

## 6. Ranschanalyse.

6.1. 由阻性噪声可由电压源外加电流源来等效代替. 对于一个线性系统来说

$$S_y = \underline{G} S_x \underline{G}^T$$

$$S_y(f) = S_x(f) |H(f)|^2$$

$S_x$  是输入噪声电压谱

$\underline{G}$  是传输矩阵

$\underline{G}^T$  是传输矩阵的转置 (或共轭)  $SNR = \frac{P_s}{P_n} = \frac{U_s^2}{2 B S_n}$ ,  $SINR_{dB} = 10 \lg(SNR)_{dB}$ .

$$P_n = G \int_{f_1}^{f_2} S_n(f) df$$

Leitwert.  
G 为电导

## 6.2. 工艺中的阻性噪声模型

6.2.1. 散粒噪声. 由电流的涨落引起.

$$S_{IN} = 2eI$$

6.2.2. 热噪声.

热噪声为玻色子. 符合玻尔兹曼-爱因斯坦分布

$$S_p = kT$$

$$S_p = kT = \frac{U^2}{2} / R = \frac{I^2}{2} R$$

$$S_{nR} = 4kTR$$

$$S_{nI} = 4kTG$$

有噪声通过线性网络后一般就不再是白噪声了.

当  $f \ll 1/R$  时. 有  $4kTR$ . 所以是最大噪声功率.

由噪声功率谱密度最大可以

计算出噪声功率谱密度

与电阻值无关

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

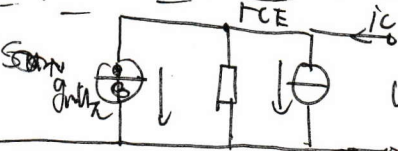
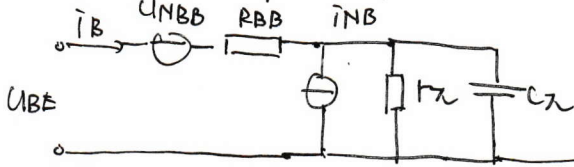
噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

噪声功率谱密度

## 6.2.3. 三极管中的噪声



$$r_x = \frac{U_T}{I_B}$$

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{U_T}$$

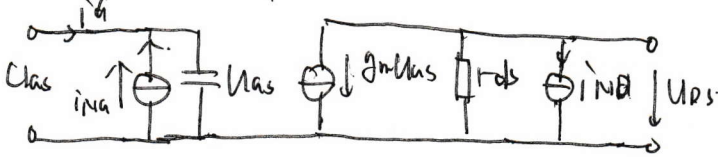
三极管中的散粒噪声

$$S_{UNBB} = 4kTR_{BB}$$

$$S_{INB} = \frac{2kT}{r_x}$$

$$S_{INC} = 2kTg_m$$

## 6.2.4. MOSFET 管中的噪声



$$S_{IND} = 4kT r_{DS} g_{ds}, \text{ 和 等效电阻 } r_{DS} \text{ 特性相同. 但系数不同. } \left\{ \begin{array}{l} \text{饱和区 (可变): } 1 \\ \text{恒流区: } 2/3 \end{array} \right.$$

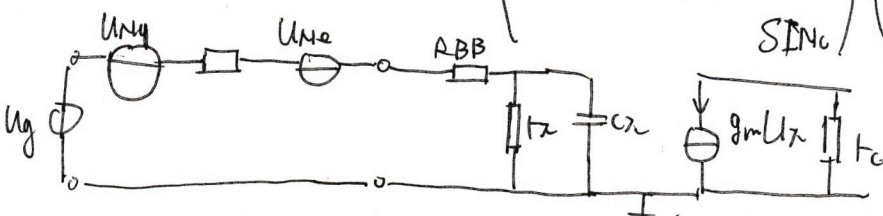
$$S_{INA} = 4kT 2 g_a, \quad g_a = 2 g, \quad g_G = \frac{(W C_{as})^2}{g_{ds}}, \quad \text{噪声功率谱密度 } S_{INA} \text{ 认为是闪烁噪声.}$$

$$C_n = \frac{S_{AP}}{\sqrt{S_{INA} \cdot S_{IND}}} = 0.3 \text{ Pf. } \bar{g}$$

## 6.3. Ranschan in Schaltungen.

$$S_{une} = (\underline{G}_1, \underline{G}_2, \underline{G}_3) \begin{pmatrix} S_{UNBB} \\ S_{INB} \\ S_{INC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{G}_1^* \\ \underline{G}_2^* \\ \underline{G}_3^* \end{pmatrix}$$

证明这是三极管



求一下三个系数。

①  $G_1 = 1$ .

② 用  $U_{\pi}$  建立方程. 求解系数.

$$U_{\pi} \Big|_{U_{Ne}=0} = \frac{r_{\pi} // \frac{1}{g_m}}{(R_g + R_{BB}) + r_{\pi} // \frac{1}{g_m}} \cdot U_{Ne}$$

$$U_{\pi} \Big|_{I_{NB}} = -I_{NB} \cdot \left( R_g + R_{BB} // r_{\pi} // \frac{1}{g_m} \right)$$

$$= I_{NB} \cdot \frac{(R_g + R_{BB}) \cdot r_{\pi} // \frac{1}{g_m}}{(R_g + R_{BB}) + r_{\pi} // \frac{1}{g_m}}$$

$$G_2 = \frac{r_{\pi} // \frac{1}{g_m} \cdot (R_{BB} + R_g)}{(R_g + R_{BB}) + r_{\pi} // \frac{1}{g_m}} \cdot \frac{1}{r_{\pi} // \frac{1}{g_m}} = -(R_{BB} + R_g)$$

③  $U_{\pi} \Big|_{I_{NC}} = \frac{1}{g_m} \left( i_{NC} - \frac{b \cdot U_{\pi}}{r_{ce}} \right) \Rightarrow g_m U_{\pi} + \frac{b}{r_{ce}} U_{\pi} = i_{NC} \Rightarrow U_{\pi} = I_{NC} \cdot \frac{1}{g_m + \frac{b}{r_{ce}}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{g_m + \frac{b}{r_{ce}}} \cdot \frac{R_g + R_{BB}}{r_{\pi} // \frac{1}{g_m} + 1}$$

$$r_{\pi} = \frac{U_T}{I_{B1}} = \frac{U_T}{I_{CA}} = b \cdot \frac{1}{g_m}$$

$$= \frac{1}{g_m + \frac{b}{r_{ce}}} + \frac{R_g + R_{BB}}{g_m + \frac{b}{r_{ce}}} \cdot \frac{1}{r_{\pi} + \frac{1}{g_m}}$$

$$= \frac{1}{g_m + \frac{b}{r_{ce}}} + \frac{R_g + R_{BB}}{g_m + \frac{b}{r_{ce}}} \cdot \frac{1 + r_{\pi} \cdot g_m}{r_{\pi}}$$

$$= \frac{1}{g_m} + \frac{(R_g + R_{BB})(1 + r_{\pi} g_m)}{\frac{I_{CA}}{U_T} \cdot \frac{U_T}{I_{B1}}} = \frac{1}{g_m} + \frac{(R_g + R_{BB})(1 + r_{\pi} g_m)}{b}$$

代入系数.  $w=0$ .

$$S_{UNE_0} = S_{UNDB} \cdot |G_1|^2 + S_{UNBB} |G_2|^2 + S_{UNIC} |G_3|^2$$

$$= 4kT \left[ R_{BB} + \frac{g_m}{2b} \cdot (R_g + R_{BB})^2 + \frac{g_m}{2} \cdot \left( \frac{1}{g_m} + \frac{R_g + R_{BB}}{b} \right)^2 \right]$$

6.3.2. 噪声系数.

定义:  $N_F = \frac{(S/N)_i}{(S/N)_o} = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o}$ . 用哈的传输系数表示

$$k_p = \frac{S_o}{S_i} \Rightarrow N_F = \frac{N_o S_i}{N_i S_o} = \frac{N_o}{N_i k_p} = \frac{k_p N_i + N_{na}}{N_i k_p} = 1 + \frac{N_{na}}{N_i k_p} = 1 + \frac{N_{na}}{N_o} = \sqrt{1 + \frac{P_{Ne}}{P_{sig}}}$$

这里  $N_{na}$  是加性噪声.  $N_e$  是输入端的加性噪声.  $N_e \cdot k_p = N_{na}$ .

同样  $N_i$  即为  $N_{sig}$  定义为信号源内阻  $R_s$  的输出最大功率.  $\rightarrow kTB$ .

对于无源电阻.

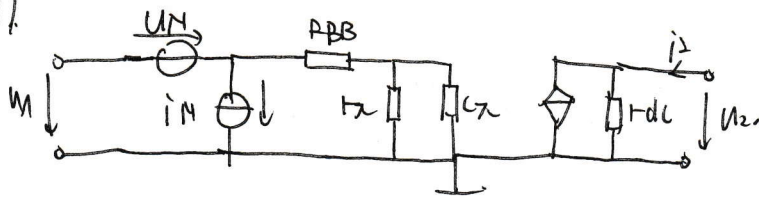
$$N_F = \frac{N_o}{k_{pm} \cdot N_i} = \frac{kTB}{k_{pm} \cdot kTB} = \frac{1}{k_{pm}} = L.$$

对于放大器. 噪声系数为  $F$ .  $N_F = F_{dB}$

$\gg 1$   
 $\gg 0 \text{ dB}$

PA-01.

1)



可以用电阻和电压源代替噪声  
若输入电阻  $R_g$  无穷大  $\rightarrow U_N$  无效,  $I_{N1}$  有效  
若短路  $\rightarrow U_N$  有效,  $I_{N1}$  无效  
之所以没有算两次, 是因为他们长有相关性.  
计算中可以按权重一样分为 1.

$$2) \begin{pmatrix} S_{U_N} & S_{U_I} \\ S_{I_N} & S_{I_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} & \underline{G}_{13} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} & \underline{G}_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{S}_{U_{NBB}} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{S}_{I_{NB}} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{S}_{I_{NC}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{G}_{11}^* & \underline{G}_{21}^* \\ \underline{G}_{12}^* & \underline{G}_{22}^* \\ \underline{G}_{13}^* & \underline{G}_{23}^* \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \underline{G}_{11} \underline{S}_{U_{NBB}} & \underline{G}_{12} \underline{S}_{I_{NB}} & \underline{G}_{13} \underline{S}_{I_{NC}} \\ \underline{G}_{21} \underline{S}_{U_{NBB}} & \underline{G}_{22} \underline{S}_{I_{NB}} & \underline{G}_{23} \underline{S}_{I_{NC}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{G}_{11}^* & \underline{G}_{21}^* \\ \underline{G}_{12}^* & \underline{G}_{22}^* \\ \underline{G}_{13}^* & \underline{G}_{23}^* \end{pmatrix}$$

$\underline{G}_{1.1}, \underline{G}_{1.2}, \underline{G}_{1.3}$  已经求出, Vorlesung 已分析. 注意一下方向. 和 Vorlesung 相反.

$$\begin{cases} \underline{G}_{11} = -1 \\ \underline{G}_{12} = 0 \cdot R_{BB} \\ \underline{G}_{13} = \left[ \frac{1}{g_m} + \frac{R_{BB}}{b} (1 + j\omega r_x) \right] \end{cases} \begin{cases} \underline{G}_{21} = 0 \\ \underline{G}_{22} = 1 \\ \underline{G}_{23} = \frac{1 + j\omega r_x}{b} \end{cases}$$

开短路  $\rightarrow$  ~~短路~~,  $i_N = 0$ , 电路开路.  $U_{BB}$  短路. 不影响电压.

$i_N$  和  $i_{NB}$  对电压无影响

$$U_x = \frac{-i_{NC}}{g_m} = -i_N \cdot \frac{r_x}{1 + r_x j\omega C_x}$$

$$\frac{i_N}{i_{NC}} = \frac{1 + r_x j\omega C_x}{r_x \cdot g_m} = \frac{1 + j\omega r_x C_x}{b}$$

$$3) \underline{S}_{U_N} = |\underline{G}_{11}|^2 \cdot \underline{S}_{U_{NBB}} + |\underline{G}_{12}|^2 \cdot \underline{S}_{I_{NB}} + |\underline{G}_{13}|^2 \cdot \underline{S}_{I_{NC}} = 2.17 \times 10^{-18} \text{ V}^2/\text{Hz}$$

$$= |\underline{G}_{11}|^2 \cdot 4kT R_{BB} + |\underline{G}_{12}|^2 \cdot 4kT \cdot \frac{g_m}{2b} + |\underline{G}_{13}|^2 \cdot 4kT \cdot \frac{g_m}{2}$$

$$\underline{S}_{I_N} = |\underline{G}_{21}|^2 \cdot 4kT R_{BB} + |\underline{G}_{22}|^2 \cdot 4kT \cdot \frac{g_m}{2b} + |\underline{G}_{23}|^2 \cdot 4kT \cdot \frac{g_m}{2} = 7.3 \times 10^{-24} \text{ A}^2/\text{Hz}$$

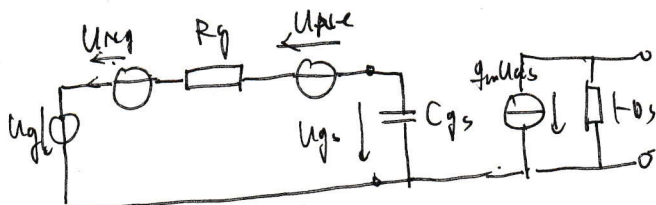
$$\underline{S}_{U_I} = |\underline{G}_{11} \underline{G}_{21}^*| \cdot \underline{S}_{U_{NBB}} + |\underline{G}_{12} \underline{G}_{22}^*| \cdot \underline{S}_{I_{NB}} + |\underline{G}_{13} \underline{G}_{23}^*| \cdot \underline{S}_{I_{NC}}$$

$$= \underline{G}_{11} \cdot \underline{G}_{21}^* \cdot \underline{S}_{U_{NBB}} + \underline{G}_{12} \cdot \underline{G}_{22}^* \cdot \underline{S}_{I_{NB}} + \underline{G}_{13} \cdot \underline{G}_{23}^* \cdot \underline{S}_{I_{NC}} = -0.873 - j \cdot 12.6 \times 10^{-21} \text{ W/Hz}$$

$$\underline{S}_{I_{U_N}} = \underline{S}_{U_{I_N}}$$

PA-02.

1)





$$2) \begin{cases} U_{gs} \\ U_{ng} \end{cases} = \begin{pmatrix} j\omega C_{gs} \cdot U_{ng} \\ R_g + j\omega C_{gs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{ng} \\ 1 + R_g j\omega C_{gs} \end{pmatrix} = U_{ne}$$

$$\underline{G}_{12} = j\omega C_{gs} \cdot \frac{1}{g_m} \quad \underline{G}_{11} = \frac{-R_g D}{j\omega C_{gs}}$$

$\underline{S}_{AD} = \underline{C}_n \cdot \sqrt{S_{C1} \cdot S_D}$   
我们通常把大信号噪声视为不相关变量。

$$\begin{pmatrix} S_{UN} & S_{UI} \\ S_{IU} & S_{IN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_{INA} & S_{AD} \\ S_{AD}^* & S_{IND} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{G}_{11}^* & \underline{G}_{21}^* \\ \underline{G}_{12}^* & \underline{G}_{22}^* \end{pmatrix}$$

$$S_{UN} = \begin{pmatrix} \underline{G}_{11} \cdot S_{INA} + \underline{G}_{12} \cdot S_{AD}^* & \underline{G}_{11} \cdot S_{AD} + \underline{G}_{12} \cdot S_{IND} \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{G}_{11}^* & \underline{G}_{21}^* \\ \underline{G}_{12}^* & \underline{G}_{22}^* \end{pmatrix}$$

$$= |\underline{G}_{11}|^2 \cdot S_{INA} + 2 \cdot \text{Re}[\underline{G}_{11}^* \underline{G}_{12} \cdot S_{AD}^*] + |\underline{G}_{12}|^2 \cdot S_{IND}$$

$$= \left| \frac{1}{g_m} \right|^2$$

这里推导一下。  $\underline{G}_{12}$  其实和  $1/g_m$  是一样的。

$$U_{gs} = \frac{i_N}{g_m} = U_{ne} \cdot \frac{j\omega C_{gs}}{R_g + j\omega C_{gs}} \rightarrow \frac{U_{ne}}{i_N} = \frac{1}{g_m} \cdot \frac{1}{1 + R_g j\omega C_{gs}}$$

3) 代入求  $F$ 。  $1.26 \times 10^{-18} \frac{V^2}{Hz}$

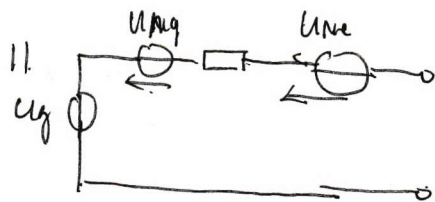
4).  $F = 1 + \frac{S_{une}}{S_{ung}} = 2.57$

NF =  $10 \lg F = 4.11 \text{ dB}$

5)  $SNR_{dB} = 10 \lg SNR = 46.9 \text{ dB}$   $SNR = \frac{V_{P1}}{V_{Pg} + V_{Png}} = \frac{\frac{A_y^2}{2} / R}{\frac{A_y^2}{2} (S_{ung} + S_{une}) / R} = 48.43$

$\Rightarrow SNR_{dB} = 46.9 \text{ dB}$  有效信噪比。

RA-03.



$$2) \underline{S}_{une} = \begin{pmatrix} \underline{G}_1 & \underline{G}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{un} & S_{ui} \\ S_{iu} & S_{in} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{G}_1^* \\ \underline{G}_2^* \end{pmatrix}$$

$$\underline{G}_1 = -1 \quad \underline{G}_2 = -R_g \rightarrow \underline{S}_{une} = S_{un} + R_g^2 \cdot S_{iu} + 2R_g \cdot \text{Re}(S_{ui})$$

$$= 2.3 \times 10^{-18} \frac{V^2}{Hz}$$

3).  $F = 1 + \frac{S_{une}}{S_{ung}} = 2.87$   $NF = 4.54 \text{ dB}$

4).  $SNR_{dB} = \frac{A_y^2}{2B(S_{ung} + S_{une})} = 47.1 \text{ dB}$