TEOREMA DO BINÔMIO

Naihara Barboza Salvino dos Santos- CTII 317

01. (FEI) No desenvolvimento de $(1 + 2x^2)^6$, o coeficiente de x^8 é

De acordo com o termo geral, tem-se:

$$T_{k+1}\binom{n}{k}a^{n-k}x^k = \binom{6}{k}1^{6-k}(2x^2)^k = \binom{6}{k}2^k * x^{2k}$$

Para descobrir o coeficiente de x^8, foi preciso usar a equação para isolar o termo x:

x^{2k} => então, 2k deve ser igual a 8:

$$2k = 8 => k = \frac{8}{2} = 4$$

Então:

$$T_5\binom{6}{4}2^4 * x^8 = \frac{6!}{4!-2!} * 16 * x^8 = \mathbf{240}x^8$$ => Coeficiente de x^8 = 240

02. (FEI) A soma de todos os coeficientes do desenvolvimento de $(14x - 13y)^{237}$ é

Para ficar apenas os coeficientes, considera-se que x=1 e y=1, então:

$(14x - 13y)^{237} = (14*1 - 13*1)^{237} = (14 - 13)^{237} = \mathbf{1}^{237}$ => Soma dos coeficientes = 1

03. (UFOP) Para que se tenha um dos termos do desenvolvimento de $(x + a)^{11}$ igual a 1.386 x^5, o valor de a pode ser

De acordo com o termo geral, tem-se:

$$T_{k+1}\binom{n}{k}a^{n-k}x^k = \binom{11}{k}x^{11-k}a^k = 1386\,x^5$$

Para descobrir o k, isola-se o x:

$x^{11-k} = 5$, isolando o k:

$$11\text{-}k = 5 => k = 6$$

Então:

$$T_{6+1}\binom{11}{6}x^{11-6}\, a^6 = 1386\, x^5$$

$$T_7\binom{11}{6}\cancel{x^5}\, a^6 = 1386\, \cancel{x^5}$$

$$T_7 = \frac{11!}{6! * 5!} * a^6 = 1386$$

$$T_7 = \frac{55440}{120} * a^6 = 1386$$

$$462\, a^6 = 1386$$

$$a^6 = \frac{1386}{462}$$

$$a^6 = 3$$

$$a = \ {}^6\sqrt{3}$$

O valor de a deve ser = $\ {}^6\sqrt{3}$

04. (PUCMG) No desenvolvimento do binômio $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^9$, o valor do termo independente é

Para descobrir o termo independente, o x precisa ser necessariamente igual a 1, então: $x^0 \Rightarrow x=1$

De acordo com o termo geral:

$$T_{k+1}\binom{n}{k}x^{\mathrm{n-k}}\, a^k = T_{k+1}\binom{9}{k}x^{9-\mathrm{k}}\, \frac{1}{x^2}^k = \binom{9}{k}x^{9-\mathrm{k}} * 1^k * x^{-2k}$$

$$1^k\binom{9}{k}x^{9-\mathrm{k}}\, x^{-2k} = 1^k\binom{9}{k}\, x^{9-3k}$$

Para achar o termo independente, x =1 ou seja:

$$\cancel{x}^{9-3k} = \cancel{x}^0$$

$$9 - 3k = 0$$

$$9 = 3k$$

$$k = \frac{9}{3} = 3$$

Então:

$$\binom{\mathbf{9}}{\mathbf{3}} = \boldsymbol{x^0}$$

=>quando K for=3, x será 1, sobrando apenas o termo independente

05. (UNICAMP) O desenvolvimento de $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^n$, tem um termo independente de x

Para descobrir o termo independente, o x precisa ser necessariamente igual a 1, então: x^0 => x=1

De acordo com o termo geral:

$$T_{k+1}\binom{n}{k}x^{\mathrm{n-k}}\,a^k = T_{k+1}\binom{n}{k}x^{\mathrm{n-k}}\,\frac{1}{x^2}^k = \binom{9}{k}x^{\mathrm{n-k}} * 1^k * x^{-2k}$$

$$1^k\binom{9}{k}x^{\mathrm{n-k}}\,x^{-2k} = 1^k\binom{9}{k}\,x^{n-3k}$$

Para achar o termo independente, x =1 ou seja:

$$x^{n-3k} = x^0$$

$$n - 3k = 0$$

Sabe-se que k necessariamente deve ser um número natural, então para n tem as seguintes situações:

(I) Se n = 10

n-3k=0

10-3k=0

10=3k

k=$\frac{10}{3}$ = k = 3,33

⇨ ”n” não pode ser par

(II) Se n = 7

n-3k=0

7-3k=0

7=3k

k=$\frac{7}{3}$ = k = 2,33

⇨ ”n” não pode qualquer número ímpar

(III) Se n = 12(divisível por 3)

n-3k=0

12-3k=0

12=3k

$k=\frac{12}{3} = k = 4$

⇨ **Há um termo independente se n é um divisível por 3**

06. (FATEC) Seja K=

$$\left(3x^3+\frac{2}{x^2}\right)^5 - \left(243x^{15}+810x^{10}+1.080x^5+\frac{240}{x^5}+\frac{32}{x^{10}}\right)$$

com x real e não nulo. Então K é igual a

Considerando que x é igual a 1, tem-se:

$$\left(3*1^3+\frac{2}{1^2}\right)^5 - \left(234*1^{15}+810*1^{10}*1080*1^5+\frac{240}{1^5}+\frac{32}{1^{10}}\right)$$

$\downarrow$ $\downarrow$

$\left(3*1+\frac{2}{1}\right)^5$

$(3+2)^5 = 5^5 = 3125$

234+810+1080+240+32

$= 2405$

3125-2405 = 720 (E)

07. (FGV) A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(2x + y)^5$ é igual a:

$$(2x+y)^5 = \binom{5}{0}(2x)^5y^0+\binom{5}{1}(2x)^4y^1+...+\binom{5}{4}(2x)^1y^4+\binom{5}{5}(2x)^0y^5$$

$$\binom{5}{0}2^5+\binom{5}{1}2^4+...+\binom{5}{4}2^1+\binom{5}{5}2^0$$

$$2^5 + 5 * 2^4 + 10 * 2^3 + 10 * 2^2 + 5 * 2 + 1 =$$

$$32 + 80 + 80 + 40 + 10 + 1 = \mathbf{243}(\boldsymbol{E})$$