

Problem Set 1 — Linear Algebra (Fall 2023)

Dr. Y. Chen

Please hand in your assignment at the beginning of your first tutorial session!

1. 设

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}.$$

(1)

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

求 X .

(2)

$$B \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

求 B .

2. 求与 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 可交换的全体二阶矩阵. 也就是说, 找到所有满足

$$AB = BA$$

的矩阵 B .

3. 证明: 两个 n 阶下三角矩阵的乘积仍是下三角矩阵. 下三角矩阵是指所有在矩阵对角线以上的矩阵元素都是零的矩阵.

4. 求所有满足

$$A^2 = O$$

的二阶矩阵 A . 其中 O 为二阶零矩阵, $A^2 = AA$.

5. 如果两个方程组有相同的解集合, 他们就称为 **同解** 的. 如果一个方程组 (I) 中的一个方程的倍数加到另一个方程, 得到一个新的方程组 (II). 请说明为什么这两个方程组 (I) 和 (II) 是同解的.