Лабораторна робота 6

__Тема:__ Програмна обробка алгоритмічних конструкцій циклічної структури

__Мета роботи:__

1. Навчитись складати алгоритм розв'язку задач, які вміщують циклічний обчислювальний процес, та програми для його реалізації. Отримати навики у визначенні і використанні оператору циклу . (Завдання1)
2. Ознайомлення з ітераційними процесами. (Завдання 2)

Теоретичні відомості

__Циклічний обчислювальний процес__ являє собою повторювану багаторазово одну і ту ж послідовності дій.

Для формування такого процесу вводиться поняття "параметр циклу", під яким розуміють змінну, значення якої змінюється від деякої початкової величини до певного кінцевого результату. Розрахунки виконуються у межах зміни такого параметра. При програмуванні мовою Turbo Pascal використовують три види операторів циклу:

- оператор циклу з попередньою умовою;
- оператор циклу з послідуючою умовою;
- оператор циклу з параметром.

__Мова__ програмування __С (С++):__

__Цикл із перед умовою while (поки).__

Він має наступну форму:

while (умова) <оператор>;

Умова обов'язково вкладена в дужки. Вона розуміється в широкому змісті й у загальному випадку може бути довільним виразом (див. оператор if). Оператор while повторює виконання оператора, що випливає після умови, доти, поки ця умова істина. Якщо ця умова не істина із самого початку чи стає не істиною, заданий оператор не виконується і керування передається першому оператору, що стоїть за оператором циклу.

Якщо повторювана частина оператора (тіло циклу) містить не один, а більше операторів, то вся повторювана група повинна бути взята в фігурні дужки:

```
while (умова)
{ оператор 1;
  оператор 2;
  оператор
}
```

Для опису умови в операторі while використовуються ті ж операції відношення і логічні операції, що і для if-оператора.

Приклад

```
#include <stdio.h>
main()
{
int N, S, Z;
S=0;
printf("УВЕДИ N:\n");
scanf("%d", &N);
while (N != 0)
{
Z=N%10;
N=N/10;
S=S+Z;
}
printf("СУММА ЦИФР=%d\n", S);
}
```

Цикл do-while, цикл із після умовою:

Організація циклів за допомогою оператора do – while у загальному вигляді записується так:

do <оператор>;
while (умова);

При виконанні цього оператора спочатку виконується "оператор", а потім обчислюється "умова". Якщо вона істинна, то знову виконується "оператор" і т.д. Якщо "вираз"(умова) стає помилковим, циклічний процес закінчується.

Організація циклів за допомогою оператора for:

У загальному випадку його можна представити так:

for (вираз1; вираз2; вираз3) оператор;

В одному рядку цей оператор визначає відразу три складові, відокремлювані одна від одної крапкою з комою:

- початкове значене параметра циклу ("вираз1");
- умова закінчення циклу ("вираз2");
- закон зміни параметра циклу ("вираз3").

Приклад:

```
/*числа Фибоначчи*/
#include <stdio.h>
main()
{
int m, k, j=1;
printf("уведи m\n");
scanf("%d", &m);
for (k=1; k<=m; k=k+j)
{ printf(" %d", k); j=k-j; }
}
```

Мова програмування Pascal

Форми запису операторів цикла:

Оператор циклу з попередньою умовою:

WHILE <логічний вираз> **DO**
BEGIN
[послідовність дій]
 	
END;
	WHILE I<9 **DO**
	BEGIN
	S:=S+I;
	I:=I+1
	END;

Оператор циклу з послідуючою умовою:

REPEAT [послідовність дій] **UNTIL** <логічний вираз>	**REPEAT** S:=S+I; I:=I+1; **UNTIL** I>9;

Оператор циклу з параметром:

1.
FOR <параметр> **:=** <початкове значення> **TO** <кінцеве значення> **DO**
BEGIN [послідовність дій] END;

2.
FOR <параметр> **:=** <початкове значення> **DOWNTO** <кінцеве значення>**DO**
BEGIN [послідовність дій] END;

У останніх двох випадках значення параметра змінюється на 1 у сторону збільшення (варіант 1) чи зменшення (варіант 2), а параметром циклу може бути змінна будь-якого скалярного типу, за винятком дійсного (REAL).

<u>Приклади програмування</u>:

1). Зформувати таблицю значень функції y=sin(x^2)+x, якщо x змінюється на інтервалі [1,2] з кроком h=0.1:

```
x:=1.0;h:=0.1;
WHILE x<= 2.0 DO
   BEGIN
    y:=sin(x*x)+x;
    writeln('x=',x:8:2,'y=',y:8:2);
    x:=x+h;
   END;
```

```
x:=1.0;h:=0.1;
REPEAT
  y:=sin(x*x)+x;
  writeln(x:8:2,y:8:2);
    x:=x+h;
UNTIL x>2.0;
```

2) Знайти значення a=2+i та b=2*i, якщо i змінюється від 1 до5 з кроком 1 чи від 5 до 1 з кроком -1:

```
FOR i:=1 TO 5 DO
BEGIN
   a:=2+i;
  b:=2*i;
  writeln(a:8:2,b:8:2);
}   END;
```

```
FOR i:=5 DOWNTO 1 DO
BEGIN
   a:=2+i;
  b:=2*i;
  writeln(a:8:2,b:8:2);
 END;
```

Завдання 1

<u>Задача:</u>

Користуючись матеріалами лекції 6, формалізувати зміст задачі, скласти блок-схему алгоритму та програму (мовами ТР та С) для обчислення на ЕОМ таблиці значень функцій вигляду F(x) на інтервалі [a,b], з кроком $\mathbf{h = b - a / m}$,

де m - задане ціле число.

Примітка: Там, де потрібно, врахувати область визначення функції.

Розробити два варіанти розв'язку:

1. Значення змінної в точках розраховувати за формулою : $x_i = a + i \bullet h$. Скористатись циклом з параметром
2. Значення змінної в точках розраховувати за формулою : **X=X+h**.

Скористатись циклом з передумовою.

У варіанті 1 вивести дані у формі :

<u>*Для x[1]=<значення>   функція y[1]=<значення>*</u>

У варіанті 2 вивести дані у формі таблиці, де «x» та «y»записані у заголовку таблиці , а отримані значення роздрукувати нижче, відповідно, під ними.

Варіант завдання	Функція F(x)	Відрізок	Кількість точок
1	**2**	**3**	**4**
1.	$\mathbf{e^{x} - e^{-x} - 2}$	[0;2]	12
2.	$\mathbf{3\sin\sqrt{x} + 0{,}35x - 3{,}8}$	[2;4]	14
3.	$\mathbf{x - 2 + \sin(1/2)}$	[1,2;2]	10
4.	$\mathbf{1 - x + \sin x - \ln(1 + x)}$	[0;2,5]	12
5.	$\mathbf{x^2 - \ln(1 + x) - 3}$	[1,7;3,2]	10
6.	$\mathbf{x - \dfrac{1}{3 + \sin 3{,}6x}}$	[0;1,35]	11
7.	$\mathbf{\ln x - x + 1{,}8}$	[2;3,4]	9
8.	$\mathbf{0{,}1x^2 - x\ln x}$	[1;2,5]	10
9.	$\mathbf{x + \cos(x^{0{,}52} + 2)}$	[0,5;1,6]	11
10.	$\mathbf{\sqrt{1 - 0{,}4x} - \arcsin x}$	[0;1,4]	10
11.	$\mathbf{x^2 + 10x - 10}$	[0;1,4]	9
12.	$\mathbf{3x - 4\ln x - 5}$	[2;4]	9
13.	$\mathbf{0{,}4 + \mathrm{arctg}\sqrt{x} - x}$	[1;2,4]	11
14.	$\mathbf{\arccos x - \sqrt{1 - 0{,}3x^3}}$	[0;1,6]	10
15.	$\mathbf{2x - 3\ln x - 3}$	[0,3;1,5]	12

Завдання 2

Задача:

Скласти блок-схему алгоритму та програму, яка обчислює функцію, розкладену в ряд Маклорена з заданою точністю. На друк вивести : *функцію*, її значення при розкладанні функції в ряд Маклорена, кількість елементів, які врахувались при розрахунках для досягнення заданої *точності* . Зробити перевірку рішення.

Пояснення до виконання задачі.

1-й спосіб. Використання рекурентного співвідношення.

$\boldsymbol{S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n + \ldots}$,

де a_n - елемент, заданий формулою для n-го елемента послідовності.

S – сума елементів нескінченного ряду.

Виходячи з того, що наступний елемент ряду відрізняється від попереднього на значення b, яке задається постійною формулою і залежить від змінної ряду n –номер елемента послідовності , маємо наступне співвідношення : $a_n = b \cdot a_{n-1}$,

звідси $b = \dfrac{a_n}{a_{n-1}}$ *(1)*

ПРИКЛАД:

Знайти суму ряду : $\cos x = 1 - \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!}$ = 1- $\sum_{n=1}^{\infty} an$

Знаходимо по формулі (1) $b = \dfrac{(-1)^n \dfrac{x^{2n}}{2n!}}{(-1)^{n-1} \dfrac{x^{2(n-1)}}{2(n-1)!}}$

Після математичних перетворень отримали $b = \dfrac{-2x^2}{n}$

<u>Алгоритм розв'язку :</u>

1. Початок;
2. Введення x, ξ;
3. S:=1;
4. n:=1;
5. an:= $-x^2/2$;
6. S:= S+an;
7. n:= n+1;
8. b:= $-2x^2/n$;
9. an:= an·b;
10. │an │≤ ξ, якщо ні, то виконувати п.6 , інакше п.11;
11. Виведення S, n;
12. Кінець.

2-й спосіб. Використання відомої формули, якою задається n -ий елемент ряду.

S= a0 + a1 + a_2 + a_3 + …..+ a_n +……, (1)

де a_n - елемент, заданий формулою для *n*-го елемента послідовності.

S – сума елементів нескінченного ряду.

S0=a0; - Сума початкова;

S1=a0+a1=S0+a1; - Сума першого елемента;

S2=a0+a1+a2=S1+a2; - Сума перших двох елементів;

S3=a0+a1+a2 + a3= S2 +a3; - Сума перших трьох елементів;

…………………………….;

Sn= a0+a1+a2 + a3 +…..an-1+ an= Sn-1+an; - Сума перших n елементів;

……………………………..;

Тоді формула (1) запишеться наступним чином:

S = Sn +….= Sn-1 + an + ….. (2)

Якщо брати до уваги те, що ряд сходиться, то при певному значенні n здійсниться наступна умова : ***/Sn-Sn-1 /≤ ξ (3)***

Але з (2) отримаємо наступне : ***Sn - Sn-1 = an (4)***

Тоді умова (3) запишеться з урахуванням (4) так:

/an /≤ ξ

ПРИКЛАД:

Знайти суму нескінченного ряду:

$$S = 2 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{2^{n+1}}$$

По формулі (1) даний ряд буде мати вигляд:

$$S = 2 + \frac{\cos x}{4} + \frac{\cos 2x}{8} + \ldots + \frac{\cos(n-1)x}{2^{(n-1)+1}} + \frac{\cos nx}{2^{n+1}} + \ldots = \text{Sn-1} + \frac{\cos nx}{2^{n+1}} + \ldots$$

Алгоритм розв'язку :

1. Початок;
2. Введення x, ξ;
3. S:=2;
4. n:=0;
5. n:= n+1;
6. an:= $\frac{\cos nx}{2^{2n+1}}$;
7. S:= S+an;
8. │an │≤ ξ, якщо ні, то виконувати п.5 , інакше п.9;
9. Виведення S, n;
10. Кінець.

Варіанти для виконання роботи

Варіант	Функція	Точність
1.	$\mathbf{e^{1/2}}$	$\mathbf{10^{-4}}$
2.	$\mathbf{(2-0.34)^5}$	$\mathbf{10^{-5}}$
3.	$\mathbf{\cos 18}$	$\mathbf{10^{-6}}$
4.	$\mathbf{\ln(1+0.19)}$	$\mathbf{10^{-3}}$
5.	$\mathbf{(5+0.34)^4}$	$\mathbf{10^{-4}}$
6.	$\mathbf{\ln(1+0.04)}$	$\mathbf{10^{-5}}$
7.	$\mathbf{arctg(1/5)}$	$\mathbf{10^{-4}}$
8.	$\mathbf{\ln 2}$	$\mathbf{10^{-7}}$
9.	$\mathbf{e^{-2/3}}$	$\mathbf{10^{-5}}$
10.	$\mathbf{e^{-1/2}}$	$\mathbf{10^{-6}}$
11.	$\mathbf{ch0.9}$	$\mathbf{10^{-3}}$
12.	$\mathbf{\ln(1+0.65)}$	$\mathbf{10^{-4}}$
13	$\mathbf{\ln 0.32}$	$\mathbf{10^{-6}}$
14.	$\mathbf{27^{0.45}}$	$\mathbf{10^{-4}}$
15.	$\mathbf{arctg0.65}$	$\mathbf{10^{-5}}$
16.	$\mathbf{\sin 0.956}$	$\mathbf{10^{-4}}$

<u>Функція та її ряд Маклорена</u>

$$\mathbf{(a+x)^m = a^m + m\cdot a^{m-1}\cdot x + \ldots + \frac{m(m-1)..(m-n+1)}{n!}\cdot a^{m-n}\cdot x^n + \ldots,\quad |x| \le a,\; m > 0}$$

$$(a-x)^m = a^m - m\cdot a^{m-1}\cdot x + ... + (-1)^m \cdot \frac{m(m-1)...(m-n+1)}{n!}\cdot a^{m-n}\cdot x^n + ..., \quad |x| \le a, \; m>0$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + .. + \frac{x^n}{n!} + ...$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - ... + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...,$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + ... + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + ...,$$

$$\ln x = 2(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x+1)^3}{3(x+1)^3} + ... + \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} + ...), \quad x>0$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - ... + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + ... , \quad -1<x<=1$$

$$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - ... + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + ..., \quad |x| < 1$$

$$\operatorname{ch} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + ... + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...,$$

$$a^x = e^{x\ln a} = 1 + \frac{x+\ln a}{1!} + \frac{(x+\ln a)^2}{2!} + ... + \frac{(x+\ln a)^n}{n!} ...$$

Запитання для самоконтролю .

1. Дані якого типу можна вживати як параметр циклу?
2. Указати призначення і правила організації циклів у структурному програмуванні.
3. Як працює цикл While?
4. Як працює цикл Repeat?
5. Вказати послідовність дій, які виконуються при організації циклічних розрахунків з указаною кількістю повторів?
6. Які обмеження накладаються на оператор циклу FOR?
7. Які оператори циклів використовуються для виконання повторюваних операцій в мові С?
8. Чим відрізняються цикли з перед- і посту мовами у мові С та ТР?
9. Який формат запису оператора **for** у мові С**?**
10. Що таке вкладені цикли?
11. Як можна задати вічний цикл? Приклади.
12. Чому буде дорівнювати S у фрагменті :
    ...S:=0; For i:=1 to 5 do begin k:=1+i; S:=S+2*k ; end;...
13. Для яких значень змінної *x* буде завершене виконання оператору циклу:

a) *While x<1.3 do x:=sqr(x);*
b) *While abs(x)>=1 do x:=x-1;*
c) *While 2*x>x do x:=x-1;*
d) *While sqr(x)>=0 do x:=sin(x)+1.315;*

14. Чи може бути завершеним виконання оператору циклу, який починається таким чаном:
While abs(x)+1>0.793 do …?

15. Як наближено знайти суму нескінченого ряду для дійсногоьзначення змінної *x:*

a) $x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+......(|x|<1)$

b) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-......(|x|<1)$

c) $x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+......(|x|<1)$

d) $\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}+\frac{1}{5x^5}+......(|x|<1)$

16. Дане натуральне число *n*. Обчислити суму: $1+\frac{1}{2^5}+...+\frac{1}{n^5}$

17. Дане натуральне число *n* та дійсне *x*. Обчислити суму $x+\frac{x^2}{2!}+...+\frac{x^n}{n!}$

18. Дане натуральне число *n*. Отримати послідовність $b_1, b_2, \ldots b_n$ за формулою 2^{i+1}, *i!*.

19. Дане натуральне число *n*., дійсні $a_1, a_2..a_n$. отримати середнє арифметичне $a_1,..a_n$

20. Порахувати, чому буде дорівнювати S у фрагменті програми:

a)
```
S:=0; n:=1;
For i:=1 to 3 do
     Begin
        s:=S+i;
        n:=n*s;
     end;
```
b)
```
P:=1; s:=2;
for i:= 1 to 4 do
    P:=P*2*i;
    S:=S+3*P;
```