Problema 5: Trayectoria de Persecución Torpedo-Submarino

1. Formulación Matemática

1.1. Ecuaciones Fundamentales

La relación temporal viene dada por:

$$t = -\frac{H}{2}\left\{\frac{z^{V/V+1}}{V+v} + \frac{z^{-V/V+1}}{-V+v} - \frac{2v}{-V^2+v^2}\right\} \tag{1}$$

Una vez obtenida la ordenada y en función del tiempo t, se calcula la abscisa x mediante:

$$V't - x = (H-y)\frac{v_x}{v_y} \tag{2}$$

$$x = V't - Hz\frac{v_x}{v_y} \tag{3}$$

Las componentes de velocidad del torpedo son:

$$v_y = \frac{2v}{z^{V/V} + z^{-V/V}} \tag{4}$$

$$v_x = \sqrt{v^2 - v_y^2} = v\frac{1 - z^{2V/V}}{1 + z^{2V/V}} \tag{5}$$

Sustituyendo el tiempo t se obtiene la ecuación de la trayectoria:

$$\frac{x}{H} = \frac{1}{2}\cdot\frac{z^{1+V/V}}{1+V/v} - \frac{1}{2}\cdot\frac{z^{1-V/V}}{1-V/v} + \frac{V/v}{1-V^2/v^2} \tag{6}$$

1.2. Caso Particular: $v > V$

Cuando la velocidad del torpedo es mayor que la del submarino ($v > V$):
Cuando $y = H$ o $z = 0$ se produce el impacto del torpedo.
La posición del punto de impacto es:

$$x = \frac{H}{1 - V^2} \frac{V/v}{V^3} \tag{7}$$

El instante t en el que se produce es:

$$t = \frac{H}{v^2} \frac{v}{-V^2} \tag{8}$$

2. Implementación Numérica

Se implementa integración numérica con paso adaptativo para resolver las ecuaciones diferenciales de movimiento. El algoritmo se detiene cuando la distancia entre torpedo y submarino es menor que ε.

2.1. Parámetros de Entrada

- Velocidades v (torpedo) y V (submarino)
- Ángulo α de trayectoria del submarino
- Altura inicial H

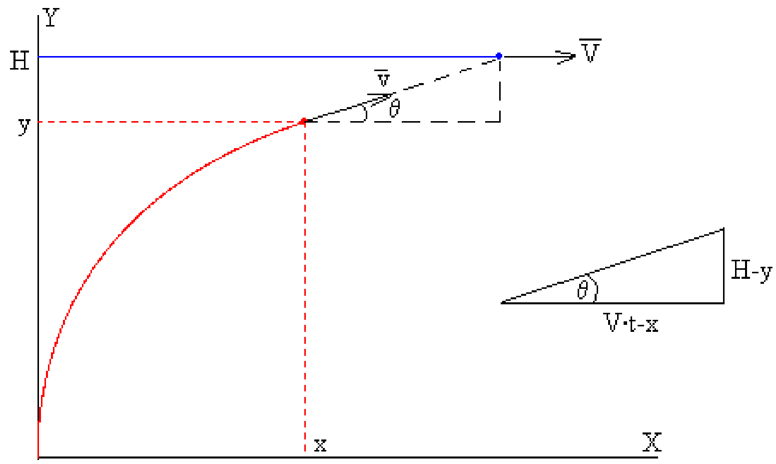

Figura 1: Diagrama descriptivo del problema de persecución torpedo-submarino. Se muestran las posiciones iniciales, trayectorias y parámetros relevantes.