→ Trabalho Prático 4

- Ex.1:

1. Considere o seguinte programa, em Python anotado, para multiplicação de dois inteiros de precisão limitada a 16 bits.

Prove por indução a terminação deste programa:

```
assume m >= 0 and n >= 0 and r == 0 and x == m and y == n
0: while y > 0:
1:    if y & 1 == 1:
        y,r = y-1 ,r+x
2:    x,y = x << 1 , y >> 1
3: assert r == m*n
```

```
def declare(i):
    estado = {}
    estado['pc'] = Symbol('pc'+str(i), INT)
    estado['x'] = Symbol('y'+str(i), BV16)
    estado['y'] = Symbol('y'+str(i), BV16)
    estado['r'] = Symbol('y'+str(i), BV16)
    return estado

def init(estado):
```

```
def trans(s,p):
             t03= And(Equals(s['pc'],Int(0)), BVULE(s['y'],BVZero(16)), Equals(p['pc'],Int(3)), Equals(p['x'],s['x']),Equals(p['y'],s['y']), Equals(p['r'],s['r']))
             t01= And(Equals(s['pc'],Int(0)), BVUGT(s['y'],BVZero(16)), Equals(BVAnd(s['y'],BVOne(16)),BVOne(16)),Equals(p['pc'],Int(1)),Equals(p['x'],s['x']),Equals(p['y'],s['y']),Equals(p['yc'],Int(1)),Equals(p['xc'],s['xc']),Equals(p['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc']),Equals(p['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],s['yc'],
             t02= And(Equals(s['pc'],Int(0)), BVUGT(s['y'],BVZero(16)), NotEquals(BVAnd(s['y'],BVOne(16)),BVOne(16)),Equals(p['pc'],Int(2)),Equals(p['x'],s['x']),Equals(p['y'],s['y']),Equals(p['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['x']),Equals(p['x'],s['y'],s['y']),Equals(p['y'],s['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['y'],s['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y']),Equals(p['x'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y'],s['y
             t12= And(Equals(s['pc'],Int(1)), Equals(p['pc'],Int(2)),Equals(p['x'],s['x']),Equals(p['y'],s['y']-BVOne(16)), Equals(p['r'],s['r']+s['x']))
             t20= And(Equals(s['pc'],Int(2)), Equals(p['pc'],Int(0)),Equals(p['x'],BVLShl(s['x'],1)), Equals(p['y'],BVLShr(s['y'],1)),Equals(p['r'],s['r']))
             return Or([t03,t01,t02,t12,t20])
def kinduction(declare,init,trans,inv,k):
             s = Solver(name='z3')
            traco = [declare(i) for i in range(k+1)]
             s.add assertion(init(traco[0]))
             for i in range(k-1):
                          s.add_assertion(trans(traco[i],traco[i+1]))
             s.add assertion(Or([Not(inv(traco[i])) for i in range(k)]))
            r = s.solve()
             if r == True:
                          m = s.get model()
                          print("A proposição falha no caso de base que começa em")
                          for x in range(k):
                                       for v in traco[0]:
                                                     print(v, "=", m.get_value([traco[0][v]]))
                          return
             s = Solver(name='z3')
             for i in range(k):
                          s.add_assertion(trans(traco[i],traco[i+1]))
                          s.add assertion(inv(traco[i]))
            s.add_assertion(Not(inv(traco[k])))
             r = s.solve()
             if r == True:
                          m = s.model()
                          print("A proposição falha no k passo indutivo com inicio em")
                          for v in traco[0]:
                                       print(v, "=", m.get_value([traco[0][v]]))
                          return
             if r == False:
```

return And(BVUGE(estado['y'],BVZero(16)),BVUGE(estado['x'],BVZero(16)),Equals(estado['r'],BVZero(16)),Equals(estado['pc'],Int(0)))

```
def variante(estado):
   return Ite(Equals(estado['pc'],Int(3)),BVZero(16),BVAdd(estado['y'],BVOne(16)))
def positivo(estado):
   return BVUGE(variante(estado),BVZero(16))
kinduction(declare, init, trans, positivo, 10)
def decresce(estado):
   estado_um = declare(-1)
   estado_dois = declare(-2)
   estado_tres = declare(-3)
   lista = list(estado um.values())+list(estado dois.values())+list(estado tres.values())
   kinduction(declare,init,trans,decresce,15)
def util(estado):
   return Implies(Equals(variante(estado), BVZero(16)), Equals(estado['pc'], Int(3)))
for j in range(3,10,1):
   kinduction(declare,init,trans,util,j)
A propriedade verifica-se
    A propriedade verifica-se
    A propriedade verifica-se
```

print("A propriedade verificou-se")

return

A propriedade verifica-se A propriedade verifica-se

• ×