COMBINAÇÕES

NAIHARA BARBOZA-CTII 317

01. Calcule o valor da expressão:

$$\frac{P_5 - A_{4,3}}{C_{4,2}}$$

P_5= 5! = 120

$A_{4,3} = \frac{4!}{1!} = 24$

$C_{4,2} = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} \Rightarrow = \frac{4!}{2!\,2!} \Rightarrow \frac{24}{4} = 6$

$\frac{120 - 24}{6} = \frac{96}{6} = \mathbf{16}$

02. Uma prova consta de 8 questões, das quais o estudante deve resolver 6. De quantos modos diferentes ele poderá escolher as 6 questões?

$$C_{8,6} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} \Rightarrow \frac{8!}{6!\,(8-6)!} = \frac{8!}{6!\,2!} = \frac{8 * 7 * \cancel{6}!}{\cancel{6}!\,2!} = \frac{8 * 7}{2} = \mathbf{28}$$

03. Em um grupo de 10 pessoas, 4 são brasileiros e 6 são italianos. Quantas comissões de 5 elementos podemos formar, de modo que fiquem 3 brasileiros e 2 italianos?

$\frac{4}{3} * \frac{3}{2} * \frac{2}{1} * \frac{6}{2} * \frac{5}{1} = \frac{720}{12}$ = **60 comissões**

04. Quantos subconjuntos de 3 elementos possui o conjunto A = {0, 1,2,3,4}?

$$C_{5,3} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} \Rightarrow \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5 * 4 * \cancel{3}!}{\cancel{3}!\,2 * 1} = \frac{20}{2} = \mathbf{10}$$

05. (VUNESP) Um examinador dispõe de 6 questões de álgebra e 4 de geometria, para montar uma prova de 4 questões. Quantas provas diferentes ele pode montar, usando 2 questões de álgebra e 2 de geometria?

Álgebra:

$$C_{6,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6 * 5 * \cancel{4!}}{2 * \cancel{4!}} = \frac{30}{2} = \mathbf{15}$$

Geometria:

$$C_{4,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4 * 3 * \cancel{2!}}{2! * \cancel{2!}} = \frac{12}{2} = \mathbf{6}$$

Como as questões são escolhidas simultaneamente:

15 * 6 = **90 provas diferentes**

06. (MACK) 12 professores, sendo 4 de Matemática, 4 de Geografia e 4 de Inglês, participam de uma reunião com o objetivo de formar uma comissão que tenha 9 professores, sendo 3 de cada disciplina. O número de formas distintas de se compor essa comissão é:

$$C_{4,3} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{4!}{3!\,(4-3)!} = \frac{4!}{3!\,1!} = \frac{4 * \cancel{3!}}{\cancel{3!}\,1} = \frac{4}{1} = \mathbf{4}$$

Como são três grupos com o número idêntico de membros (4) e de lugares na comissão (3), ocupando simultaneamente, então:

4 * 4 * 4 = 64 formas de compor a comissão

07. (FUVEST-2005) – Participam de um torneio de voleibol, 20 times distribuídos em 4 chaves, de 5 times cada uma. Na 1ª fase do torneio, os times jogam entre si uma única vez (um único turno), todos contra todos em cada chave, sendo que os 2 melhores de cada chave passam para a 2ª fase. Na 2ª fase, os jogos são eliminatórios; depois de cada partida, apenas o vencedor permanece no torneio. Logo, o número de jogos necessários até que se apure o campeão do torneio é:

1ª Fase:

$$C_{5,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5*4*\cancel{3}!}{2!*\cancel{3}!} = \frac{20}{2} = \mathbf{10}$$

São 4 chaves, então:

10 * 4 = **40 times vão para a segunda fase**

2ª Fase:

$$C_{2,1} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{2!}{1!\,(2-1)!} = \frac{2!}{1!\,1!} = \frac{2}{1} = \mathbf{2}$$

São 4 chaves, então:

2* 4 = **8 times vão para as quartais de finais**

- Nas quartas de finais, os oito times vão ter **4 jogos**.
- Nas semifinais, quatro times vão ter **2 jogos**.
- Na final, dois times jogam **1 jogo.**

Então, o total de partidas é:

40+4+2+1 = **47 partidas**

8.(VUNESP) – Nove times de futebol vão ser divididos em três chaves, todas com o mesmo número de times para a disputa da primeira fase de um torneio. Cada uma das chaves já tem um cabeça-de-chave definido. Nessas condições, o número de maneiras possíveis e diferentes de se completarem as chaves é:

Supondo que já há 3 chaves encabeçadas para os 9 grupos, então:

9-3 = 6 times para completarem as chaves

Na primeira chave, há ainda a possibilidade 6 times ocuparem os 2 lugares sobrando (depois do lugar tomado pelo cabeça), então:

$$C_{6,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6*5*\cancel{4}!}{2!\,\cancel{4}!} = \frac{6*5}{2} = \mathbf{15}$$

Após os 2 times irem para a primeira chave, sobram 4 times para combinar:

$$C_{4,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4*3*\cancel{2}!}{\cancel{2}!\,2!} = \frac{12}{2} = \mathbf{6}$$

Por último, sobram apenas 2 times para completar a terceira chave:

$$C_{2,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{2!}{2!\,(2-1)!} = \frac{2!}{2!\,1!} = \frac{2}{2} = \mathbf{1}$$

Os times são formados simultaneamente, portanto:

15 * 6 * 1 = **90 maneiras**

09. (MACK-2005) – Uma padaria faz sanduíches, segundo a escolha do cliente, oferecendo 3 tipos diferentes de pães e 10 tipos diferentes de recheio. Se o cliente pode escolher o tipo de pão e 1, 2 ou 3 recheios diferentes, o número de possibilidades de compor o sanduíche é:

Para 1 recheio:

$$C_{10,1} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{10!}{1!\,(10-1)!} = \frac{10*\cancel{9}!}{1*\cancel{9}!} = \mathbf{10}$$

Para 2 recheios:

$$C_{10,2} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = \frac{10*9*\cancel{8}!}{2!\,\cancel{8}!} = \frac{90}{2} = \mathbf{45}$$

Para 3 recheios:

$$C_{10,3} = \frac{n!}{p!\,(p-n)!} => \frac{10!}{3!\,(10-3)!} = \frac{10*9*8*\cancel{7}!}{3!\,\cancel{7}!} = \frac{10*\cancel{9}*\cancel{8}}{\cancel{3}*\cancel{2}*1} = 10*3*4 = \mathbf{120}$$

Então:

10 + 45 +120 = 175 possibilidades

Como são três escolhas de recheio:

175*3 = **525 combinações de recheios**