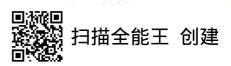
习题课时间.10月19日
三块内容:Cauchy,以效准叫;上下根限。
Cauchy 收效信则
一· Cauchy 怀颜海则. 1. 设数到 {an}单波道于零, 且 Sn= Ak收象,
证M. lim ran =0.
VIE. Y E>O, TO Cauchy UX TO MENT, STY
PEIN+, TA
any + ant + ant < E
18 年成,安
<u>P Q N+p ≤ QN+1 + QN+2 + + QN+p < ε</u>
$P = 0 \leq (N+p) \alpha_{N+p} \leq N \alpha_{N+p} + \epsilon$
TD J lim NaN+p=0, 故写p→∞,有
$0 \leq \lim_{n \to \infty} n a_n \leq \lim_{n \to \infty} n a_n \leq \varepsilon$
TB E 仕裏地、全を→ot、即有 Lim nan=0
<u> </u>
思考题: 0 先去掉"红色满水"或人主好只像长
里方题: 0先去掉 {an}造成"这个条件,只要求"。
图 弟命题题否改立?
The state of the s
练习题、门、老种交级到 fant 满双、Sn= Zak
收敛, snans 单调造成为多于多或证。lim nanlin=0.



理: 0. SC_{n} 有界. (任取 M > 4, 且 $C_{0} < M$, $C_{1} < M$. 其中 M > 4 ⇒ $C_{1} < M$. 其中 M > 4 ⇒ $C_{1} < M$. (P) 2 $C_{1} < M$. $C_{1} < M$, $C_{1} < M$, $C_{1} < M$. C_{1	
= 上、下投版图 2. 已成下 按 M S C n J n 2 0 7	
2. PM2 正数到 SCn n20 7	Sn = R R ak ux xx, my lim nx+1 an =0
で記: lim cn 存在 年 正出 液 根 限 . 1	二、上、下极限。
で記: lim cn 存在 年 正出 液 根 限 . 1	2. 已知正数到 SCngn=0 满处 Cn+1 = JCn+JCn-1, n=1
住取 M > 4、且 C ₀ \leq M, C ₁ \leq M, 基本 M > 4 \Rightarrow 2 \int M \leq M. (求证: lim Cn 存在并求出该极限.
$2\sqrt{M} < M$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = M, C_{n-1} < M, W_{1} \subset C_{n+1} < 2\sqrt{M} < M$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = M, C_{n} < M, W_{1} \subset C_{n+1} < 2\sqrt{M} < M$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n}, R \leq C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n+1} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} \geq \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n+1} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} \geq \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n+1} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} + \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} + \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} + \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} + \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = \lim_{n \to \infty} C_{n} + \lim_{n \to \infty} C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \geq C_{n} = 0$ $\sqrt{R} \leq C$	亚、口、印度了有界
() 「 $C_{n+1} < M$ 、 $C_{n+1} < 2 \int M < M$ 、 M) $C_{n+1} < 2 \int M < M$ 、 M) M) M) M ② M := M ② M := M ② M := M ② M ② M := M ② M = M ○ M = M ○	任取M>4, 且 Co < M, C, < M. 其中M>4 ⇒
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 JM < M.
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1 接递 Cn = M, Cn-1 < M, 以 Cn+1 < 2 JM < M, 从
The Continuous Contin	南西鹭屋河湖东英。Cn CM.
$C_{n} = C_{n-1}^{\frac{1}{2}} > C_{o}^{\frac{1}{2n}}$ $M_{TP} = \lim_{n \to \infty} C_{n} > \lim_{n \to \infty} C_{o}^{\frac{1}{2n}} = 1$ $3. L := \lim_{n \to \infty} C_{n}, \text{Red} L = l = 4.$ $C_{n+1} = \int_{C_{n}} C_{n} + \int_{C_{n+1}} C_{n+1} \Rightarrow L = 2 \int_{C_{n}} C_{n+1} \Rightarrow $	
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	TD. Cny = JCn + JCn-1 > JCn, Fre
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$C_{n} > C_{n-1} > C_{n-1} > C_{n-1}$
B. L:= $\lim_{n\to\infty} C_n$, $\lim_{n\to\infty} L = 1 = 4$. The $C_{n+1} = JC_n + JC_{n+1}$, $\frac{2}{3}$. $\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \leq \lim_{n\to\infty} JC_n + \lim_{n\to\infty} JC_{n+1} \Rightarrow L \leq 2JL$. $\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \geq \lim_{n\to\infty} JC_n + \lim_{n\to\infty} JC_{n-1} \Rightarrow L \geq 2JL$. $\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \geq \lim_{n\to\infty} JC_n + \lim_{n\to\infty} JC_{n-1} \Rightarrow L \geq 2JL$. $\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \geq \lim_{n\to\infty} JC_n + \lim_{n\to\infty} JC_{n-1} \Rightarrow L \geq 2JL$.	
The Cont = $\int C_n + \int C_{n+1}$, $\frac{1}{12}$. Lim $\int C_{n+1} = \int c_n + \int c_n + \int c_n = \int c_n = 2 \int c_n$ $\int c_n + \int c_n + \int c_n + \int c_n = \int c_n = \int c_n = 2 \int c_n$ $\int c_n + \int c_n + \int c_n + \int c_n = \int$	With $l = \lim_{n \to \infty} C_n \ge \lim_{n \to \infty} C_0 \ge 1$
$\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \leq \lim_{n\to\infty} JC_n + \lim_{n\to\infty} JC_{n+1} \Rightarrow L \leq 2JL$ $\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \geq \lim_{n\to\infty} Jc_n + \lim_{n\to\infty} Jc_{n+1} \Rightarrow L \geq 2JL$ $Z \geq L \geq L \geq 0, Re \leq L \leq 4 \leq L \Rightarrow L = L = 4.$	$\boxed{3. L := \lim_{n \to \infty} C_n, R L = L = 4.}$
$\lim_{n\to\infty} C_{n+1} \geq \lim_{n\to\infty} J_{C_n} + \lim_{n\to\infty} J_{C_{n-1}} \Rightarrow J \geq 2J_2.$ $Z \leq J > 0, \text{For } L \leq 4 \leq J \Rightarrow L = J = 4.$	
又 L>l>0, Bo L = 4 E l > L=l=4.	lim Cny & lim JCn + lim JCny > [< 2]
又 L>l>0, Bo L = 4 E l > L=l=4.	lim Cn+ > lim Jon + lim Jon => 1 = 2J1.
To lin Crate A lin Cr=4.	又 L>l>0, 知 L < 4 < l > L=l=4.
V NEW T WEST	in Crate A lim Cr=4.

三. Stol2 夏理的石用.

3. 定义数别 fang:

$$0 < \alpha_1 < 1$$
, $\alpha_{n+1} = \alpha_n (1-\alpha_n)$, $n \ge 1$

(2)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n(1-n\alpha_n)}{\ln n} = 1$$
.

Line an to The ,
$$\overline{rg}$$
 line $a_n = a$, \overline{rg} $a = a(1-a)$,

$$\frac{1}{\alpha_{n+1}} = \frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{1-\alpha_n}$$

从面内 Stolz 定理:

$$\lim_{n\to\infty} (n \, \Omega_n) = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\Delta_n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{a_{n+1}}$$

$$=\lim_{n\to\infty} (1-a_n) = 1$$

$$\frac{(2) \quad n(1-n\alpha_n)}{2nn} = (n\alpha_n) \cdot \frac{1}{\alpha_n} - n$$

再切Stolz更理

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\alpha_n} - n}{\ln n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\alpha_{n+1}} - \frac{1}{\alpha_n} - 1}{\ln(n+1)} - \ln n$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{1-\alpha_n} - 1$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{\ln(1+\frac{1}{n})}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{1-a_n} \left(\frac{\ln(1+n)}{n} \to 1 \pmod{n} \right)$$

$$= \lim_{n \to \infty} (n \, \alpha_n) \quad (1-\alpha_n \to 1 \quad (n \to \infty))$$

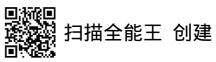
道:由四,盾。

$$Q_n = \frac{1}{n} - \frac{\ln n}{n^2} + o\left(\frac{\ln n}{n^2}\right) \qquad (n \to \infty)$$

级大多级人

$$\chi_{1} > 0$$
, $\chi_{n+1} = \chi_{n} + \frac{1}{\chi_{n}}$, $n > 1$

700 0 7199	gradient de die
习题课时间:10月19日	
主要内容:几个等价的复数后理,	A TO SO WINTER 6
1 1 1 4 4 2	1 1
一、自然对教底数包	
1. $\Re H_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} (n = 1, 2, \dots)$	用加克加速得
How 的最小下城,证明:	
TIREM NO TRILL I TAIL , ILLING:	
lim kn+1 = e	
n→20 Rn	
il. Hn=ln+y+dn,其中?	为政治直南教且
$\lim_{n\to\infty} \alpha_n = 0 (\alpha_n > 0).$	
OBHKn>n, Inkn+8+ OK	n ≥ N
$\Rightarrow k_n \ge e^{n-y-d_{k_n}}$	
- Kn / E	(n>2)
OB K, TO TO UTE, Hkn-1 < Y	
$\Rightarrow \ln(k_n-1) + \delta$	+ 0/k -1 < n
> h - x - x kn-	1. N-X
- Kn - I I E	< 1+6
1000, 得	-34 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
n+1-8-06	SUPPLY A ST
e RnH	17 6 N+1-8
1+en-2 kn	Ph-2-0kn
· ·	
rdf lim Xb. = 0 (lim)	6
lim kny) PRAMZ
lim knt = e.	



二、应间套变理:
2. [a.b]上弟增出数于满足:f(a) ≥a, f(b)≤b,
MIX BAXELO, b], NR fIX) = X.
证: 老 $f(a) = a$, 放 $f(b) = b$, 1名汽放立.
From f(a) > a, f(b) < b.
考虑。当·岩子(2世) = 叶点水流电影之一元
rm $\frac{1}{2}$ $f(\frac{a+b}{2}) < \frac{a+b}{2}$, rm r $a_1 = a$, $b_1 = \frac{a+b}{2}$;
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}$
1夜比集对至: 若 f(ak+bk) = ak+bk, 即115元成立.
Fran 花 f(ak+bk) < ak+bk, 记 ak+= a, bk+= ak+bk;
$\frac{1}{2} + \frac{\alpha_k + b_k}{2} = $
$(R \in \mathbb{N}_+)$
这样我们得到一点到逐一包含的区门区ak,by,
Af(On) > ak, f(bk) < bh. (k & IN+) \ \alpha ak+ - bh+1 =
之 ak-bk , 和 lim (bk-ak)=0. 内区间度为理,
3x E [a, b], 1& x E [ax, bx], Y RENt. A.
$\lim_{k \to \infty} a_k = \lim_{k \to \infty} b_k = \chi.$
又由f连塘, 和对从kENt, fix)>flak)>ak
fixix f(bx) < bx, /2 k > 0, Pp / fix) = x
(二/分法)

*1东习题:假没gm多克义在to,门上的函数,g(0)=1, g(1)=0,如果存在一个爱义在Co,门上的连续函数h(x)



使得自为+加入草调上升,证明:身侧所以取到0多
The distribution of the state o
1之间的任一桌数.
(路壁基7個老1的的電径基件考试题)
3. 对于任意区间[P, 9], 0≤P <q≤1,均存在《er,< td=""></q≤1,均存在《er,<>
使每多个了《工户,9]对所有的《的效主.(小教部分).
证: 选择 m EIN 使得 & Q = M+P, 和 b = M+9
· 一种 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
a(9-7) > 2
显然,此时对于所有YE [a,b], 在 fyge [p,
9].
16上述不學式所得 $b^2 - \alpha^2 > \alpha(b-a) > 2$. 因
此, 区间 [02, b2] Pots - 丁彩如 [m,+p, m,+9] 50
Di同(m, EN), 记[a, b,] c[a², b] 书稿及
$Q_1^2 = m_1 + p_2$, $b_1^2 = m_1 + q_2$
的区间。富然对于阿有yEIa,bj,有q23EIA,gj.
Knows to M. [as, bs] to
$b_1^3 - a_1^3 \ge a_1(b_1^2 - a_2^2) \ge a(a_1 - a_2^2) \ge a$
国理所得到一个区间 [az, bz] C [a, b,] C [a, b], 1束
V J € LU2, D2], /A 74 € LP, 97
继续操作下去编到一系江平
排演操作下去得到一点到不少同宫的区间[akt
br], R=3, 4, ··· ,使存 y E [ar, br] · 切有





Pot [a,b] > [a,b] > [azb] >··· [a	k, bk]
TO THE TOTAL OF THE PARTY OF TH	1.23
BX E Car, bk], PM Xn E Lan, bn] t	INEN,
BAC [[ak, bk], PM Xn & [an, bn] to fix of Ep, 9] at the WAD.	Ţ
(先打大区)同再馆小回去的方法)	
*练习题·没f(x)为(0,+x)上连续函数,	且每个
χο>0. Ta lim f(nχο) =0.	
ptil: lim fix =0	
(本列里常任其中考试题).	