

1.

Problem 1

$$\begin{aligned}
 a) & P(O_1 = \text{"the"}, O_2 = \text{"cat"}, O_3 = \text{"jumps"}) \\
 &= \sum_{i,j,k=1}^3 P(O_1 = \text{"the"}, O_2 = \text{"cat"}, O_3 = \text{"jump"}, H_1=i, H_2=j, H_3=k) \\
 &= \sum_{i,j,k=1}^3 P(O_1 = \text{"the"} | H_1=i) P(O_2 = \text{"cat"} | H_2=j) P(O_3 = \text{"jump"} | H_3=k) P(H_3=k | H_2=j) P(H_2=j | H_1=i) P(H_1=i)
 \end{aligned}$$

b) Observation space: $O_t \in \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$
 Hidden states: $H_t \in \{1, \dots, n\}$

$$\begin{aligned}
 \because \pi_i \text{ is initially set to } 0 \\
 P(\{O_t\}_{t=1}^T) &= \sum_k P(\{O_t\}_{t=1}^T, S_T=k) = \sum_k \alpha_T^k \\
 \alpha_1^k &= P(O_1 | S_1=k) P(S_1=k) \quad \forall k, \alpha_1^i = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \pi_i &= \frac{\gamma_i(1)}{\sum_{j=1}^K \gamma_j(1)} \\
 \gamma_i(1) &= \frac{\alpha_1^i \beta_1^i}{\sum_{j=1}^K \alpha_1^j \beta_1^j} = 0
 \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha_1^i = 0$$

\therefore In the E-step, $\pi_i = 0$

When p_{ij} is initially set to 0

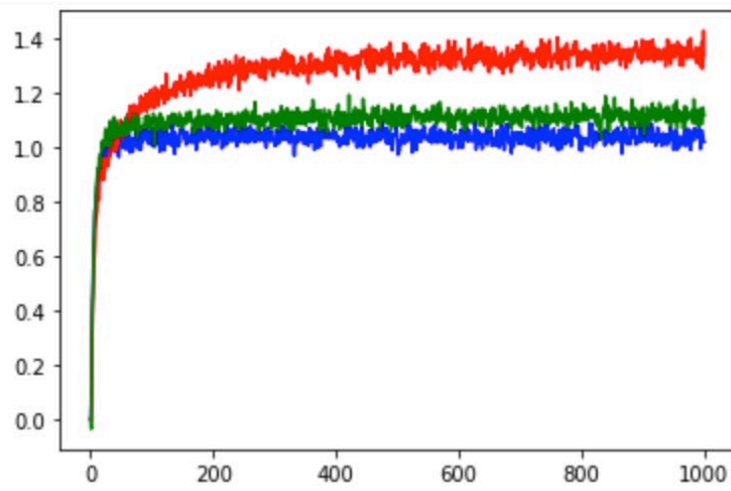
$$p_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^T \xi_{ij}(t)}{\sum_{k=1}^K \sum_{t=2}^T \xi_{ik}(t)}$$

From 1st M-step:

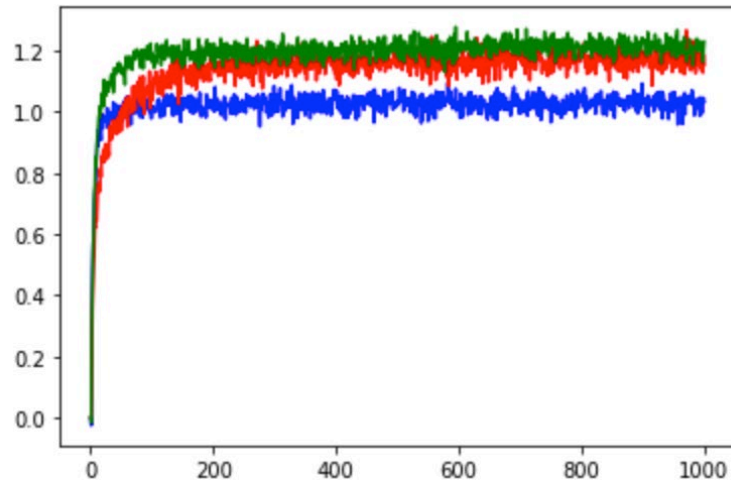
$$\xi_{ij}(t) = \frac{\gamma_i(t-1) p_{ij} \alpha_{ij}^{O_t}}{\beta_{t-1}^i} = 0$$

From E-step: $\because p_{ij} = 0$ initially
 $\therefore p_{ij}$ remains as 0

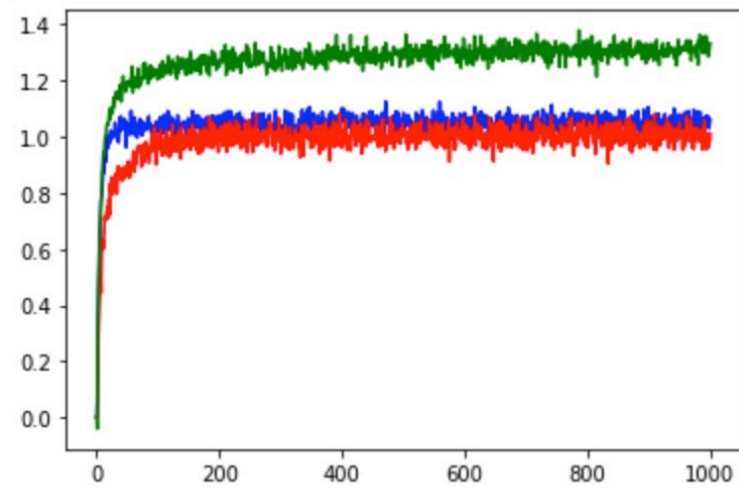
2.



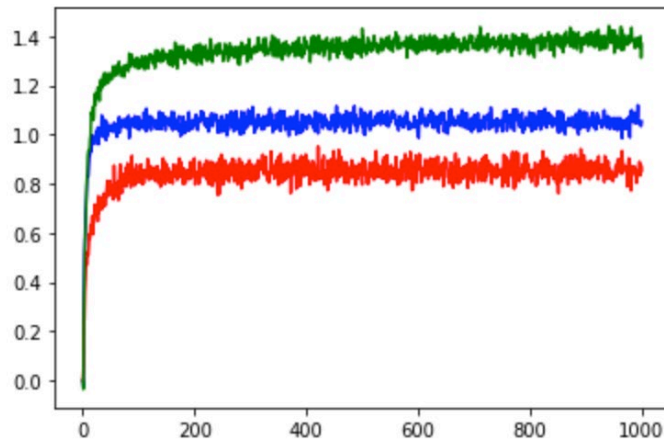
parameter used = 0.1



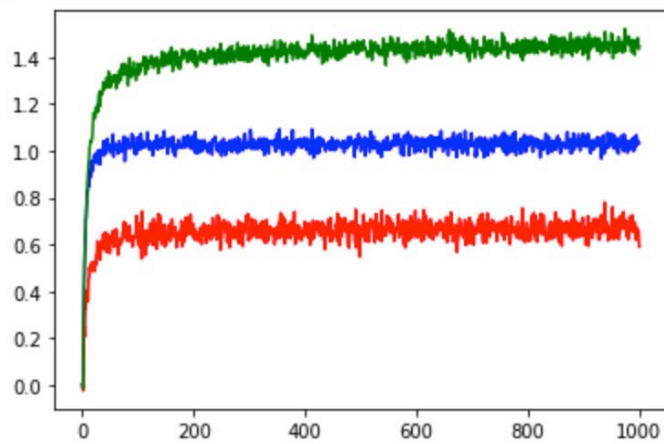
parameter used = 0.2



parameter used = 0.3



parameter used = 0.4



parameter used = 0.5

When parameter =0.3, we have approximately same performance.

When parameter =0.4, we have the worse performance.

When parameter =0.2, we have the better performance.

So the cut-off point is approximately epsilon = 0.3.

3.

c)

Yes.

The snakes are at position 7 and position 17 (assuming 0-24). We see that when near the snakes, the best policy is to move away. For example, at position 6 (left of snake), the best policy is to move left. At position 18(right of snake), the best policy is to also move right. In both cases, the robot moves in the opposite direction of the snake.

Another more obvious example is at position 2, on top of snake, where the robot would rather move up to crash into the wall, to avoid the snake, and bet on the quarter chance that it would move right towards the goal.

a) b)

o	o	o	o	G
o	o	S	o	o
o	o	o	o	o
o	o	S	o	o
R	o	o	o	o

o	o	o	o	G
o	o	S	o	o
o	o	o	o	o
o	o	S	o	o
R	o	o	o	o

o	o	o	o	G
o	o	S	o	o
o	o	o	o	o
o	o	S	o	o
R	o	o	o	o

o	o	o	o	G
o	o	S	o	o
o	o	o	o	o
o	o	S	o	o
R	o	o	o	o

o	o	o	o	G
o	o	S	o	o
o	o	o	o	o
R	o	S	o	o
o	o	o	o	o

o	o	o	o	G
o	o	S	o	o

R o o o o
o o S o o
o o o o o

o o o o G
R o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o o o G
R o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o o o G
R o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o

o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o

o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o

o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

R o o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o R o o G
o o S o o

o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o R o G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o o R G
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

o o o o R
o o S o o
o o o o o
o o S o o
o o o o o

Policy

0

up

1

up

2

up

3

right

4

up

5

left

6

left

7

up
 8
 right
 9
 up
 10
 left
 11
 left
 12
 up
 13
 up
 14
 up
 15
 left
 16
 left
 17
 left
 18
 right
 19
 up
 20
 left
 21
 left
 22
 down
 23
 left
 24
 Up

Value

[-1.	-1.	-1.	-1.	0.	-1.
-1.25	-15.25	-1.25	-1.	-1.	-1.25
-1.3125	-1.3125	-1.25	-1.	-1.25	-15.3125
-1.328125	-1.3125	-1.	-1.25	-1.3125	-1.328125
-1.328125]					