

Laboratorio de Comunicaciones Digitales N°3:

Modulación Pasabanda de Señales Binarias

Bastían Ortiz de Zárate Vergara, bastian.ortizdezarate_v@mail.udp.cl

Hugo Martínez Sánchez, hugo.martinez2@mail.udp.cl

Donovan Iturra Valdivia, donovan.iturra@mail.udp.cl

Profesor: Marcos Fantoval Castro

GitHub: <https://github.com/Nait-Nait/digital-communications-lab-3>

Escuela de Informática y Telecomunicaciones

Universidad Diego Portales

I. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de comunicación modernos, transmitir información digital requiere desplazar la señal original de banda base hacia bandas de frecuencia más altas mediante técnicas de modulación pasabanda. Este desplazamiento permite la transmisión eficiente de datos a través de canales que presentan atenuación, interferencias y ruido, condiciones que afectan la calidad de la señal y que deben ser compensadas en el receptor.

La modulación pasabanda consiste en incorporar la señal moduladora $m(t)$ (que contiene la información binaria) dentro de una portadora de alta frecuencia f_c mediante la variación de su amplitud, fase o frecuencia. Estas variaciones se describen mediante la envolvente compleja $g(t)$, la cual representa la información esencial de la señal y permite trabajar en banda base, simplificando el procesamiento digital. La estructura de $g(t)$ define el tipo de modulación implementada, dando origen a técnicas como On-Off Keying (OOK), Binary Phase Shift Keying (BPSK) y Frequency Shift Keying (FSK).

En este laboratorio, se utilizarán herramientas como GNU RADIO COMPANION y MATLAB para diseñar transmisores digitales que empleen técnicas de modulación binaria pasabanda y analizar sus características espectrales. Además, se verán aspectos prácticos del diseño de sistemas de comunicación, como el uso de filtros, mezcladores, moduladores y convertidores elevadores y reductores de frecuencia, así como el concepto de radio definida por software (SDR). A través de esta experiencia, se busca profundizar y estudiar en el entendimiento de la representación pasabanda mediante envolvente compleja y su aplicación en sistemas digitales.

II. METODOLOGÍA

A. Metodología de Actividad Previa

A continuación se presenta la metodología desarrollada durante la actividad previa, la cual permitió calcular el ancho de banda teórico de la modulación Amplitude

Shift Keying (ASK), determinar la envolvente compleja $g(t)$, y obtener su análisis espectral en banda base mediante transformada de Fourier, utilizando la herramienta MATLAB.

1) Determinación teórica del ancho de banda de la señal ASK

Para abordar el Punto 1 de la actividad previa, se determinó la expresión teórica del ancho de banda para una señal modulada en ASK. Dado que en esta modulación la amplitud de la portadora $\cos(2\pi f_c t)$ varía según la señal digital $m(t)$, el espectro de la señal modulada corresponde al desplazamiento del espectro de $m(t)$ alrededor de la frecuencia portadora f_c .

Suponiendo que la señal $m(t)$ consiste en pulsos de duración T_b , el ancho de banda de la señal de banda base es aproximadamente $B_m \approx R_b$, donde $R_b = 1/T_b$ es la tasa de bits. Por simetría espectral, el ancho de banda total en pasabanda queda dado por:

$$B_{ASK} \approx 2 \cdot R_b$$

Esta expresión constituye la base para contrastar el ancho de banda experimental.

2) Definición de variables y generación de señales

Con el fin de realizar un análisis de la modulación ASK, se definieron los siguientes parámetros en MATLAB: una frecuencia de muestreo $f_s = 1000$, Hz, un período de muestreo $T = 1/f_s$, y una duración total de simulación de 1, s. De este modo, se construyó el vector de tiempo:

$$t = 0 : T : 1 - T$$

Para la señal de información $m(t)$ se generó una señal continua, compuesta por dos armónicos, como caso genérico para visualizar el comportamiento espectral:

$$m(t) = \sin(2\pi \cdot 5 \cdot t) + 0.5 \cdot \cos(2\pi \cdot 20 \cdot t)$$

Este modelo permitió generar una envolvente no binaria, pero sí representativa de un caso pasabanda general.

3) Cálculo de la envolvente compleja $g(t)$

En la modulación ASK, se determinó la envolvente compleja $g(t)$ de la señal modulada en ASK. En este tipo de modulación, la envolvente compleja corresponde directamente a la señal de información $m(t)$ escalada por la amplitud de la portadora A_c , según la relación:

$$g(t) = A_c \cdot m(t)$$

En este experimento se fijó el parámetro $A_c = 1$, lo que implica que la portadora sinusoidal modulada posee una amplitud unitaria, esto nos ayuda a simplificar el proceso.

4) Transformada de Fourier de la envolvente compleja

La transformada de Fourier de $g(t)$ se calculó con la función `fft()` de MATLAB. El vector de frecuencias correspondiente se construyó de forma centrada, mediante el uso de `fftshift()` para reordenar el espectro y visualizarlo en el rango de frecuencias:

$$f = \left[-\frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{2} \right]$$

Esto permitió observar la distribución espectral en banda base de la envolvente compleja, previa a su desplazamiento pasabanda.

5) Visualización de resultados

Se generaron dos visualizaciones: en primer lugar, la representación temporal de la señal de información $m(t)$, y en segundo lugar, la magnitud de la transformada de Fourier de $g(t)$, permitiendo caracterizar su contenido espectral en banda base.

6) Construcción del transmisor OOK en GNU Radio Companion (GRC)

Se implementó un transmisor OOK utilizando el entorno de simulación GNU Radio Companion (GRC), donde las frecuencias fueron escogidas para una mejor apreciación del resultado de las modulaciones en las gráficas.

El sistema fue configurado con los siguientes componentes principales:

- **Signal Source (Señal modulante):** Se generó un tren de pulsos mediante una onda cuadrada, seleccionando la forma de onda Square con una frecuencia de 100, Hz, amplitud 1, offset 0 e inicialización de fase en cero. Este

bloque representa la señal digital $m(t)$ que actúa como moduladora, generando una secuencia periódica de bits.

- **Signal Source (Portadora):** Se generó la portadora sinusoidal mediante una onda Cosine de frecuencia 1 kHz, amplitud 1, offset 0 y fase inicial en cero. Este bloque simula la portadora continua que será modulada por la señal binaria.
- **Multiply:** El bloque multiplicador realizó la modulación OOK, efectuando el producto entre la señal de información y la portadora, resultando en la señal modulada $v(t)$.
- **Float to Complex:** Como etapa posterior, se utilizó un conversor a complejo para preparar la señal resultante para su visualización tanto en el dominio temporal como frecuencial, acorde al flujo de procesamiento de GNU Radio.
- **QT GUI Time Sink y Frequency Sink:** Se emplearon estos bloques para visualizar respectivamente la señal modulada en el tiempo y su correspondiente espectro en frecuencia. Los parámetros de visualización se ajustaron a un tamaño de FFT de 1024 puntos, ancho de banda de 32 kHz y frecuencia central en 0 Hz.

Todo el sistema operó con una frecuencia de muestreo global de $f_s = 32$ kHz definida mediante la variable `samp_rate`.

B. Metodología de Actividades

1) Determinación teórica del ancho de banda de la señal FSK

Para resolver el primer punto de la actividad de laboratorio, se calculó el ancho de banda teórico de la modulación FSK (Frequency Shift Keying), basado en el principio de desplazamiento de frecuencia de la portadora según la información binaria transmitida.

En esta modulación, el ancho de banda depende de dos factores: la separación Δf entre las frecuencias asignadas a cada símbolo y la tasa de bits R_b . Considerando estas variables, se utilizó la expresión:

$$B_{FSK} \approx 2 \cdot \Delta f + 2 \cdot R_b$$

2) Determinación de la envolvente compleja $g(t)$ para FSK

Se determinó la expresión de la envolvente compleja $g(t)$ correspondiente a la modulación FSK implementada.

En la implementación de código, la información binaria fue agrupada en pares de bits, generando símbolos asociados a cuatro frecuencias distintas. Para cada símbolo transmitido, la frecuencia de la señal varió entre f_1 , f_2 , f_3 y f_4 , sin modificaciones en amplitud ni fase.

Bajo este criterio, la envolvente compleja $g(t)$ para cada símbolo se expresó como:

$$g(t) = A \cdot e^{j2\pi f_i t}$$

donde A corresponde a la amplitud de la portadora (normalizada en este experimento como $A = 1$), y f_i representa la frecuencia asignada al símbolo en curso.

3) Cálculo de la transformada de Fourier de la envolvente compleja

Se realizó el cálculo de la transformada de Fourier sobre la señal modulada FSK generada en el código de MATLAB. Esta señal corresponde a la concatenación de los bloques sinusoidales de distintas frecuencias asociados a cada símbolo FSK.

La transformada de Fourier se calculó aplicando la función `fft()` sobre el vector `signal`. Luego, se centró el espectro mediante la función `fftshift()` y se construyó el eje de frecuencias empleando:

$$f = \left[-\frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{2} \right]$$

utilizando la instrucción `linspace(-fs/2, fs/2, length(signal))`, donde f_s es la frecuencia de muestreo establecida como 100 Hz en el experimento.

Finalmente, se graficó la magnitud del espectro con el comando:

$$\text{plot}(f, \text{abs}(\text{fftshift}(G_{FSK})))$$

permitiendo observar la distribución espectral de la señal FSK generada.

4) Construcción del transmisor FSK en GNU Radio Companion (GRC)

Se implementó el transmisor FSK utilizando la herramienta GNU Radio Companion (GRC), construyendo el modulador a partir de bloques básicos.

La generación de la señal modulante binaria se realizó mediante un bloque Signal Source, configurado con forma de onda Square, frecuencia 100, Hz, amplitud 1 y frecuencia de muestreo de 32, kHz. Esta señal cuadrada simuló el tren de bits binarios de entrada.

Para implementar la modulación FSK, se diseñaron dos ramas paralelas controladas por el estado de la señal binaria:

- En la primera rama, la señal cuadrada se mantuvo sin modificaciones. Esta salida fue multiplicada por una portadora de 1, kHz generada con un segundo bloque

Signal Source de tipo Cosine.

- En la segunda rama, la señal cuadrada fue invertida mediante una operación con los bloques `Multiply by constant (-1)` y `Add constant(1)`, de modo que cuando el bit original estaba en estado 0, esta rama tomaba valor 1. Tras esta operación, se multiplicó por otra portadora Cosine de frecuencia 2 kHz.

La salida de ambas ramas fue sumada con el bloque `Add`, generando así la señal FSK donde cada bit selecciona entre dos frecuencias distintas según su valor lógico. Finalmente, el bloque `Float To Complex` permitió transformar la señal para su correcta visualización en los analizadores QT GUI Time Sink y QT GUI Frequency Sink.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A. Actividades previas

1) Determinación teórica del ancho de banda de la señal ASK

Para determinar la ecuación para el cálculo del ancho de banda de una señal ASK se partió del supuesto de una señal digital $m(t)$ conformada por pulsos rectangulares de duración T_b . Como resultado, se determinó que el ancho de banda de la señal en banda base es aproximadamente:

$$B_m \approx R_b = \frac{1}{T_b}$$

Dado que la modulación ASK genera un espectro simétrico alrededor de la portadora f_c , el ancho de banda total en pasabanda es:

$$B_{ASK} \approx 2 \cdot R_b$$

Este resultado es coherente con la teoría presentada en la guía del laboratorio.

2) Cálculo de la envolvente compleja $g(t)$

En la modulación ASK, la señal modulada se puede representar como una señal pasabanda real:

$$s(t) = \Re \{ g(t) \cdot e^{j2\pi f_c t} \}$$

Donde $g(t)$ es la envolvente compleja de la señal modulada.

En este tipo de modulación, la variación ocurre únicamente en la amplitud de la portadora. Por lo tanto, la envolvente compleja $g(t)$ es directamente proporcional a la señal de información digital $m(t)$, escalada por la amplitud de la portadora A_c . Así, se tiene la expresión:

$$g(t) = A_c \cdot m(t)$$

Pero para este experimento se consideró una portadora de amplitud unitaria, es decir, $A_c = 1$. Esto simplifico la expresión anterior, resultando en:

$$g(t) = m(t)$$

Lo que facilita el análisis y la simulación, ya que permite trabajar directamente con la señal binaria sin necesidad de aplicar un factor de escala adicional.

3) Transformada de Fourier de la envolvente compleja (ASK)

El análisis espectral de la envolvente compleja $g(t)$ constituye un paso clave en la comprensión de cómo se distribuye la energía de la señal en el dominio de la frecuencia. Dado que en modulación ASK la envolvente compleja es directamente proporcional a la señal digital $m(t)$, su contenido espectral refleja directamente las características de esta.

Al utilizar las funciones integradas en MATLAB, nos aseguramos de que los cálculos requeridos para la transformada de Fourier sean correctos.

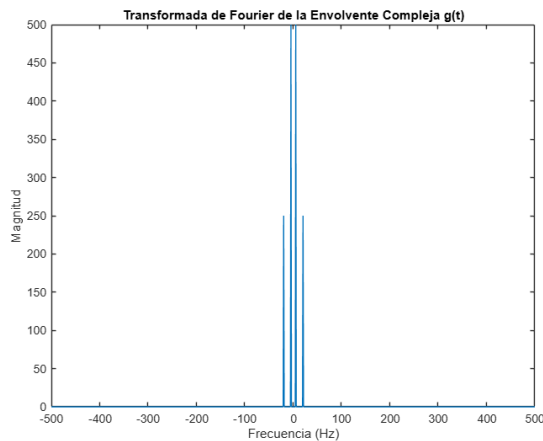


Fig. 1. Transformada de Fourier de la envolvente compleja para el caso ASK.

Aunque no se aprecie a simple vista, el espectro obtenido muestra dos picos principales en ± 5 Hz y ± 20 Hz, lo cual concuerda exactamente con las frecuencias presentes en la señal de información. Las amplitudes relativas también son coherentes, ya que la componente en 20 Hz posee la mitad de la amplitud que la de 5 Hz en $m(t)$.

4) Construcción del transmisor OOK en GNU Radio Companion (GRC)

En la figura 2 se muestra la señal graficada, la señal resultante de la modulación OOK obtenida con la configuración previamente señalada de GNU Radio Companion.

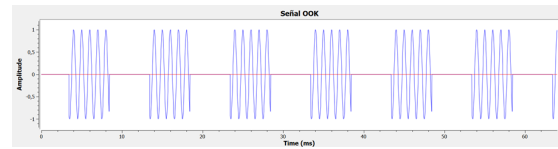


Fig. 2. Modulación OOK.

Se puede apreciar la respuesta de la multiplicación entre la señal modulante cuadrada de 100Hz, dando esta los ciclos de apagado y encendido, con la señal senoidal de 1kHz, la cual genera el contenido en cada uno de estos ciclos, simulando así la técnica de modulación OOK.

5) ¿Se cumple el ancho de banda teórico para una señal modulada con OOK?

Como se pudo ver anteriormente, el resultado del ancho de banda teórico es de $B=2R$, siendo R la tasa a la que se muestran los pulsos, representado en GNU radio como la frecuencia de la señal. Siguiendo esto, sabiendo que la frecuencia de la señal modulante es de 100Hz, se obtiene que el ancho de banda teórico para esta modulación es de 200Hz, para comprobar si este se cumple en la simulación, se realizará un análisis de la gráfica en frecuencia.

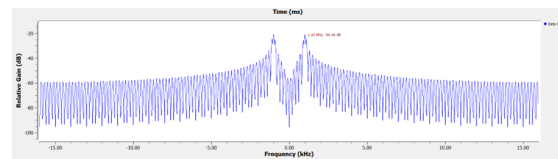


Fig. 3. Gráfica de frecuencia OOK.

Como se observa en la figura 3, se presentan picos de energía en torno a 1kHz, donde la mayor parte de esta se encuentra concentrada aproximadamente entre los 900Hz y 1.1kHz, entendiendo que $1100\text{Hz} - 900\text{Hz}$ da como resultado un ancho aproximado de 200Hz, se puede concluir que este resultado concuerda con el valor teórico obtenido anteriormente.

B. Actividades laboratorio presencial

1) Determinación teórica del ancho de banda de la señal FSK

La modulación FSK (Frequency Shift Keying) es una técnica digital en la que la frecuencia de la portadora cambia entre dos valores distintos para representar los símbolos binarios. En esta técnica, cada bit transmitido se asocia con una frecuencia diferente (f_0 para el bit 0 y f_1 para el bit 1).

El ancho de banda de una señal FSK está determinado principalmente por los dos factores explicados en la metodología.

La formula obtenida podemos interpretarla de las siguientes maneras:

- Si $\Delta f \gg R_b$ la modulación se comporta como FSK de tono constante, donde la principal limitación del ancho de banda proviene de la separación entre las portadoras.
- Si $\Delta f \approx R_b$ el espectro tiende a solaparse y la señal requiere mayor cuidado en la detección para evitar interferencias intersimbólicas.

2) Cálculo de la envolvente compleja $g(t)$

Dado que en FSK la modulación ocurre únicamente en frecuencia, la envolvente compleja correspondiente a cada símbolo puede expresarse como la función $g(t)$ que exponemos en la metodología. Donde:

- A es la amplitud de la portadora.
- f_i es la frecuencia específica asignada al símbolo actual
- t es el tiempo continuo

Esta expresión representa una senoide compleja de frecuencia f_i constante durante la duración del símbolo, que captura perfectamente el comportamiento de la señal FSK en el dominio complejo.

Además, al trabajar con $g(t)$ facilita el análisis espectral de la señal, permitiendo observar cómo la energía se distribuye alrededor de las distintas frecuencias.

3) Transformada de Fourier de la envolvente compleja (FSK)

La secuencia binaria aleatoria fue agrupada en pares de bits, produciendo 4 símbolos posibles: 00, 01, 11 y 10. A cada símbolo se le asignó una frecuencia distinta:

- 00 $\rightarrow f_1$: 1 [Hz]
- 01 $\rightarrow f_2$: 4 [Hz]
- 11 $\rightarrow f_3$: 8 [Hz]
- 10 $\rightarrow f_4$: 16 [Hz]

Tras utilizar las funciones de MATLAB para calcular y graficar la transformada de Fourier, obtuvimos el siguiente gráfico:

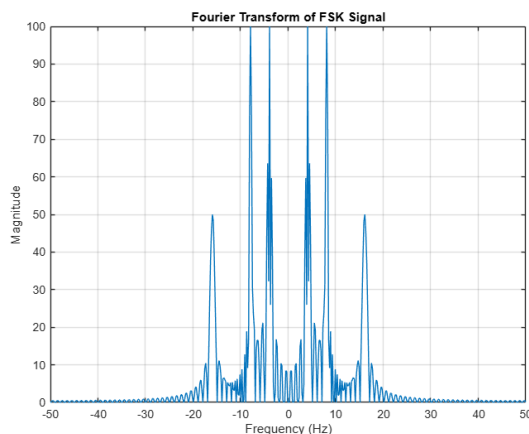


Fig. 4. Transformada de Fourier de la envolvente compleja para el caso FSK.

Aunque difícilmente, puede verse que el gráfico muestra picos espectrales claramente definidos en las frecuencias asignadas (aproximadamente 1 Hz, 4 Hz, 8 Hz y 16 Hz). Esto confirma que la señal generada posee componentes frecuenciales correspondientes a los tonos utilizados en la modulación FSK.

4) Construcción del transmisor FSK en GNU Radio Companion (GRC)

En la siguiente figura se muestra el resultado de la señal FSK, esto mediante la configuración implementada y detallada anteriormente en la sección de metodología.

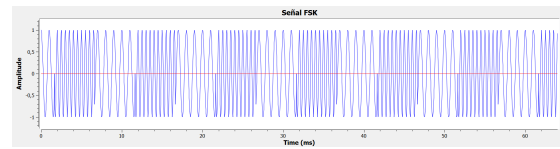


Fig. 5. Modulación FSK.

En esta, se puede observar que en la misma señal se ven representadas las dos frecuencias, cuando la señal cuadrada equivale a 1, esto activa la frecuencia f_0 , mientras que cuando es 0, activará la frecuencia f_1 . Con esto, es posible apreciar como en estos ciclos va cambiando entre una frecuencia y otra, presentando esta conmutación en base a la secuencia binaria de la señal cuadrada.

5) ¿Se cumple el ancho de banda teórico para una señal modulada con FSK?

Para comprobar si el ancho de banda teórico coincide con el obtenido en la simulación, se debe calcular el valor del primero, lo cual es posible obtener con la formula $B_T = 2 * \Delta F + 2 * B$, donde $\Delta * F$ es la desviación de frecuencia pico, la cual se puede calcular como $(f_1 - f_0)/2$. Con esto se llega a que el ancho de banda teórico será de $B_T = 2*500\text{Hz} + 2*100\text{Hz}$, obteniendo como resultado un ancho de 1200Hz. Ahora para la simulación se debe verificar mediante el analizador de espectros si esto concuerda.

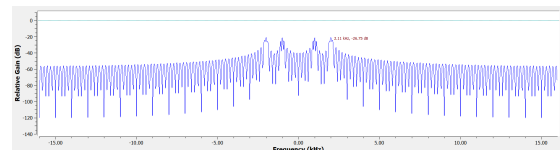


Fig. 6. Gráfica de frecuencia FSK.

Como es posible observar, en la gráfica se presentan dos grandes picos de energía, en 1 y 2 kHz, con dispersiones de frecuencia hasta aproximadamente los 0.9 y 2.1 kHz, esto permite apreciar que el ancho de banda resultante será de 2.1kHz - 0.9kHz, obteniendo un valor final aproximado,

coincidente con el teórico, de 1.2kHz.

IV. CONCLUSIONES

En este laboratorio se comprendió cómo las señales digitales de banda base pueden ser desplazadas a pasabanda mediante técnicas de modulación como OOK y FSK, facilitando así su transmisión en presencia de ruido e interferencias.

A través de la representación con la envolvente compleja $g(t)$, se entendió cómo las variaciones en amplitud o frecuencia de la portadora permiten transportar la información binaria. Se entendió también que la envolvente compleja es el núcleo que define el tipo de modulación, ya que su estructura es la que determina si la modulación afecta amplitud, frecuencia o fase.

Las implementaciones en MATLAB y GNU RADIO COMPANION permitieron diseñar transmisores digitales, analizar espectros de las señales moduladas y comprobar experimentalmente los anchos de banda teóricos calculados.

En general, la experiencia permitió aplicar los conceptos de modulación pasabanda digital y ver de forma práctica el impacto de cada técnica sobre el comportamiento espectral de los sistemas de comunicación.

V. REFERENCIAS

REFERENCES

- [1] H. Kopka and P. W. Daly, *A Guide to L^AT_EX*, 3rd ed. Harlow, England: Addison-Wesley, 1999.