Coeficientes Binomiais - Triângulo de Pascal/Tartaglia

Naihara Barboza Salvino dos Santos- CTII 317

01. O número binomial $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ é:

$$\binom{8}{3} => \frac{n!}{(n-k)!k!} => \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8*7*6*\cancel{5}!}{\cancel{5}!3!} = \frac{336}{3*2*1} = \frac{336}{6}$$

$$\binom{8}{3} = 56$$

02. O valor do número binomial $\begin{pmatrix} 200 \\ 198 \end{pmatrix}$ é:

$$\binom{200}{198} => \frac{n!}{(n-k)!k!} => \frac{200!}{(200-198)!198!} = \frac{200*199*1\cancel{9}8!}{2!1\cancel{9}8!} = \frac{200*199}{2*1} = \frac{39800}{2}$$

$$\binom{200}{198} = 19900$$

03.(MAUÁ)- Resolver a equação $\begin{pmatrix} n-1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Usando uma das formas da relação de Stiefel, tem-se:

$$\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$$

então: $\binom{n}{4-1} + \binom{n}{4} = \binom{n+1}{4}$ onde =>

$$\binom{n}{3} + \binom{n}{4} = \binom{n+1}{4}$$

4 = n+1

4-1=n

n= 3

ou

n+1=n+n

n+1=2n

1=2n-n

n=1

outra forma da relação de Stiefel:

$$\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n-1 \\ k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n-1 \\ k-1 \end{pmatrix}$$

então= $\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = \binom{n-1}{2-1}$ = > $\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = \binom{n-1}{1}$

onde:

(n-1) + (n-1) = n

2n – 2 = n

2n-n = 2

n=2

04.(FATEC) – O valor de $\binom{20}{13}+\binom{20}{14}$ é:

$\binom{20}{13}+\binom{20}{14} \longrightarrow$ Duas linhas 20 consecutivas, então a resposta fica "embaixo":

$$\binom{20}{13}+\binom{20}{14} = \binom{21}{14}$$

05. (ITA) – Quanto vale $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}$?

Sabe-se que está somando na linha n. E pela propriedade, a soma COMPLETA da linha será $\mathbf{2^n}$. A potência n será exatamente o número da linha e a continuação do triângulo pascal vai até o enésimo número igual ao número da linha.

6.Calcular

a) $\sum_{p=0}^{10}\binom{10}{p} = \binom{10}{0}+\binom{10}{1}\ldots\binom{10}{10} \longrightarrow$ Linha 10

$\longrightarrow 2^{10} = \mathbf{1024}$

b) $\sum_{p=0}^{9}\binom{10}{p} = \binom{10}{0}+\binom{10}{1}\ldots\binom{10}{9} \longrightarrow$ Linha 10

Linha 10 – $\binom{10}{10} = 2^{10} - 1 = 1024-1 = \mathbf{1023}$

c) $\sum_{p=2}^{9}\binom{9}{p} = \binom{10}{10} = \binom{9}{2}+\binom{9}{3}\ldots\binom{9}{9} \longrightarrow$ Linha 9

Linha 9 - $\binom{9}{0}+\binom{9}{1} = 2^9 - 1 - 9 \Rightarrow 512 - 10 = \mathbf{502}$

d) $\sum_{p=4}^{10}\binom{p}{4} = \binom{4}{4}+\binom{5}{4}\dots\binom{10}{4}$

$$\Downarrow$$

Ao somar na coluna, o resultado fica na próxima linha.

$$\binom{11}{5}$$

então:

$$\binom{11}{5}=\frac{n!}{(n-k)!k!}=\frac{11!}{(11-5)!5!}=\frac{11!}{6!5!}=\frac{11*10*9*8*7*\cancel{6}!}{\cancel{6}!5!}=\frac{11*10*9*8*7}{5*4*3*2*1}$$

$$\Rightarrow \frac{11*10*9*8*7}{5*4*3*2*1}=\frac{55440}{120}=462$$

e) $\sum_{p=5}^{10}\binom{p}{5} = \binom{5}{5}+\binom{6}{5}\dots\binom{10}{5}$

$$\Downarrow$$

Ao somar na coluna, o resultado fica na próxima linha.

$$\binom{11}{5}$$

então:

$$\binom{11}{5}=\frac{n!}{(n-k)!k!}=\frac{11!}{(11-5)!5!}=\frac{11!}{6!5!}=\frac{11*10*9*8*7*\cancel{6}!}{\cancel{6}!5!}=\frac{11*10*9*8*7}{5*4*3*2*1}$$

$$\Rightarrow \frac{11*10*9*8*7}{5*4*3*2*1}=\frac{55440}{120}=462$$

07.(FGV) – O valor de m que satisfaz a sentença

$\sum_{k=0}^{m}\binom{m}{k} = 512$ é:

$$\binom{m}{0}+\binom{m}{1}\dots\binom{m}{m} \longrightarrow 2^m = 512 \Rightarrow \quad \text{Fatorando } 512 = 2^9$$

$$512 = 2^9$$

$$2^m = 2^9$$

$$m = 9$$