

Permutação

Naihara Barboza Salvino dos Santos- CTII 317

01. Oito pessoas, entre elas Antônio e Pedro, vão posar para uma fotografia. De quantas maneiras elas podem ser dispostas se Antônio e Pedro recusam-se a ficar lado a lado?

Como tem 8 lugares, deve-se fazer a permutação entre $8 = 8!$. Entretanto, devem ser excluídos os casos em que Antônio e Pedro estão lado a lado, em uma posição “única”:

$$\boxed{A \quad P} * \underline{6} * \underline{5} * \underline{4} * \underline{3} * \underline{2} * \underline{1} = 7!$$

Antônio e Pedro também podem trocar entre si, ou seja, $2!$

Então:

$$P = 8! - 7! \cdot 2! = 40320 - 5040 \cdot 2$$

$$P = 30240$$

02. (MACK) Um trem de passageiros é constituído de uma locomotiva e 6 vagões distintos, sendo um deles restaurante. Sabendo que a locomotiva deve ir à frente e que o vagão restaurante não pode ser colocado imediatamente após a locomotiva, o número de modos diferentes de montar a composição é

Como a locomotiva tem uma posição fixa e sempre a frente dos vagões e nem perto do restaurante, então:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \underline{1} & * & \underline{5} & * & \underline{5} & * & \underline{4} & * & \underline{3} & * & \underline{2} & * & \underline{1} \\ \uparrow & & \uparrow & & & & & & & & & & \\ \text{Locomotiva} & & \text{Exclusão do} & & & & & & & & & & \\ & & \text{restaurante} & & & & & & & & & & \end{array}$$

Então:

$$P = 1 * 5 * 5! \Rightarrow 5 * 120$$

$$P = 600$$

03. (MACK) O número de anagramas da palavra MORAL é

Como não há letras repetidas para formarem anagramas igual, o total é somente o fatorial da quantidade de letras de MORAL:

$$P = 5!$$

$$P = 120$$

04. (MACK)- O número de anagramas da palavra MACKENZIE começados e terminados por E é igual a

Como as letras “E”, podem assumir a primeira ou última posição, deve-se fazer a permutação entre as demais letras, ou seja:

1 7 6 5 4 3 2 1 1

$$P = 7!$$

$$P = 5040$$

05. (UEL) Considerem-se os anagramas da palavra LONDRES. Quantos deles começam e terminam por vogal?

2 5 4 3 2 1 1 = 2! * 5!

$$P = 2!5! = 2 * 120$$

$$P = 240$$

06. (UEBA) – Num grupo de 5 pessoas, duas são irmãs. O número de maneiras distintas pelas quais elas podem ficar em fila, de modo que as duas irmãs fiquem sempre juntas, é igual a

Como as irmãs ficam juntas, há permutação entre as outras 4 pessoas:

Irmã * Irmã * 4 * 3 * 2 * 1 = 4!

As irmãs podem trocar entre si, ou seja: 2!

$$P = 4! * 2! \Rightarrow 24 * 2$$

$$P = 48$$

07. (UFU) O número de anagramas da palavra “ERNESTO”, começando e terminando por consoantes, é

A palavra tem 7 letras, ou seja, 7 posições, como no início e no fim só há consoantes, a permutação é entre quais letras podem iniciar ou terminar a palavra, ou seja, 4!

Como de 7 posições, 2 já estão ocupadas, as vogais conseguem se permutar entre 5 posições diferentes, ou seja, 5!

Porém, há 2 letras, “E”, então, deve-se dividir por 2!, então:

$$P = \frac{4! \cdot 5!}{2!} \Rightarrow P = \frac{24 \cdot 120}{2}$$

$$P = 1440$$

08. (MACK) O número de filas diferentes que podem ser formadas com 2 homens e 3 mulheres, de modo que os homens não fiquem juntos, é

Como tem 5 lugares, deve-se fazer a permutação entre 5 = 5!. Entretanto, devem ser excluídos os casos em que os homens estão lado a lado, em uma posição “única”:

$$\boxed{\underline{H} \quad * \quad \underline{H} \quad *} \underline{3} \quad * \quad \underline{2} \quad * \quad \underline{1} = 4!$$

Os homens também podem permutar entre si, ou seja, 2!

Então:

$$P = 5! - 4! \cdot 2! \Rightarrow 120 - 24 \cdot 2$$

$$P = 72$$

09. (MACK) No desenho abaixo, três dos quadrados menores deverão ser pintados de verde, três de amarelo e três de azul. Se os quadrados da linha do meio tiverem a mesma cor, o número de formas diferentes de se colorir o desenho, nas condições dadas, é

Como há 9 cores (com as repetições), há 9 possibilidades de colorir o primeiro quadrinho da linha do meio. O segundo da linha do meio tem duas possibilidades (as outras duas repetições da mesma cor do primeiro) e por fim, o último só tem uma possibilidade. Então:

$$9 \cdot 2 = 18 \Rightarrow 18 \text{ possibilidades para pintar a linha do meio}$$

Como sobram 6 quadradinhos, sobram 6 cores diferentes, o mesmo que: 6!

Deve-se pintar os quadradinhos do meio e das laterais, portanto:

$$18 \cdot 6!$$

Já que há 3 repetições de cor para os 3 tipos de cor, divide-se por 3! * 3! * 3! Então:

$$P = 18 \cdot \frac{6!}{3!3!3!} = 6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!3!3!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ formas diferentes pintar o desenho.}$$