$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{q_t}{A\phi}\frac{\partial f_w}{\partial x} = 0$$

$$f = \frac{q_t}{A\phi} f_w \qquad\qquad \frac{q_t}{A\phi} = cte$$

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \qquad\qquad f = f(S_w)$$

$$\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_i^{n+1} \approx \frac{(S_w)_i^{n+1} - (S_w)_i^n}{\Delta t}$$

Considerando escoamento com velocidade positiva,

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i^n \approx \frac{f_{i+1/2}^n - f_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \approx \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta x}$$

Aplicou-se uma aproximação do tipo upwind

Utilizando as aproximações na EDP:

$$\frac{(S_w)_i^{n+1} - (S_w)_i^n}{\Delta t} + \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta x} = 0$$

$$\boxed{(S_w)_i^{n+1} = (S_w)_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(f_i^n - f_{i-1}^n\right)}$$

Pela condição CFL:

$$\frac{u \Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad \therefore \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x}{u}$$

Neste problema a velocidade é dada por

$$u = \frac{\partial f}{\partial S_w}$$

Desta forma, se u_{MAX} é o valor máximo de u,

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{u_{MAX}}$$

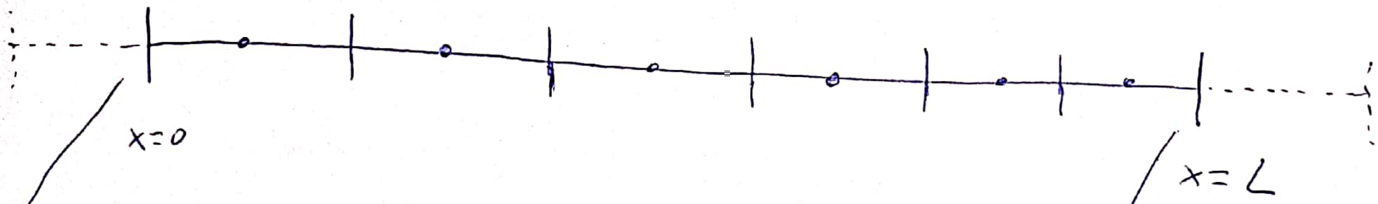
Condição inicial:

$$S_w(x,0) = S_{wi}$$

Condições de contorno:

$$S_w(0,t) = S_{winj}$$

$$\left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_{x=L,\,t} = 0$$



o fluxo pode ser determinado aqui, pois se sabe S_w a partir da condição de contorno

Pelo uso do upwind de primeira ordem, o fluxo aqui utiliza a S_w calculada na última célula.