



学号: 12313124

姓名: 奚达洋

日期: 2023.11.21

星期 二

上午  
下午

## 切变模量的测量

### 一、实验目的

利用扭摆法测量钢丝的切变模量

### 二、实验仪器

扭摆(已装好待测钢丝)、圆环、千分尺、游标卡尺、卷尺、电子天平、电子计时器

### 三、实验原理

#### (一) 理解切变模量的定义及意义

材料在平行于其表面的力的作用下将发生剪切形变。切变模量  $G$  为剪切应力  $\tau$  与剪切应变  $\gamma$  的比值。

$$G = \frac{\text{剪切应力}}{\text{剪切应变}} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (1)$$

切变模量表征材料抵抗切应变的能力, 模量大, 则表示材料的刚性越强, 难以发生剪切形变。

#### (二) 扭摆的工作原理

金属丝一端固定, 另一端悬挂有一定质量的物体(条状或盘状), 即可构成一个扭摆。当扭转金属丝一个角度后释放, 金属丝会恢复到原来的位置。于是, 金属丝对悬挂的物体有一个力矩作用, 使得物体来回转动。

当扭转角度足够小, 金属丝形变处于弹性限度内, 内部力矩和角度成正比。在距离轴线  $p$  处, 应变为:  $\gamma = p\theta/l$ 。当扭转形变处于弹性限度内, 金属丝内部的应力与应变成正比:  $\tau = G\gamma$ 。相对轴线的单位面积的力矩为:  $\tau p$ 。考虑整个横截面, 金属丝内部的总力矩为:

$$M = \iint_{\text{横截面}} \tau p \times dS = \int_0^R G p \frac{\theta}{l} p \times 2\pi p dp = \frac{\pi R^4 G}{2l} \theta \quad (2)$$

采用矢量符号, 方程(2)可写为

$$\vec{M} = -\frac{\pi R^4 G}{2l} \vec{\theta} \quad (3)$$

$\vec{\theta}$  是角位移。内力矩与角位移的比例系数仅与金属丝尺寸和材料性质有关, 称为扭转常数  $D$ 。

$$D = \frac{\pi R^4 G}{2l} \quad (4)$$



# 物理实验报告纸

学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 日期: \_\_\_\_\_ 星期: \_\_\_\_\_ ☐上午 ☐下午

当金属丝扭转 $\theta$ 角度时,内力矩的大小正比于角位移,方向与角位移相反。该力矩将使得金属丝恢复至原位置,叫恢复力矩。当恢复力矩作用于悬挂的物体时,在忽略阻力的情况下,根据牛顿第二定律有:

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} + D\theta = 0 \quad (5)$$

这是一个简谐运动的过程。因此物体在恢复力矩作用下将会来回转动,其周期为:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{D}} \quad (6)$$

$I_0$ 为悬挂物体的转动惯量。

本实验中悬挂物的转动惯量不好计算。因此,我们在扭摆上再加一个圆环来改变扭摆的转动惯量,则扭摆周期变为 $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{D}}$ 。 $I_1$ 为圆环的转动惯量

$I_1 = \frac{1}{2}m(r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2)$ 。这样,联立两个方程,可以计算出扭转常数。最终得到钢丝的扭转常数 $D$ 的计算公式为:

$$D = 4\pi^2 \frac{I_1}{T_1^2 - T_0^2} = \frac{2\pi^2 m(r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2)}{T_1^2 - T_0^2} \quad (7)$$

由(4)可得,切变模量 $G$

$$G = \frac{2\pi}{\pi R^4} D = \frac{4\pi^2 m(r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2)}{R^4 (T_1^2 - T_0^2)} \quad (8)$$

其中 $m$ 为圆环质量, $r_{\text{内}}$ 和 $r_{\text{外}}$ 分别为圆环内外径, $T_0$ 和 $T_1$ 分别为未放上圆环和放上圆环的周期, $l$ 为钢丝长度, $R$ 为钢丝的半径。

## 四、实验内容

- (一) 用千分尺测量钢丝直径,用半尺测有效长度,各测3次取平均值。
- (二) 用游标卡尺测圆环的内、外直径,各测3次取平均值。用天平测量圆环质量,测1次。
- (三) 测量扭摆的周期 $T_0$ 和 $T_1$ 。
- (四) 计算钢丝的扭转常数 $D$ 和切变模量 $G$ ,计算不确定度,评估结果。

## 五、数据记录

见原始数据记录表。

## 六、数据处理

- (一) 计算各个测量量的平均值

见原始数据记录表。





学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 日期: \_\_\_\_\_ 星期: \_\_\_\_\_ ☐ 上午 ☐ 下午

(二) 计算钢丝的扭转常数  $D$  与切变模量  $G$ 。

由表得

$$m = 418.05 \text{ g} = 0.41805 \text{ kg}, r_{\text{内}} = 39.90 \text{ mm} = 0.03990 \text{ m}, r_{\text{外}} = 55.02 \text{ mm} = 0.05502 \text{ m}.$$

由式(7)得

$$D = \frac{2\pi^2 m (r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2)}{T_1^2 - T_0^2} \approx \frac{2 \times 3.14^2 \times 0.41805 \times (0.03990^2 + 0.05502^2)}{6.0976^2 - 3.5690^2} \approx 1.559 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m/rad}.$$

由式(8)得

$$G = \frac{4\pi^2 l m (r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2)}{R^4 (T_1^2 - T_0^2)} \approx \frac{4 \times 3.14^2 \times 561.3 \times 418.05 \times (39.90^2 + 55.02^2)}{0.2965^4 \times (6.0976^2 - 3.5690^2)} \approx 72.3 \text{ GPa}$$

(三) 分析切变模量  $G$  的不确定度

根据最大不确定度公式, 切变模量  $G$  的最大不确定度为:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2r_{\text{内}}\Delta r_{\text{内}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} + \frac{2r_{\text{外}}\Delta r_{\text{外}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} + \frac{4\Delta R}{R} + \frac{2T_1\Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} + \frac{2T_0\Delta T_0}{T_1^2 - T_0^2} \quad (9)$$

1. 确定主要误差项

这里只考虑 B 类不确定度。各个待测量的 B 类不确定度如下:

$\Delta m = 0.1 \text{ g}$ ,  $\Delta l = 1 \text{ mm}$ ,  $\Delta r_{\text{内}} = \Delta r_{\text{外}} = 0.01 \text{ mm}$ ,  $\Delta R = 0.002 \text{ mm}$ 。当测量  $n$  个周期时,  $\Delta T_1 = \Delta T_0 = \Delta t/n$ ,  $\Delta t = 1 \text{ ms}$ 。即 ~~在~~ 实验中  $n = 10$ , 即  $\Delta T_1 = \Delta T_0 = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ ms} = 10^{-4} \text{ s}$ 。

计算式(9)右侧每一项的结果:

$$\textcircled{1} \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{561.3} \times 100\% \approx 0.178\% \quad \textcircled{2} \frac{\Delta m}{m} = \frac{0.1}{418.05} \times 100\% \approx 0.024\%$$

$$\textcircled{3} \frac{2r_{\text{内}}\Delta r_{\text{内}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} = \frac{2 \times 39.90 \times 0.01}{39.90^2 + 55.02^2} \times 100\% \approx 0.017\%$$

$$\textcircled{4} \frac{2r_{\text{外}}\Delta r_{\text{外}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} = \frac{2 \times 55.02 \times 0.01}{39.90^2 + 55.02^2} \times 100\% \approx 0.024\%$$

$$\textcircled{5} \frac{4\Delta R}{R} = \frac{4 \times 0.002}{0.2965} \times 100\% \approx 2.70\%$$

$$\textcircled{6} \frac{2T_1\Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} = \frac{2 \times 6.0976 \times 10^{-4}}{6.0976^2 - 3.5690^2} \times 100\% \approx 0.005\%$$

$$\textcircled{7} \frac{2T_0\Delta T_0}{T_1^2 - T_0^2} = \frac{2 \times 3.5690 \times 10^{-4}}{6.0976^2 - 3.5690^2} \times 100\% \approx 0.003\%$$



学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 日期: \_\_\_\_\_ 星期: \_\_\_\_\_ ☐ 上午 ☐ 下午

根据计算结果,  $R$  是对不确定度影响最大的测量量。  
2. 估算不确定度

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2r_{\text{内}}\Delta r_{\text{内}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} + \frac{2r_{\text{外}}\Delta r_{\text{外}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} + \frac{4\Delta R}{R} + \frac{2T_1\Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} + \frac{2T_0\Delta T_0}{T_1^2 - T_0^2}$$

$$\approx 0.178\% + 0.024\% + 0.017\% + 0.024\% + 2.70\% + 0.005\% + 0.003\%$$

$$= 2.951\%$$

$$\Delta G = \frac{\Delta G}{G} \times G_{\text{测}} = 2.951\% \times 72.3 \approx 2.1 \text{ GPa}$$

## 七、实验结论

本实验利用扭摆法测量了钢丝的切变模量, 测得钢丝的扭转常数  $D = 1.559 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ , 切变模量  $G = (72.3 \pm 2.1) \text{ GPa}$ 。实验用不锈钢丝的切变模量典型值为  $74 \sim 77 \text{ GPa}$ 。而  $72.3 \pm 2.1 = 74.4 \text{ GPa}$ ,  $74 < 74.4 < 77$ , 实验结果位于参考值之间, 实验结果合理。

可能的误差来源:

(一) 测量过程中的读数误差

(二) 扭摆转动时, 不可避免存在上下振动, 使得钢丝的实际长度发生变化造成误差。

(三) 存在空气阻力作用, 从而使周期测量存在误差

(四) 增加圆环后, 钢丝被轻微拉长, 造成误差。

## 八、思考题

由式(7)得扭转常数  $D$  的相对不确定度表达式(最大不确定度形式)为

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2r_{\text{内}}\Delta r_{\text{内}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} + \frac{2r_{\text{外}}\Delta r_{\text{外}}}{r_{\text{内}}^2 + r_{\text{外}}^2} + \frac{2T_1\Delta T_1}{T_1^2 - T_0^2} + \frac{2T_0\Delta T_0}{T_1^2 - T_0^2}$$

$$\approx 0.024\% + 0.017\% + 0.024\% + 0.005\% + 0.003\%$$

$$= 0.073\%$$

$$\Delta D = \frac{\Delta D}{D} \times D_{\text{测}} = 0.073\% \times 1.559 \times 10^{-3} \approx 0.001 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$$

$$D = (1.559 \pm 0.001) \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$$



# 物理实验报告纸



明德求是  
日新自强

学号: 12313124 姓名: 奚述洋 日期: 2023.11.21 星期 二 ☒ 上午 ☐ 下午

表1 切变模量测量数据表

千分尺零点误差  $d_0 = \begin{matrix} -0.014\text{mm} \\ -0.002\text{mm} \end{matrix}$  游标卡尺零点误差  $D_0 = 0$

测量次数 待测参数	1	2	3	平均值
钢丝直径 $d/\text{mm}$	$\begin{matrix} 0.590 \\ 0.062 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.590 \\ 0.063 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.592 \\ 0.086 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.591 \\ 0.084 \end{matrix}$
钢丝长度 $l/\text{mm}$	561.2	561.3	561.4	561.3
圆环内径 $D_{\text{内}}/\text{mm}$	79.80	79.80	79.80	79.80
圆环外径 $D_{\text{外}}/\text{mm}$	110.04	110.04	110.04	110.04
圆环质量 $m/\text{g}$	418.05	418.05	418.05	418.05
10个周期 $t_0/\text{s}$	35.673	35.705	35.693	35.690
10个周期 $t_1/\text{s}$	61.030	60.959	60.938	60.976

表2 各待测量的值

X.Q. Zeng  
21 NOV 2023

$$R = d/2 \text{ (mm)} \quad r_{\text{内}} = D_{\text{内}}/2 \text{ (mm)} \quad r_{\text{外}} = D_{\text{外}}/2 \text{ (mm)}$$

$$\begin{matrix} 0.042 \\ 0.2965 \end{matrix}$$

$$39.90$$

$$55.02$$

$$T_0 = t_0/10 \text{ (s)}$$

$$T_1 = t_1/10 \text{ (s)}$$

$$3.5690$$

$$6.0976$$



扫描全能王 创建