous les processus avaient $1 - v$ initialement. Donc tous avaient la même valeur $1 - v$, et tous, y compris p, décident de cette valeur (lemme précédent). Contradiction.

Intégrité

Un processus ne décide qu'une seule fois.

Le processus termine après avoir décidé.

Algorithme de Ben-Or : vivacité

Terminaison

Tout processus correct finit par décider avec probabilité 1.

1. Nous disons qu'une valeur v est k-fixée si tous les processus non crashés possède v au tour k (et donc vont décider v au plus au tour $k+1$)
2. À un tour quelconque, une valeur v a une probabilité $\geq (\frac{1}{2})^n$ d'être fixée (un processus ne fixe pas nécessairement x_i par tirage aléatoire, d'où le $\geq$).
3. Au tour k, $Prob$[aucune valeur n'est k-fixée] $< 1 - (\frac{1}{2})^n$
4. $Prob$[aucune valeur n'est fixée pour les k premiers rounds] $< (1 - (\frac{1}{2})^n)^k$
5. $Prob$[une valeur est k-fixée pendant les k premiers rounds] $\geq 1 - (1 - (\frac{1}{2})^n)^k$
6. Converge vers 1 quand k croît.

Détecteur de défaillances : Motivation ♪♪♪

Résultat d'impossibilité (FLP85)

Le consensus est impossible à réaliser dans un système asynchrone où un seul processus peut subir une défaillance d'arrêt.

- Le consensus en asynchrone est impossible car on ne sait pas distinguer un processus défaillant (arrêté) d'un processus lent.
- On va supposer l'existence d'un détecteur de défaillances, qui indique si un processus est fautif ou non.
- FLP $\Rightarrow$ un détecteur parfait est impossible.
- Il existe des détecteurs imparfaits (i.e. qui peuvent se tromper) qui suffisent pour réaliser le consensus !
- FLP $\Rightarrow$ ces détecteurs imparfaits sont impossibles mais on peut en construire des approximations réalistes.

Détecteur de défaillances ♪♪♪

Définition

- Un détecteur de défaillances est un service réparti composé de détecteurs locaux à chaque processus (site).
- Un détecteur fournit à son processus local une liste des processus qu'il suspecte d'être défaillants.
- Les détecteurs locaux coopèrent (ou pas) pour établir cette liste.

- Propriétés :
  - Complétude : peut-on ne pas suspecter un processus défaillant ?
  - Exactitude : peut-on suspecter un processus correct ?
- Équivalent à un oracle (éventuellement imparfait)

1. *Unreliable Failure Detectors for Reliable Distributed Systems*, Tushar Chandra and Sam Toueg. Journal of the ACM. March 1996.

Complétude

Complétude (*completeness*)

- Complétude forte : tout processus défaillant finit par être suspecté par tout processus correct
- Complétude faible : tout processus défaillant finit par être suspecté par un processus correct

Complétude faible et complétude forte sont équivalentes :

- En complétude faible, tout processus défaillant finit par être détecté par au moins un processus
- Périodiquement, chaque processus diffuse sa liste de processus suspectés
- Alors tous les processus finiront par obtenir l'information de suspicion = complétude forte
- (hypothèse : la diffusion est fiable, ce qui est réalisable en asynchrone avec défaillance d'arrêt)

Exactitude permanente ♪♪♪

Peut-on suspecter à tort un processus ?

Exactitude permanente (*accuracy*)

- Exactitude forte : aucun processus n'est suspecté avant qu'il ne devienne effectivement défaillant.
- Exactitude faible : il existe un processus correct qui n'est jamais suspecté par aucun autre processus.

Exactitude forte : en particulier, un processus correct ne peut jamais être suspecté par aucun autre processus.

Exactitude inévitable

Exactitude après une période initiale de chaos

Exactitude inévitable

- Exactitude finalement forte : au bout d'un certain temps, aucun processus n'est suspecté avant qu'il ne devienne défaillant.
- Exactitude finalement faible : au bout d'un certain temps, il existe un processus correct qui n'est plus jamais suspecté par aucun autre processus

Exactitude finalement forte : équivalent à : au bout d'un certain temps, aucun processus correct n'est suspecté par aucun autre processus correct

(Finalement = inévitablement = *eventually*)

Classes de détecteurs de défaillances

	Exactitude			
	forte	faible	finalement forte	finalement faible
Complétude forte	P	S	$\diamond P$	$\diamond S$
Complétude faible	Q	W	$\diamond Q$	$\diamond W$

P = perfect, S = strong, W = weak

$$
\begin{tikzcd}
P \arrow[rr] \arrow[dr] \arrow[dd] & & \diamond P \arrow[dr] \arrow[dd] & \\
& Q \arrow[rr] \arrow[dd] & & \diamond Q \arrow[dd] \\
S \arrow[rr] \arrow[dr] & & \diamond S \arrow[dr] & \\
& W \arrow[rr] & & \diamond W
\end{tikzcd}
$$

Consensus avec détecteur parfait P

Données

- f = nombre de défaillances d'arrêt à tolérer
- pour chaque processus p_i, un vecteur V_i contenant les valeurs proposées par les autres processus et connues de p_i
- $V_i[j]$ = valeur proposée par p_j telle que connue par p_i
- Initialement $V_i[i] = v_i$ (valeur proposée par p_i) et $V_i[j] = \perp$ $(j \neq i)$

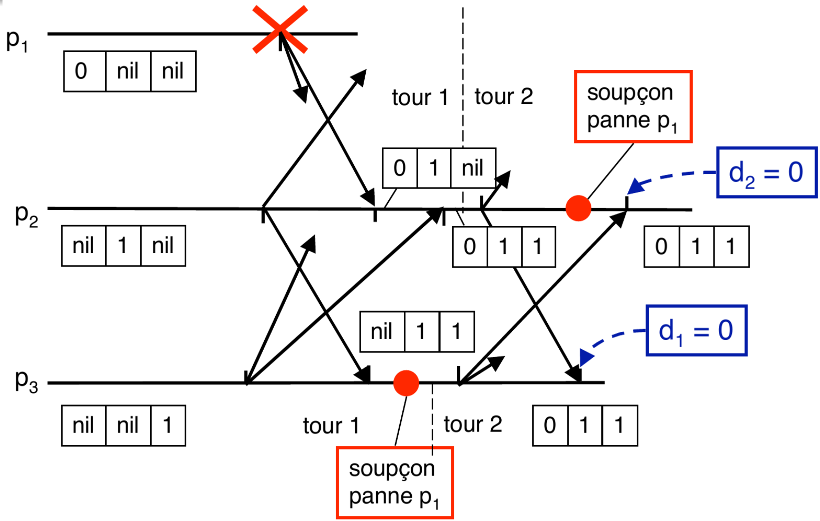
Consensus avec détecteur parfait : principe ♪♪♪

- $f+1$ tours asynchrones : à chaque tour :
  - chaque processus envoie aux autres son vecteur V_i
  - chaque processus met à jour son vecteur V_i avec les nouvelles valeurs apprises (celles telles que $V_i[j] = \perp$)
  - quand un processus a reçu un message de tous les processus non suspectés par son détecteur P, il passe au tour suivant.
- Après $f+1$ tours, le processus décide la première valeur non $\perp$ de son vecteur.

Remarques :

- il suffit de transmettre les nouvelles valeurs apprises au tour précédent $\Rightarrow$ un processus n'envoie une valeur qu'une seule fois.
- $V_i[j]$ est stable : mis à jour au plus une fois et plus jamais modifié si non $\perp$.

Consensus avec détecteur parfait : exemple



Consensus avec détecteur parfait : sûreté – accord

La valeur décidée est la même pour tous les processus corrects.

Supposons que p_i et p_j décident deux valeurs différentes $\Rightarrow$ au tour $f+1$, V_i et V_j sont différents. Soit x une valeur de V_i non présente dans V_j.

- x a été transmis à p_i par un processus correct p_k, mais p_j n'a pas attendu ce message car il suspectait p_k.
  Impossible : exactitude du détecteur parfait.
- x a été transmis à p_i au dernier tour par un processus p_k qui s'est arrêté avant de transmettre x à p_j (si pas au dernier tour, p_i aurait transmis la valeur à p_j).
  p_k connaissait cette valeur depuis un tour t. Nécessairement, t $=$ le tour précédent (f), car sinon p_j aurait attendu et reçu un message de p_k avec la valeur x (p_k correct aux tours $< f+1$).
  Par récurrence, puisque p_j ne connaît pas x, le processus qui devait le lui envoyer s'est chaque fois arrêté au tour précédent.
  $\Rightarrow$ $f+1$ défaillances : impossible

Consensus avec détecteur parfait : sûreté – intégrité, validité

- *Intégrité : tout processus décide au plus une fois.*
  Unique point de décision après $f + 1$ tours.

- *Validité : la valeur décidée est l'une des valeurs proposées.*
  Les vecteurs V_i sont constitués de valeurs connues par les autres sites, et au départ il n'y a que les $V_i[i]$ qui contiennent les valeurs proposées (pas d'invention de valeurs).

Consensus avec détecteur parfait : vivacité – terminaison

Terminaison : tout processus correct décide au bout d'un temps fini

Supposons qu'un processus p_i ne décide pas. Alors il est bloqué dans un tour en attente d'un message provenant d'un processus p_j :

- p_j est correct. Alors son message finira par arriver (en temps fini non borné) ;
- p_j est défaillant. Alors il finira par être suspecté (complétude du détecteur parfait) et p_i ne l'attendra plus.

Consensus avec détecteur S ♪♪♪

On sait qu'un processus correct n'est jamais suspecté. Faire n tours pour être sûr de le voir.

- $n-1$ tours identiques à l'algorithme précédent.
  Au $n-1$-ième tour, chaque processus a un vecteur, mais tous les vecteurs des processus corrects ne sont pas nécessairement identiques car des processus corrects ont pu être suspectés.
- tour supplémentaire : chaque processus diffuse son vecteur et attend un vecteur de chacun des autres processus qu'il ne suspecte pas. Les $\perp$ reçus effacent de son vecteur les valeurs non $\perp$.
  À la fin, tous les processus corrects ont le même vecteur : des valeurs proposées par des processus corrects peuvent ne pas y être (processus suspectés à tort) mais au moins la valeur du processus correct jamais suspecté est présente.
- décision comme précédemment.

Consensus avec détecteur $\Diamond S$

Pour tolérer f défaillances, il faut $2f + 1$ processus.
Principe :

- Un coordinateur tournant. Chaque processus sert de coordinateur à tour de rôle.
- Exactitude finalement faible : il existe un moment où un processus correct sera à la fois non suspecté et coordinateur.
- Un coordinateur (non suspecté) qui réunit une majorité de processus corrects (possible car $n \geq 2f + 1$) peut décider d'une valeur.
- Il diffuse alors cette valeur qui est retenue par tous les processus corrects.

Synthèse

détecteur	nombre de défaillances	nombre de tours
P	$n-1$	$f+1$
S	$n-1$	n
$\diamond S$, $\diamond W$	$\frac{n-1}{2}$	fini non borné

Plus faible détecteur de défaillances

Le détecteur de défaillances $\diamond W$ (complétude faible, exactitude finalement faible) est le plus faible détecteur de défaillances permettant de résoudre le consensus en asynchrone avec défaillance d'arrêt.

1. *The Weakest Failure Detector for Solving Consensus*. Tushar Chandra, Vassos Hadzilacos and Sam Toueg. Journal of the ACM. July 1996.

Implantation des détecteurs de défaillances ♪♪♪

Les détecteurs de défaillances P, S, $\diamond S$, $\diamond W$ ne sont pas réalisables en asynchrone avec défaillances d'arrêt (FLP), mais ils sont réalisables en supposant assez de synchronisme.
On se donne $\delta =$ délai maximal de transmission d'un message.

Détecteur actif (*ping*)

Périodiquement, p envoie un message à q et attend un acquittement. En absence de réponse après 2δ, p suspecte q.

Détecteur passif (*heartbeat*)

Périodiquement (période T), q diffuse un message "je suis vivant". Si à $T + \delta$ après le message précédent, le processus p n'a rien reçu, il suspecte q.

Nécessite des horloges synchronisées, réalisables sous l'hypothèse synchrone d'un délai maximal de communication.

Implantation des détecteurs de défaillances

Estimation de δ :

- Trop petite : fausses détections
- Trop grande : temps trop long avant détection

Si le système est effectivement asynchrone, il n'existe pas de δ qui évite les fausses détections, et on ne peut pas garantir l'exactitude même faible (tous supposés défaillants par au moins un autre), sauf à tuer les processus suspectés...

Détecteur de défaillances – bilan

- Apport théorique : identifier le minimum nécessaire pour réaliser le consensus ; cadre unique de comparaison
- Apport pratique : isoler la résolution d'un problème réparti et la gestion de la détection des défaillances

Conclusion sur le consensus

Universalité

Consensus $\rightarrow$ tout objet (ayant une spécification séquentielle)

Communication par messages, synchrone

- Consensus réalisable même avec défaillances complexes (mais alors très coûteux)
- Modèle peu réaliste

Communication par messages, asynchrone

- Consensus impossible même avec défaillance simple
- Contournements :
  - détecteurs de défaillances
  - hypothèse de synchronisme suffisamment longtemps (Paxos)