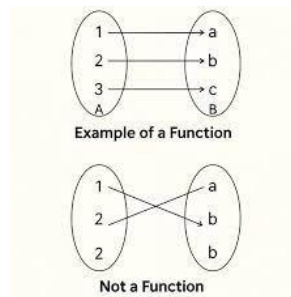
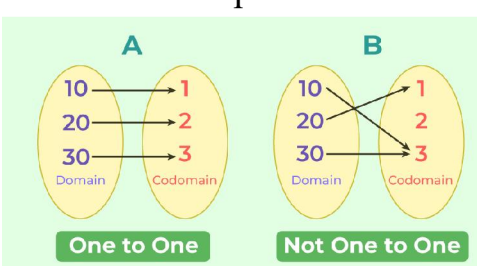
Function

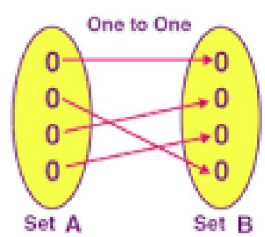
A **function** is a special kind of relation between two sets, say A (domain) and B (codomain), such that:
>Every element of A is related to exactly one element of B.
Formally:
f:A→B means that for each a∈A, there exists a **unique** b∈B such that f(a)=b.



one-to-one function

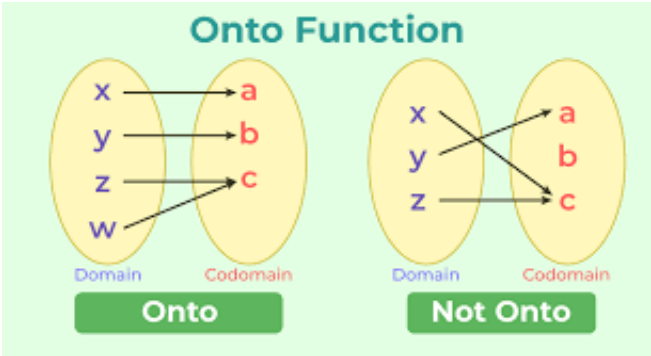
A one-to-one function, also known as an injective function, is a function where distinct inputs always produce distinct outputs. This means no two different inputs map to the same output, ensuring each element in the function's codomain is the image of at most one element from its domain. You can test if a function is one-to-one graphically by using the horizontal line test, which requires that any horizontal line drawn through the graph intersects it at no more than one poin





onto function

An onto function, also known as a surjective function, is a function where every element in its codomain (the set of all possible outputs) is mapped to by at least one element in its domain (the set of all inputs). In simpler terms, the function "covers" its entire codomain



Predicates and Quantifiers

Predicate: A statement involving variables that becomes true or false when specific values are substituted.
Example:
P(x): $x^2>9$
For x=4, P(4) is true; for x=2, P(2) is false.

Quantifiers: Symbols that specify how many elements in a domain satisfy a predicate.

Universal Quantifier (∀): "For all."
Example: $\forall x \in R,\ x^2 \geq 0$
Existential Quantifier (∃): "There exists."
Example: $\exists x \in R,\ x^2 = 4$.

Methods of proof

Methods of proof are techniques used in logic and mathematics to establish the truth of a statement through systematic, step-by-step logical arguments.
Common proof methods include
Direct proof: Where you directly show that the conclusion follows from the premise;
Proof by contradiction: Which assumes the negation of the statement and derives a false outcome;
Proof by contrapositive: Which is a direct proof of the contrapositive statement; and proof by mathematical induction, used for proving statements about all natural numbers.

Theorem:
A **theorem** is a **mathematical statement that has been proven to be true** using logical reasoning based on axioms, definitions, and previously established theorems.

সিদ্ধান্ত (Theorem):
সিদ্ধান্ত হলো একটি গাণিতিক বিবৃতি, যা যুক্তি ও প্রমাণের মাধ্যমে সত্য প্রমাণিত হয়েছে।

Proof:
A **proof** is a logical argument that demonstrates the truth of a theorem or mathematical statement using deductive reasoning, starting from axioms and known results.

প্রমাণ (Proof)
প্রমাণ হলো একটি যৌক্তিক প্রক্রিয়া, যার মাধ্যমে কোনো সিদ্ধান্ত বা গাণিতিক বিবৃতি অ্যাক্সিওম (স্বীকৃত সত্য), সংজ্ঞা ও পূর্ববর্তী প্রমাণিত সিদ্ধান্তের সাহায্যে প্রমাণ করা হয়।

Axioms or Postulates

Axioms (or postulates) are basic assumptions or self-evident truths accepted without proof, which serve as the foundation for developing a logical system or theory.

অ্যাক্সিওম বা পোস্টুলেট (Axiom or Postulate)
অ্যাক্সিওম বা পোস্টুলেট হলো এমন স্বয়ং-স্বীকৃত বা স্বতঃসিদ্ধ সত্য, যা কোনো প্রমাণ ছাড়াই মেনে নেওয়া হয় এবং যা থেকে অন্যান্য সিদ্ধান্ত করা হয়।

Fallacy

A **fallacy** is a flawed argument or error in reasoning that may appear logical but is invalid or misleading.

ভ্রান্তি (Fallacy)
ভ্রান্তি হলো একটি **ভুল যুক্তি বা ত্রুটিপূর্ণ তর্ক**, যা দেখতে সঠিক মনে হলেও প্রকৃতপক্ষে ভুল।

What is wrong with the proof 1=2?

Let's walk through a **typical version** of the proof and find the **mistake**.

Let:

$$a = b$$

Now follow these steps:

1. Multiply both sides by a:

$$a^2 = ab$$

2. Subtract b^2 from both sides:

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

3. Factor both sides:

$$(a - b)(a + b) = b(a - b)$$

4. Divide both sides by $(a - b)$:

$$a + b = b$$

5. Since $a = b$, substitute b for a:

$$b + b = b \Rightarrow 2b = b$$

6. Divide both sides by b:

$$2 = 1$$

The **error** happens in **Step 4**:

Dividing both sides by $(a - b)$

But from the assumption $a = b$, we know:

$$a - b = 0$$

So the equation becomes:

$$0 \cdot (a + b) = 0 \cdot b$$

And you are trying to **divide by zero**, which is **undefined in mathematics**.

Fallacies

Fallacies are various types of incorrect arguments or errors in reasoning that lead to invalid conclusions, often categorized as formal (logical structure errors) or informal (content or contextual errors).

ভ্রান্তিগুলো (Fallacies)

ভ্রান্তিগুলো হলো বিভিন্ন ধরনের ভুল যুক্তি বা তর্কের ধরন, যা ভুল সিদ্ধান্তে করে। এগুলো প্রাতিষ্ঠানিক (formally ভুল) বা অনানুষ্ঠানিক (বিষয়বস্তু অনুযায়ী ভুল) হতে পারে।

Division by Zero Fallacy

Lemma

A **lemma** is a helping theorem a proven statement used as a stepping stone to prove another, more significant theorem.

সহকারী সিদ্ধান্ত (Lemma)

সহকারী সিদ্ধান্ত হলো একটি সহায়ক বা সহকারী সিদ্ধান্ত, যা মূল সিদ্ধান্ত প্রমাণে সহায়তা করার জন্য ব্যবহৃত হয়।

Let a and b be even integers. Then a+b is also even.

Corollary

A **corollary** is a statement that follows readily from a theorem that has already been proven. It often appears as a direct consequence.

পরিণতি (Corollary)

পরিণতি হলো একটি এমন গাণিতিক বিবৃতি, যা কোনো সিদ্ধান্ত প্রমাণের পরে সহজেই করা যায়, অর্থাৎ মূল সিদ্ধান্তের সরাসরি ফল।

The sum of two even integers is even.

Conjecture

A **conjecture** is an unproven statement believed to be true based on observations or partial evidence but not yet proven.

অনুমান (Conjecture)

অনুমান হলো একটি এখনও প্রমাণ না হওয়া গাণিতিক বিবৃতি, যা পর্যবেক্ষণ ও অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে সত্য মনে করা হয় কিন্তু এখনও এর সুনির্দিষ্ট প্রমাণ নেই।

Every even number greater than 2 is the sum of two prime numbers.

Example:

- 4=2+2
- 6=3+3
- 8=3+5

Logic

Logic is the systematic study of valid reasoning. It involves rules and principles used to distinguish correct reasoning from incorrect reasoning.

যুক্তি (Logic)

যুক্তি হলো যুক্তিবিদ্যার একটি শাখা, যেখানে সঠিক ও ভুল যুক্তির পার্থক্য করার নিয়মাবলি ও কাঠামো নিয়ে আলোচনা করা হয়।

Home work:

>Describe different method of proof