ポートフォリオ

$created \ with \ {E\!\!\!\!/} T_E \! X$

Namachan

乍 占	品紹介	2
ļ	数学	2
	サイクロイド $(p.2)$ 写像 $(p.3)$ 上方和と下方和 $(p.4)$ 三角不等式の証明 $(p.6)$ はさみうちの原理 $(p.7)$ 内心 $(p.8)$ 球座標 $(p.9)$ 四面体 $(p.10)$ 樹形図 $(p.11)$ 増減表とグラフ $(p.12)$ 楕円 $($ ケプラーの法則 $)$ $(p.13)$	
,	物理	. 14
	ばねとブロック(力学) $(p.14)$ 滑車とロープ(力学) $(p.16)$ フックの法則(力学) $(p.18)$ ピストン付き容器(熱力学) $(p.19)$ LC 回路(電磁気学) $(p.20)$ ヤングの実験(光学) $(p.21)$	
,	化学	. 22
	サリチル酸と炭酸水素ナトリウムの化学反応式 $(p.22)$ サリチル酸の構造式 $(p.22)$ ハロゲン(フッ素)の電子配置 $(p.22)$ モル濃度の計算 $(p.23)$ β -グルコースの構造式 $(p.23)$ 酢酸の電離 $(p.24)$	
:	書類	. 25
	問題用紙(数学)(p.25) スクリプト (Python) (p.26)	
;	参考文献	27

作品紹介

以下では、今まで学業やオンラインでの活動で作成してきたコンテンツを紹介する。基本的には、まず LPTeX のソースコードを枠内に記述し、その後にコンパイル結果を掲載する。なお、紙面の都合上、図や文章の紹介のみでソースコードを掲載していないものもある。また、mathcha などの外部ツールを用いて作成したものがあることに留意したい。

数学

サイクロイド

《ソースコード (図)》

```
\begin{tikzpicture}
\draw[->] (-0.2,0) -- (7,0) node[below] {$x$};
\draw[->] (0,-0.2) -- (0,3) node[left] {$y$};
\draw (0,0) node[below left] {$\mathrm{0}$} coordinate (0);
\draw[dashed](pi,0)node[below]{$\pi a$}--(pi,2)--(0,2)node[left]{$2a$};
\draw(2*pi ,0)node[below]{$2\pi a$};
\draw [thin] (pi/2,1) circle (1);
\draw [dashed](pi/2,0)--(pi/2,1)--(0,1);
\draw [color=red] plot[domain=0:2*pi, variable=\theta,smooth]
({\theta-sin(\theta r)},{1-cos(\theta r)});
\fill [color=red] (pi/2-1, 1) circle (1.5pt);
\end{tikzpicture}
```

《図》

媒介変数 θ と定数 a を用いて

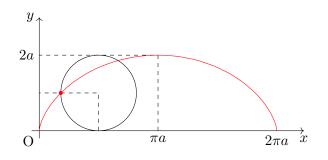
$$\begin{cases} x = a(\theta - \sin \theta), \\ y = a(1 - \cos \theta), \end{cases} \quad (0 \le \theta < 2\pi)$$

と表される図形をサイクロイドとよび、図の赤線部になる。図形的に説明すると、「直線に沿って円が滑らずに回転するときの円周上の定点の軌跡」である。

さて,円が1回転したときの定点の軌跡の長さをlは

以下のようになる:

$$l = \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta$$
$$= a \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos\theta} d\theta$$
$$= 2a \int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) d\theta$$
$$= 2a \left[-2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]_0^{2\pi}$$
$$= 8a.$$



ポイント

• 媒介変数を定義して、サイクロイドを plot した.

```
写像
    \begin{tikzpicture}
    \draw[fill=cyan!20, draw=cyan] (-2,0) ellipse (1.5cm and 2cm);
    \node at (-2,2.2) {$A$};
    \draw[fill=cyan!20, draw=cyan] (3,0) ellipse (1.5cm and 2cm);
    \node at (3,2.2) {$B$};
    \fill (-2,1) circle (2pt);
    \node[left] at (-2,1) {$1$};
    \fill (-2,0) circle (2pt)
    \node[left] at (-2,0) {$2$};
    fill (-2,-1) circle (2pt);
    \node[left] at (-2,-1) {$3$};
    \fill (3,1) circle (2pt);
    \node[right] at (3,1) {\$a\$};
    \fill (3,0) circle (2pt);
    \node[right] at (3,0) {$b$};
    \fill (3,-1) circle (2pt);
    \node[right] at (3,-1) {$c$};
    \draw[->, thin] (-2,1) to[bend left=20] (3,1); \draw[->, thin] (-2,0) to[bend left=0] (3,0);
    \draw[->, thin] (-2,-1) to[bend left=20] (3,1);
    \end{tikzpicture}
```

《説明と図》

集合 A から集合 B への写像 f とは、任意の $a \in A$ に対して、 $b \in B$ をただひとつ対応させる規則のことである。このとき、A を f の始集合 ,B を f の終集合とよぶ。

これを次のように表す:

$$f: A \to B$$
.

この写像 f によって, $a \in A$ が $b \in B$ に対応するとき,

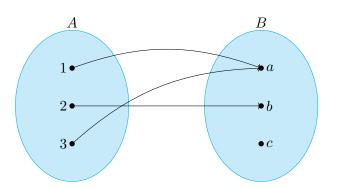
$$b = f(a)$$

または

$$f \colon a \mapsto b$$

とかく†1.

たとえば、 $A = \{1,2,3\}$ 、 $B = \{a,b,c\}$ とする. f(1) = a, f(2) = b, f(3) = a とすると、この写像 f は右図のように表現できる.



ポイント

円・楕円・矢印を組み合わせて描写した。

 $^{^{\}dagger 1}$ $Che f: A \ni a \mapsto b \in B$ Ehe Center

```
上方和と下方和
              \begin{tikzpicture}[scale=1.3]
              \pgfmathsetmacro{\xZero}{pi/6}
              \pgfmathsetmacro{\x0ne}{pi/3}
              \protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\protect{\
              \pgfmathsetmacro{\xThree}{pi}
              \pgfmathsetmacro{\xFour}{11*pi/6}
              \pgfmathsetmacro{\xFive}{25*pi/12}
              \pgfmathsetmacro{\fZero}{sin(\xZero r) + 4}
              \pgfmathsetmacro{\f0ne}{\sin(\x0ne r) + 4}
              \pgfmathsetmacro{\fTwo}{\sin(\xTwo r) + 4}
              \protect{fThree}{sin(\xThree r) + 4}
              \pgfmathsetmacro{\fFour}{sin(\xFour r) + 4}
              \pgfmathsetmacro{\fFive}{\sin(\xFive r) + 4}
              \coordinate (x0) at (\xZero,0);
              \coordinate (x1) at (\x0ne,0);
              \coordinate (x2) at (\xTwo,0);
              \coordinate (x3) at (\xThree,0);
             \coordinate (x4) at (\xFour,0);
\coordinate (x5) at (\xFive,0);
              \coordinate (X0) at (\xZero,\fZero);
              \coordinate (X1) at (\x0ne,\f0ne);
             \coordinate (X2) at (\xTwo,\fTwo);
\coordinate (X3) at (\xThree,\fThree);
              \coordinate (X4) at (\xFour,\fFour);
              \coordinate (X5) at (\xFive,\fFive);
             draw (-0.2,0) -- (7.5,0);
             \filldraw[fill=lightgray!50,draw=black] (X0) rectangle (X1);
              \filldraw[fill=darkgray!50,draw=black] (x0) rectangle ($(x1)+(0,\fZero)$);
            \label{linear} $$ \left[ \frac{(x2)+(0,5)}{(x1) \operatorname{rectangle} ((x2)+(0,5))}; \right] = \left[ \frac{(x2)+(0,5)}{(x1) \operatorname{rectangle} ((x2)+(0,1))}; \right] = \left[ \frac{(x2)+(0,1)}{(x1) \operatorname{rectangle} ((x2)+(0,1)
              \filldraw[fill=lightgray!50,draw=black] (\xTwo,\fThree) rectangle (\xThree,\fTwo);
             \filldraw[fill=darkgray!50,draw=black] (x2) rectangle ($(x3)+(0,\fThree)$);
              \filldraw[fill=lightgray!50,draw=black] (\xThree,3) rectangle (\xFour,\fThree);
             \filldraw[fill=darkgray!50,draw=black] (x3) rectangle ($(x4)+(0,3)$);
             \filldraw[fill=lightgray!50,draw=black] (X4) rectangle (X5);
             \filldraw[fill=darkgray!50,draw=black] (x4) rectangle ($(x5)+(0,\fFour)$);
              \draw (x0) node[below] {$a = x_0$};
              \draw (x1) node[below right]{$x_1$};
              \draw (x2) node[below]{$x_2$};
              \draw (x3) node[below]{$x_3$};
              \draw (x4) node[below]{$x_4$};
              \draw (x5) node[below right]{$x_5 = b$};
             \draw [domain=-0.2:6.9, smooth]
             plot(\x,{sin(\x r)+4})
             node[right]{$y=f(x)$};
              \end{tikzpicture}
```

$$f: [a,b] \to \mathbb{R} \ ([a,b] \subset \mathbb{R})$$

は有界であるとする.

区間 [a,b] を n 個の小区間 $[x_{i-1},x_i]$ に分割し、小区間 $[x_{i-1},x_i]$ における f の最小値を m_i 、最大値を M_i とする.

図において、f の下方和は $[x_{i-1},x_i]$ を底辺、最小値 m_i を高さとする長方形の面積の和である。f の上方和は $[x_{i-1},x_i]$ を底辺、最大値 M_i を高さとする長方形の面積の和である。

U(f) を f の上方和, L(f) を f の下方和とすると,次の不等式が成り立つ:

$$m(b-a) \le L(f) \le U(f) \le M(b-a).$$

このことから,ただちに L(f) と U(f) が有界であることが従う.ゆえに,

$$\sup L(f) \in \mathbb{R}, \quad \inf U(f) \in \mathbb{R}$$

が存在する $^{\dagger 1}$. L(f) と U(f) はそれぞれ上方和と下方和であるため、

$$\sup L(f) \leq \inf U(f)$$

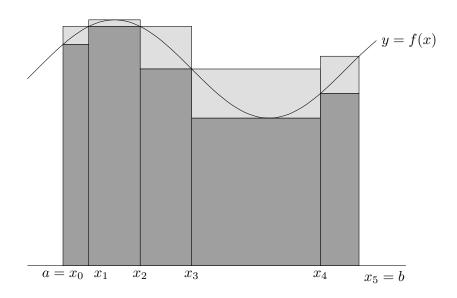
が成り立つ. そして,

$$\sup L(f) = \inf U(f)$$

となることは,f が [a,b] で積分可能であるための必要十分条件であり,このとき,f は [a,b] で可積分であるという.この共通の値を

$$\int_{a}^{b} f(x) \, dx$$

とかき、これを f の区間 [a,b] における定積分とよぶ.



ポイント

• 具体的な関数を plot してグラフを作成した.

^{†1} 実数の連続性の公理による.

三角不等式の証明

《ソースコード》

```
三角不等式の証明
  \begin{leftbar}
  \begin{proof}
  -(abs{x}+\abs{y}) \leqq x+y \leqq \abs{x}+\abs{y}
  を得て, これと絶対値の定義から
   \abs{x} + \abs{y} \geqq \max { x+y , -(x+y) } = \abs{x+y}
  となる. また, abs{x}について
  \begin{align*}
  & \abs{x}= \abs{x-y +y}   \ \abs{x-y}+ \abs{y}   \
  & \therefore ~ \abs{x} - \abs{y} \leqq \abs{x-y}
  \end{align*}
  となる. $x \geqq y$, $x \leqq y$のときがあることを加味すると,
   \abs{x} - \abs{y}} \leqq \abs{x \pm y}
  であるから、以上のことををまとめると、
   \]
  \end{proof}
  \end{leftbar}
```

《証明》

証明.
$$-|x| \le x \le |x|$$
 と $-|y| \le y \le |y|$ の辺々を足すと,
$$-(|x|+|y|) \le x+y \le |x|+|y|$$

を得て、これと絶対値の定義 $^{\dagger 1}$ から

$$|x| + |y| \ge \max\{x + y, -(x + y)\} = |x + y|$$

となる。また,|x| について,

$$|x| = |x - y + y| \le |x - y| + |y|$$

$$\therefore |x| - |y| \le |x - y|$$

となる. $x \ge y$, $x \le y$ のときがあることを加味すると,

$$||x| - |y|| \le |x \pm y|$$

であるから、以上のことををまとめると、

$$||x| - |y|| \le |x \pm y| \le |x| + |y|.$$

ポイント

• 絶対値記号を\abs を用いて記述した.

 $^{^{\}dagger 1}$ ここでは, $x \in \mathbb{R}$ の絶対値 |x| を $|x| = \max\{x, -x\}$ と定める.

はさみうちの原理

《ソースコード (定理環境の定義)》

定理環境の定義

```
\usepackage{tcolorbox}
\tcbuselibrary{theorems,breakable}
\definecolor{mypurple}{HTML}{9900FF}

\tcbset{mytheo/.style={fonttitle=\gtfamily\sffamily\bfseries\upshape,
enhanced,colframe=mypurple,colback=mypurple!2!white,colbacktitle=mypurple,
boxrule=0.5pt,borderline south{0.5pt}{-0.5pt}{mypurple},
left*=1\zw,right*=1\zw,
theorem style=standard,
breakable,sharp corners,drop fuzzy shadow,
before skip=7pt,after skip=9pt,
before upper={\setlength{\parindent}{1\zw}},
before lower={\setlength{\parindent}{1\zw}}
}}
```

《文章》

Theorem 0.0.1: はさみうちの原理

数列 $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ および $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ がともに収束し、

$$\lim_{n \to \infty} a_n = a, \quad \lim_{n \to \infty} b_n = a$$

であり、なおかつ、任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して $a_n \leq b_n$ であるとする.

この条件のもとで、数列 $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ が任意の $n\in\mathbb{N}$ に対して

$$a_n \le c_n \le b_n$$

であるならば、 $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ は収束し、

$$\lim_{n \to \infty} c_n = a$$

となる.

証明. 仮定により、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、 $N_1 \in \mathbb{N}$ 、 $N_2 \in \mathbb{N}$ が存在し、任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して、

$$n \ge N_1 \Longrightarrow |a - a_n| < \varepsilon,$$

$$n \ge N_2 \Longrightarrow |a - b_n| < \varepsilon$$

となる. ここで $N \coloneqq \max\{N_1, N_2\}$ と定めると, $n \ge N$ のとき,

$$a - \varepsilon < a_n \le c_n \le b_n < a + \varepsilon$$

が成り立ち、 $|a-c_n|<\varepsilon$ であるので、

$$\lim_{n \to \infty} c_n = a$$

を得る.これが証明すべきことであった. □

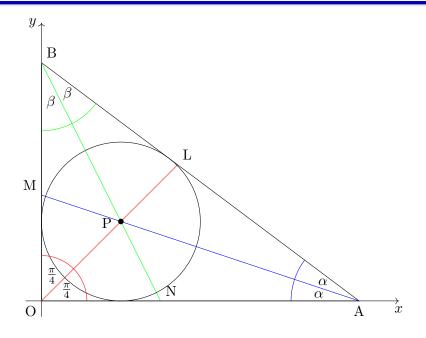
- tcolorbox.sty を用いて定理環境を記述した.
- mypurple という色を定義し、それを用いて定理環境を装飾した。

```
内心
            \begin{tikzpicture}[scale = 2.1]
            \draw[->] (0,0)--(4.5,0) node[below] {$x$};
            \draw[->] (0,0)--(0,3.5) node[left]
            \label{lem:coordinate} $$ \operatorname{(0)} \ at \ (0,0) \ node \ [below left] \ at \ (0) \ {\mathrm{mathrm\{0\}}}; $$ \coordinate (A) at \ (4,0) \ node \ [below] \ at \ (A) \ {\mathrm{mathrm{A}}};
            \coordinate (B) at (0,3) node [above right] at (B){$\mathrm{B}$};
            draw (0) -- (A) -- (B) -- cycle;
            \pgfmathsetmacro{\xL}{(3*4+4*0)/(4+3)}
            \pgfmathsetmacro{\yL}{(3*0+4*3)/(4+3)}
            \protect{\protect} \protect{\protect} (4*0+5*0)/(5+4) \}
            \pgfmathsetmacro{\yM}{(4*3+5*0)/(5+4)}
            \pgfmathsetmacro{\xN}{(5*0+3*4)/(3+5)}
            \pgfmathsetmacro{\yN}{(5*0+3*0)/(3+5)}
           \coordinate (L) at (\xL,\yL) node [above right] at (L) {$\mathrm{L}$};
\coordinate (M) at (\xM,\yM) node [above left] at (M) {$\mathrm{M}$};
\coordinate (N) at (\xN,\yN) node [above right] at (N) {$\mathrm{N}$};
\draw[name path=line 0,red] (0)--(L); \draw[name path=line A,blue] (A)--(M);
\draw[name path=line B,green] (B)--(N);
\rank[name path=line B,green] (B)--(N);
\draw[name path=line B,green] (B)--(N)<\draw[name path=line B,green] (B)--(N)<\draw[name path=line B,green] (B)--(N)<\draw[name path=line B,green] (B)--
            \path[name intersections={of=line 0 and line B, by=P}];
            \fill (P) circle (1pt) node[left,xshift=-3pt,yshift=-1pt] {P};
            \draw let p1=($(0)!(P)!(A)-(P)$),
            n1=\{veclen(x1,y1)\}\ in\ circle\ [at=(P),\ radius=\n1];
            \draw pic[draw=blue, angle radius=1.5cm,"$\alpha$"] {angle=M--A--0};
           \draw pic[draw=green, angle radius=1.5cm,"$\beta$"] {angle=0-B-N}; \draw pic[draw=green, angle radius=1.5cm,"$\beta$"] {angle=N-B-A};
            \end{tikzpicture}
```

《内心の定義および図》

Definition 0.0.2: 内心

三角形の各頂点の内角を二等分する線は一点で交わり、この点を三角形の内心という.



ポイント

• angles ライブラリを読み込んで TikZ で角度を描画した.

3次元の極座標 \tdplotsetmaincoords{60}{120} \begin{center} \begin{tikzpicture}[scale=1.2,tdplot_main_coords] $\protect{pgfmathsetmacro{z}{5 * cos(45)}}$ $\label{lem:continuous} $$ \displaystyle \tilde{t}_{,-} (0,0,0) -- (4,0,0) \ node[anchor=north east]_{x^{;}} \ \ \tilde{t}_{,-} (0,0,0) -- (0,4,0) \ node[anchor=north west]_{y^{;}} \ \ \tilde{t}_{,-} (0,0,0) -- (0,0,4) \ node[anchor=south]_{z^{;}}$ \draw[fill=black] (\x,\y,\z) circle (2pt) node[right] {\(\frac{\r}{\text{theta}, \varphi\)\\$\};} $\label{lambda} $$ \operatorname{dashed,gray} (0,0,0)--(\x,0,0)--(\x,\y,0)--(0,\y,0)--(0,0,0); $$ \operatorname{dashed,gray} (0,0,0)--(\x,0,0)--(\x,0,\z)--(0,0,\z)--(0,0,0); $$$ $\label{label_def} $$ \frac{1}{\sqrt{x}} (0,0,0) - (0,y,0) - (0,y,z) - (0,0,0) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (0,0,0) - (0,y,0) - (0,y,z) - (0,0,z) - (0,0,0) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (0,0,z) - (x,y,z) - (x,y,0) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,0) - (x,y,z) - (0,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,0) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,0) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) - (x,y,z) \\ \frac{1}{\sqrt{x}} (x,y,z) - (x,z) - (x,z) - (x,z) - (x,z) - (x,z) \displaystyle \operatorname{draw}[\operatorname{gray}] (0,0,0) --(\langle x, \langle y, \langle z \rangle);$ $\draw[gray] (0,0,0)--(\x,\y,0);$ \tdplotsetthetaplanecoords{45} \node at $(0.5, 0.5, 1) { \text{theta}};$ \end{tikzpicture} \end{center}

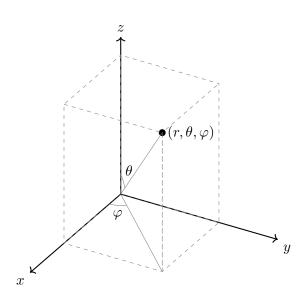
《説明と図》

直交座標 (x,y,z) から球座標 (r,θ,φ) への変換は次のようになる:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi, \\ y = r \sin \theta \sin \varphi, \\ z = r \cos \theta. \end{cases}$$

球座標 (r, θ, φ) から直交座標 (x, y, z) への変換は次のようになる:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(z/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right), \\ \varphi = \operatorname{sgn}(y) \arccos\left(x/\sqrt{x^2 + y^2}\right). \end{cases}$$



- tikz-3dplot を用いて、3次元での極座標を描写した。
- 図の調整にあたって、ChatGPTを用いた箇所もある.

```
四面体
              \tdplotsetmaincoords{70}{0}
              \begin{tikzpicture}[tdplot_main_coords, scale=0.85]
             \coordinate (A) at (-4,-3,-9); \coordinate (B) at (-5,6,-9);
             \coordinate (C) at (4,-2,-9); \coordinate (O) at (0,0,0);
              \coordinate (H) at (0,0,-9);
            \draw (A) -- (C) -- (O) -- cycle;
\draw (B) -- (O);
\draw (B) -- (A) -- (O);
              \draw [dashed] (B) -- (C);
              \draw (H) -- (A);
             \fill [opacity=1.0,gray!80] (0) -- (A) -- (H) -- cycle;
             \draw (0) -- (H);
             \pic [draw, angle radius=10pt] {right angle = 0--H--A};
              \node[below left] at (A) {$\mathrm{A}$};
              \node[above left] at (B) {$\mathrm{B}$};
              \node[below_right] at (C) {$\mathrm{C}$};
                                                                 at (0) {$\mathrm{0}$};
              \node[above]
              \node[below right]
                                                                                               at (H) {$\mathrm{H}$};
            \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(A)!30pt!320:(B)$) and ($(0)!0.8!(A)!30pt!320:(B)$) .. (A) \node [midway, left, fill=white] {$a$}; \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(B)!30pt!190:(A)$) and ($(0)!0.8!(B)!30pt!190:(A)$) .. (B) \node [midway, left, fill=white] {$b$}; \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(B)!30pt!190:(A)$) and ($(0)!0.8!(B)!30pt!190:(A)$) .. (B) \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(B)!30pt!190:(A)$) and ($(0)!0.8!(B)!30pt!190:(A)$) .. (C) \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(B)!30pt!190:(A)$) and ($(0)!0.8!(B)!30pt!190:(A)$) .. (C) \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(B)!30pt!190:(A)$) and ($(0)!0.8!(B)!30pt!190:(A)$) .. (C) \draw [dashed](0) .. (
              \draw [dashed](0) .. controls ($(0)!0.2!(C)!30pt!140:(A)$) and ($(0)!0.8!(C)!30pt!140:(A)$) .. (C)
              \node [midway, left, fill=white] {$c$};
              \end{tikzpicture}
```

《説明と図》

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \quad \vec{b} = \overrightarrow{OB}, \quad \vec{c} = \overrightarrow{OC}.$$

とし、 \vec{n} を $\triangle OAB$ の法線ベクトルとする。このとき、

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c} \quad (s+t+u=1,\ s,t,u\in\mathbb{R})$$

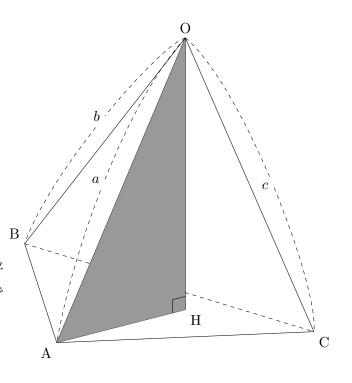
とおくと、 $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$ であるから、

$$\vec{n} \cdot (\overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OA}) = 0.$$

したがって,

$$\vec{n} \cdot \{ (s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}) - \vec{a} \} = 0.$$

この式を用いて \overrightarrow{OH} の長さを求めたのちに, $\triangle OAH$ に三平方の定理を適用することで, \overrightarrow{AH} の長さを求めることができる.



- tikz-3dplot を用いて、三次元の四面体を描写した。
- angles ライブラリを読み込んで TikZ で直角を描画した.

《ソースコード (樹形図・1回目が表の場合)》

《説明と図》

コインを3回投げるとき、各回で表または裏が同じ 確率で出ると仮定する。ここで、「1回目:表、2回 目:表、3回目:裏」となる確率を求めたい。この場 合の出方は右のように樹形図で表すことができる。

コインを 1 回投げたときに表または裏が出る確率は それぞれ $\frac{1}{2}$ であり、独立な試行を 3 回行うので、出 方は

$$2^3 = 8$$

通りある。その中で、「表・表・裏」に対応するのは1 通りだけであるため、求める確率は

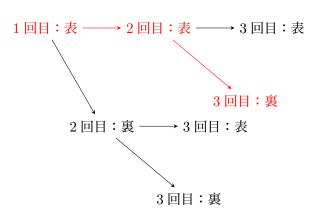
$$\frac{1}{8}$$

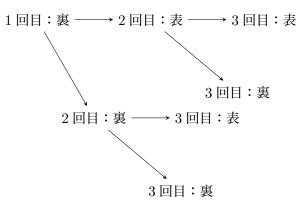
である.

また、k を n 以下の自然数として、コインを n 回投 げたときに表が k 回出る確率は

$$\binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} = \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n \dagger^1$$

である.





ポイント

• 樹形図を描くために、trees ライブラリを用いた。

 $^{^{\}dagger 1} \binom{n}{k}$ は $_n\mathbf{C}_k$ ともかき,n 個の中から k 個を選ぶ組み合わせの数を表す.

《ソースコード (増減表・グラフ)》

```
增減表

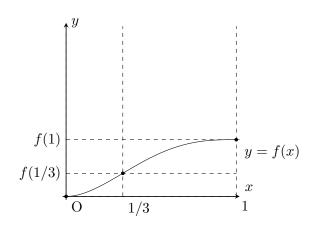
\begin{tabular}{|c||cccccc|}
\hline
\$x$ & $\cdots$& $0$ & $\cdots$ & $1/3$ & $\cdots$ & $1$ & $\cdots$ \\ \hline
\$f'(x)$ & $-$ & $0$& $+$ & $+$ & $+$ & $0$ & $+$ \\ \hline
\$f''(x)$ & $+$& $+$ & $+$ & $0$ & $+$ \\ \hline
\$f''(x)$ & $+$& $+$ & $0$ & $+$ \\ \hline
\$f(x)$ & \ser & & \ner & & \nel & & \ner \\ \hline
\$end{tabular}
```

```
グラフ
   \begin{tikzpicture}[scale = 4.5]
   \draw[->,>=stealth,semithick](-0.02,0)--(1.02,0)node[above right]{$x$};
   \draw[->,>=stealth,semithick](0,-0.02)--(0,1.02)node[right]{$y$};
   \draw(0,0)node[below right]0;
   \def\xa{0}
   \left( \frac{1}{3} \right)
   \def\xc{1}
   \pgfmathsetmacro\fxa\{(\xa)^4 - (8/3)*(\xa)^3 + 2*(\xa)^2\}
   \pgfmathsetmacro\fxb{(\xb)^4 - (8/3)*(\xb)^3 + 2*(\xb)^2}
   \pgfmathsetmacro\fxc{(\xc)^4 - (8/3)*(\xc)^3 + 2*(\xc)^2}
   \draw[dashed] (\xa,0)--(\xa,1);
\draw[dashed] (0,{\fxa})--(1,{\fxa});
   \fill (\xa,{\fxa}) circle[radius=0.3pt];
   \draw[dashed] (\xb,0)--(\xb,1);
\draw[dashed] (0,{\fxb})--(1,{\fxb});
   \fill (\xb,{\fxb}) circle[radius=0.3pt];
   \node[left] at (0,\fxb) {$f(1/3)$};
   \node[below] at (\xb,0) {$1/3$};
   \draw[dashed] (\xc,-0.02)--(\xc,1.02);
\draw[dashed] (-0.02,{\fxc})--(1.02,{\fxc});
   \fill (\xc,{\fxc}) circle[radius=0.3pt];
   \node[left] at (0,\fxc) {\$f(1)\$};
\node[below] at (\xc,0) {\$1\$};
   \end{tikzpicture}
```

《説明、表とグラフ》

x が実数全体を動くとき, $f(x)=x^4-8x^3/3+2x^2$ とおくと, $f'(x)=4x(x-1)^2$,f''(x)=4(3x-1)(x-1) であるから,増減表およびグラフは以下のようになる.

x		0		1/3		1	
f'(x)	_	0	+	+	+	0	+
f''(x)	+	+	+	0	_	0	+
f(x)	\ ,		Ì		~		Ì



ポイント

• \ner, \nel, \sel, \ser は TikZ を用いて定義したマクロである.

椿円(ケプラーの法則)

《ソースコード》

楕円(ケプラーの法則)

```
\begin{tikzpicture}[scale=0.5]
 \protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\protect\pro
 \pgfmathsetmacro{\s}{atan(\t/7)}
 \pgfmathsetmacro{\u}{atan(\t)}
 \label{lem:continuous} $$ \operatorname{---}, = \operatorname{thick}(-8,0) - -(4,0) \operatorname{node}[above] {$x$};
 \draw[->,>=stealth,semithick](0,-5)--(0,5) node [right] {$y$};
 \draw(0,0)node[below left]{0};
\node at (-8,0) [below left] {\$-a(1+e\$)}; \node at (2,0) [below right] {\$a(1-e)\$};
\draw [black] (-3,0) circle [x radius=5cm, y radius=3cm];
\fill (-6,0) circle (2pt) node at (-6,0) [below right] {\$-2ae\}; \fill (-3,0) circle (2pt) node at (-3,0) [below right] {\$-ae\};
$\coordinate (A) at (1, \t) node at (A) [above right] {$(x,y)$}; $$ fill (A) circle (2pt) ; $$ draw (0,0)--(A)--(-6,0)--cycle;
 \draw[dashed] (-6,0) to [out=30+\s,in=150+\s] (1,\t);
\node at (-5/2, (3+\t)/2) {$r'$};
\displaystyle \operatorname{deshed}(0,0) \text{ to } [\operatorname{out}=-30+\operatorname{u,in}=-150+\operatorname{u}](1,\operatorname{t});
 \node at (1,\{(-2/3+\t)/2\}) {$r$};
 \end{tikzpicture}
```

《説明と図》

極方程式が

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos\theta}$$

で表される楕円を描写した. 焦点は O と (-2ae, 0) である.

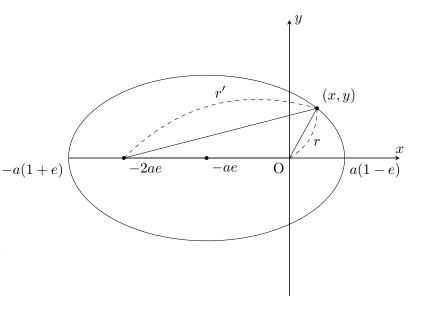
ここでeは離心率を表し、

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

である.

この楕円は「ケプラーの法則」の説明に用いられる。その場合、原点 O は太陽を表し、惑星は楕円の周を動くと設定する。

つまり、惑星は太陽を焦点とした楕円軌道を 公転する.



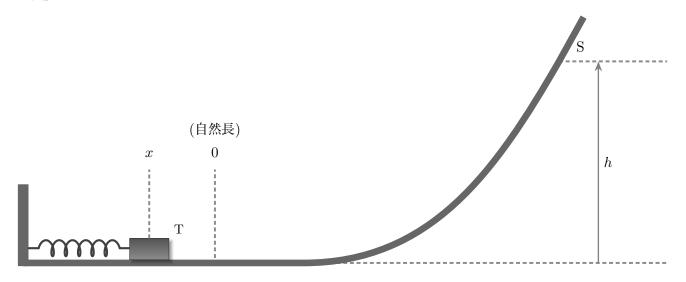
ポイント

• 楕円上の点の座標を\pgfmathsetmacro を用いて設定した.

ばねとブロック(力学)

《ソースコード(図)》

```
ばねとブロック
    \begin{tikzpicture}[scale=1.3,line join=round]
    \tikzset{rail/.style={line width=5pt, draw=darkgray!80, line cap=butt, line join=round}}
    \tikzset{thickRail/.style={draw=darkgray!80, line width=8pt, line cap=butt, line join=round}}
    \tikzset{dash line/.style={line width=1.5pt, draw=darkgray!60, densely dashed, line cap=butt}}
    \tikzset{dim line/.style={line width=1pt, arrows={-Stealth}, draw=gray}}
    \tikzset{springStraight/.style={line width=1.6pt, draw=darkgray, line cap=round}}
    \tikzset{springCoil/.style={draw=darkgray, decorate, decoration={coil, amplitude=6pt},
    line width=1.6pt, line cap=round}}
    \tikzset{block/.style={draw=black!80, top color=darkgray!90,
    bottom color=darkgray!60, blur shadow={shadow xshift=2pt,shadow yshift=-2pt,shadow blur steps=6}}}
    \coordinate (RailLeft)
\coordinate (RailJoint)
                               at (-5.7, -1.6);
                               at (0.0,-1.6);
                               at (5.2, 2.5);
at (5.7, 3.4);
    \coordinate (RailCurve)
    \coordinate (RailEnd)
    \coordinate (AuxLeft)
                               at (-5.7, 0.0);
    \coordinate (Hbase)
                               at (6.0,-1.6);
    \coordinate (Htop)
                               at (6.0, 2.5);
    \coordinate (SpringLeft) at (-5.65,-1.3);
    \coordinate (SpringRight) at (-4.0,-1.3);
    \coordinate (BlockLL)
                               at (-4.0,-1.53);
    \coordinate (BlockUR)
                               at (-3.2,-1.10);
    \coordinate (BL)
                               at ($(BlockLL)+(0.465,0)$);
    \coordinate (BU)
                               at ($(BlockUR)+(0.465,0)$);
    \coordinate (BC)
                               at ($(BL)!0.5!(BU)$);
                               at (0,-1.10);
at (0, 0.30);
    \coordinate (Xbase)
    \coordinate (Xtop)
    \coordinate (ZeroBase)
                               at (-1.8, 0.45);
    \draw[dash line] (RailJoint) -- (7.4,-1.6);
    \draw[dash line] (RailCurve) -- (7.4, 2.5);
    \draw[dim line] (Hbase) -- (Htop) node[midway,right] {$h$};
    \draw[rail] (RailLeft) -- (RailJoint) to[out=0,in=-120] (RailCurve) -- (RailEnd);
    \draw[thickRail] ($(RailLeft)+(0,-0.065)$) -- (AuxLeft);
    \draw[springStraight] ($(SpringLeft)+(0.065,0)$) -- ++(0.2,0);
\draw[springCoil] ($(SpringLeft)+(0.265,0)$) -- ($(SpringRight)+(0.265,0)$);
    \draw[springCoil]
    \draw[springStraight] ($(SpringRight)+(0.265,0)$) -- ++(0.2,0);
    \draw[block] (BL) rectangle (BU) node[above right,font=\small\bfseries] {\$\mathrm{T}\$};
    \draw[dash line] ($(BC|-Xbase)$) -- ($(BC|-Xtop)$);
    \node[above] at ($(BC|-ZeroBase)$) $x$;
    \draw[dash line] ($(-1.8,-1.6)+(0,0.1)$) -- (-1.8,0.30);
    \node[above,align=center] at (ZeroBase) {(自然長)\\$0$};
    \node[above right] at ($(RailCurve)+(0.25,0.1)$) {$\mathrm{S}$};
    \end{tikzpicture}
```



図のように、ばねを自然長からxだけ縮め、ブロックを静かに離す操作を考える。このとき、ブロックは点Sで速さが0になった。ブロックの質量はmとし、全ての面で摩擦は無視できるものとする。

自然長からxだけ縮めたときのばねの弾性エネルギーは、ばね定数をkとすると、

$$\frac{1}{2}kx^2$$

と表せる.

高さがh の点でのブロックの速さを v_h とすると、その点でのブロックの運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}m{v_h}^2$$

と表せる。

いま、ブロックに右向きの初速 v_0 を与えると、力学的エネルギー保存則により、

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad \therefore \ v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}x.$$

また、点Sでのブロックの重力による位置エネルギーは、重力加速度の大きさをgとすると、

mgh

と表せるので、力学的エネルギー保存則により、

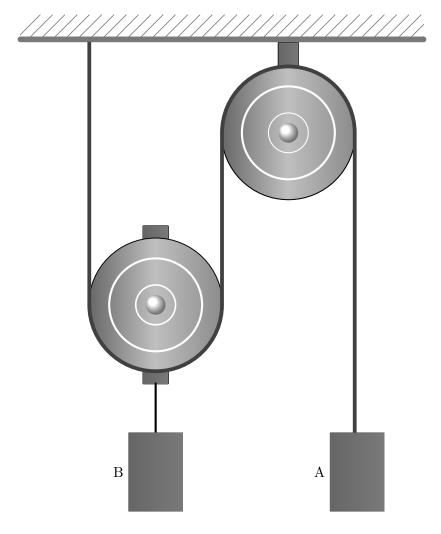
$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh \quad \therefore \ h = \frac{{v_0}^2}{2g}.$$

最後に、曲線上で水平面からの高さが h/2 の点 $S_{\rm mid}$ におけるブロックの速さを $v_{\rm mid}$ とし、これを求めよう:力学的エネルギー保存則により、

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}m{v_{\text{mid}}}^2 + mg \cdot \frac{h}{2} \quad \therefore \ v_{\text{mid}} = \sqrt{{v_0}^2 - gh}.$$

- \tikzset を用いて、スタイルを定義した。
- \coordinate を用いて、座標を定義した。

```
滑車とロープ
    \begin{tikzpicture}[scale=1.3,line cap=round, line join=round]
    \tikzset{thickline/.style={line width=0.15cm, color=darkgray!70}}
    \tikzset{ropeline/.style={line width=0.1cm, color=darkgray,line cap=butt}}
    \tikzset{outercircle/.style={line width=0.05cm, color=black}}
    \coordinate (TopLeft) at (-5.1, 4.3);
    \coordinate (TopRight) at (3.1, 4.3);
\coordinate (ClipLowerLeft) at (-5.1, 4.3);
    \coordinate (ClipUpperRight) at (3.1, 4.8);
    \draw [thickline] (TopLeft) -- (TopRight);
    \begin{scope}
    \clip (ClipLowerLeft) rectangle (ClipUpperRight);
    \foreach 1 in \{0,\ldots,33\} {
    \draw [darkgray!70, semithick]
    (\{-5.2 + 0.25*1\}, 4.3)
    -- (\{-4.7 + 0.25*1\}, 4.8);
    \end{scope}
    \draw [very thick] (-2.6, 0.5) rectangle (-2.1, -2.7);
    \fill [left color=darkgray!80, right color=darkgray!70]
    (-2.6, 0.5) rectangle (-2.1, -2.7);
    \draw [very thick, shorten <=0.075cm, shorten >=0.075cm, line cap=butt] (0.15, 2.4) rectangle (0.55, 4.23);
    \fill [left color=darkgray!80, right color=darkgray!70]
    (0.15, 2.4) rectangle (0.55, 4.23);
    \begin{scope}
    \protect{R}{1.35}
    \draw [outercircle] (-2.35, -1.1) circle (\R);
    \fill [left color=darkgray!80, right color=darkgray!60, middle color=lightgray]
    (-2.35, -1.1) circle (\R);
    \draw [very thick, white] (-2.35, -1.1) circle (.3 * \R); \draw [ultra thick, white] (-2.35, -1.1) circle (.7 * \R);
    \shade [ball color=white] (-2.35, -1.1) circle (.2);
    \draw [darkgray, line width=0.1cm] (-2.35, -1.1) ++(0:\R) arc (0:-180:\R);
    \draw [ropeline] (-3.7, -1.1) -- (-3.7,4.3);
    \draw [outercircle] (0.35, 2.4) circle (\R);
    \end{scope}
    \begin{scope}
    \pgfmathsetmacro{\R}{1.35}
    \draw [outercircle] (0.35, 2.4) circle (\R); \fill [left color=darkgray!80, right color=darkgray!60, middle color=lightgray]
    (0.35, 2.4) circle (\R);
    \draw [very thick, white] (0.35, 2.4) circle (.3 * \R); \draw [ultra thick, white] (0.35, 2.4) circle (.7 * \R); \shade [ball color=white] (0.35, 2.4) circle (.2);
    \draw [darkgray, line width=0.1cm]
    (0.35, 2.4) ++(0:\R) arc (0:-180:\R);
    \draw [ropeline] (0.35, 2.4) -- (0.35,4.25);
    \end{scope}
    \draw [ultra thick] (-2.35,-1.7) --(-2.35,-3.7);
    \draw (-2.9, -3.7) rectangle (-1.8, -5.3);
    \fill [left color=darkgray!80, right color=darkgray!70] (-2.9, -3.7) rectangle (-1.8, -5.3);
    \node [left] at (-2.9, -4.5) {\mathbf{B}};
    \draw [ropeline] (1.7,2.4) -- (1.7,-3.7);
    \frac{1.2}{-3.7} rectangle (2.3, -5.3);
    \fill [left color=darkgray!80, right color=darkgray!70]
    (1.2, -3.7) rectangle (2.3, -5.3);
\node [left] at (1.2, -4.5) {$\mathrm{A}}$;
    \end{tikzpicture}
```



物体 A と物体 B があり、それぞれの質量を m_A 、 m_B とする。ただし、 m_B は m_A に比べて十分大きいとする。また、物体 A と物体 B はそれぞれ上昇および下降運動を行うものとし、糸の質量と伸縮、滑車の質量と摩擦は無視する。 天井の位置を原点とし、鉛直下向きを正の方向とする。重力加速度を g、物体 A の位置を x_A 、物体 B の位置を x_B とすると、各物体の運動方程式は次式のように表される:

$$m_{\rm A} \frac{d^2 x_{\rm A}}{dt^2} = m_{\rm A} g + (-T),$$

 $m_{\rm B} \frac{d^2 x_{\rm B}}{dt^2} = m_{\rm B} g + (-T) + (-T).$

糸の長さが一定なことから、束縛条件は

$$x_{\rm A} + 2x_{\rm B} = {\rm const}$$
 : $\frac{d^2x_{\rm A}}{dt^2} + 2\frac{d^2x_{\rm B}}{dt^2} = 0$.

この運動方程式と束縛条件を用いて、物体 A および物体 B の加速度、ならびに両物体を結ぶ糸の張力 T を求めると、

$$\frac{d^2x_{\rm A}}{dt^2} = -\frac{2(m_{\rm B}-2m_{\rm A})}{m_{\rm B}+4m_{\rm A}}g, \quad \frac{d^2x_{\rm B}}{dt^2} = \frac{m_{\rm B}-2m_{\rm A}}{m_{\rm B}+4m_{\rm A}}g, \quad T = \frac{3m_{\rm A}m_{\rm B}}{m_{\rm B}+4m_{\rm A}}g.$$

- \scope 環境を用いて, スコープを分けた.
- \clip を用いて, クリッピング範囲を指定した.
- \foreach を用いて、ループ処理を行った。

フックの法則(力学)

《ソースコード (図)》

フックの法則(力学)

```
\begin{tikzpicture} [x=0.625pt,y=0.625pt,yscale=-1,xscale=1] \draw[->,>=stealth,semithick](230,200)--(340,200) node [above right] {$x$}; \draw (255,195)--(255,205); \node at (255,135) [align=center] {(自然長)\\$0$}; \draw [dashed] (310,170)--(310,230) node at (310,155) {$x$}; \draw [color=darkgray!80,line width=2] (280,260) -- (243,260); \draw [color=darkgray!80,decorate,decoration={coil,amplitude=6pt},line width=2] (245,260) -- (150,260); \draw [color=darkgray!80,line width=2] (150,260) -- (115,260); \shade [left color=darkgray!70,middle color=darkgray!80,right color=darkgray!90] (100,70) -- (115,70) -- (115,285) -- (500,285)-- (500,300)--(100,300)--cycle; \shade [ball color=darkgray!70] (310,255) circle [radius=30]; \draw (310,255) circle [radius=30]; \end{tikzpicture}
```

《説明と図》

摩擦なしの水平面に質量mの球とばね定数kのばねを置く。フックの法則により、運動方程式は次のようになる:

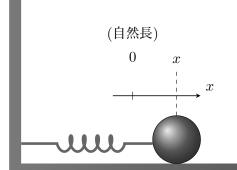
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx.$$

これは 2 階線型微分方程式であり、初期条件を与えれば解が求められる $^{\dagger 1}$.

また、物体とばねからなる系の運動エネルギーと弾性エネルギーの和は保存し、エネルギー保存則は次のようになる:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const.}$$

運動エネルギー 弾性エネルギー



- mathcha を用いて作図し、その後は自分の手で調整を施した。
- \shade を用いることで、グラデーションを施した。

^{†1} この方程式は、いわゆる「単振動を表す微分方程式」であり、 解は三角関数を用いて表される.

ピストン付き容器(熱力学)

《ソースコード (図)》

ピストン付き容器(熱力学) \begin{tikzpicture}[scale=0.1475,yscale=-1,xscale=1] \fill[lightgray] (2,6) rectangle (35,45); [black!70] (70,6) -- (73,6) -- (73,48) -- (2,48) -- (2,6) -- (44,6) -- (44,7) -- (3,7) -- (3,45) -- (70,45) -- (70,6) -- cycle; \fill[darkgray!60] (35,7) -- (38,7) -- (38,45) -- (35,45) -- cycle; $\frac{1}{38,30} - (44,30);$ $\label{line:color=black} $$ \operatorname{color=black, decorate, decoration=\{coil, amplitude=6pt\}, line width=2] (44,30) -- (64,30); $$ \operatorname{decorate, decoration=\{coil, amplitude=6pt\}, line width=2] (64,30) -- (70,30); $$$ \draw[line width=1.5] (8,18) -- (12,18) -- (12,32) -- (8,32) -- cycle; \draw (0,10) -- (10,10) -- (10,18); draw (10,32) -- (10,40) -- (0,40);\draw (44, 4) node[anchor=west] {シリンダ}; \draw (50, 26) node[anchor=west] {ばね}; \draw (16, 23) node[anchor=west] {気体}; \draw (-10, 12) node[anchor=west] $\{ U - 9 - \}$; \draw (40, 18) node[anchor=west] {ピストン}; \end{tikzpicture}

《説明と図》

「理想気体 $^{\dagger 1}$ を考える」などの条件を課す $\xi^{\dagger 2}$, この状況は下記の二式から考察される:

理想気体の状態方程式

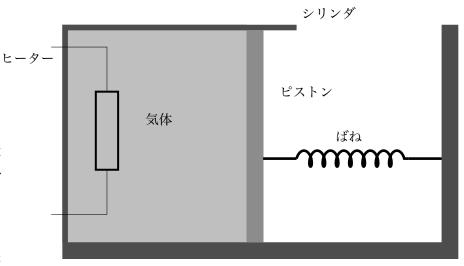
PV = nRT.

熱力学第一法則

 $\Delta U = -W + Q.$

圧力 P は力学的にピストンのつり合いから求めるもので、状態方程式から求められるものではない。 W は P-V グラフの面積から求まり、V は容器の体積である。

^{†2} シリンダやピストンに断熱性を課したり、ピストンの摩擦を無視することが多い。ここではそれらの条件の明記は省略する。



ポイント

• mathcha を用いて作図し、その後にコードを整えた。

^{†1} ここでいう理想気体とは、体積が 0 で分子間力がは たらかないと仮定した架空の気体のことである。

```
LC 回路
```

```
\begin{circuitikz} [american currents]
\draw (0,0)
to [L=$L$] (0,5)
to [short] (3,5);

\draw (3,5)
to [C=$C$] (3,0)
to [short] (0,0);

\node at (2.5,3) {$Q$};
\node at (2.5,2) {$-Q$};
\end{circuitikz}
```

《説明と図》

電気振動の基本的なモデルである。いくつかのことを考察してみよう。

充電した電荷 Q_0 のコンデンサーを、時刻 t=0 でコイルにつなぐことを考える. 時刻 t における回路の電流を I とする.また、時計回りを電流の正の向きとする.

キルヒホッフ則により,回路方程式は次のようになる:

$$\frac{Q}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0$$
 $\therefore \frac{dI}{dt} = -\frac{Q}{LC}.$

また,連続方程式は次のようになる:

$$\frac{dQ}{dt} = I.$$

これを回路方程式に代入すると,

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{Q}{LC}.$$

これは 2 階線型微分方程式である。初期条件 $^{\dagger 1}$ を考慮するとその解は次のようになる:

$$Q = Q_0 \cos \omega t, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

また, 回路方程式と連続方程式から次の結果を得る:

$$LI\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C}\frac{dQ}{dt} = 0 \quad \therefore \frac{d}{dt}\left(\frac{LI^2}{2} + \frac{Q^2}{2C}\right) = 0.$$

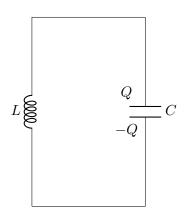
このことから、次のエネルギー保存則を得る:

$$\frac{LI^2}{2} + \frac{Q^2}{2C} = \text{const.}$$

コイルのエネルギー 静電エネルギー

ポイント

• circuitikz.sty を用いて作図した.



 $^{^{\}dagger 1}$ 時刻 t=0 でコンデンサーの電荷が Q_0 であること.

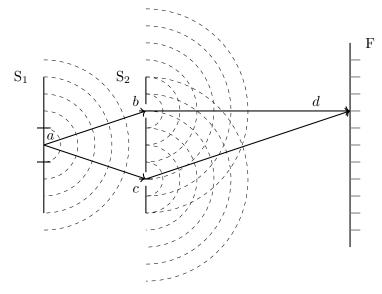
```
\begin{tikzpicture}
\draw[thick] (-3, 2) -- (-3, -2); \draw (-3.3, 2) node[left] {$\mathrm{S}_1$};
\draw[thick] (-2.8, 0.5) -- (-3.2, 0.5); \draw[thick] (-2.8, -0.5) -- (-3.2, -0.5);
\draw[thick] (0, 2) -- (0, 1.2); \draw[thick] (0, 0.8) -- (0, -0.8);
\draw[thick] (0, -1.2) -- (0, -2); \draw[-0.3, 2) node[left] {$\mathrm{S}_2$};
\draw[thick] (-0.2, 1) -- (0.2, 1); \draw[thick] (-0.2, -1) -- (0.2, -1);
\draw[thick] (6, 3) -- (6, -3); \draw (-3.3) node[right] {$\mathrm{F}$};
\foreach \y in {-2.5, -2, ..., 2.5} {
\draw[traw[thick] (6, \y) -- (6.3, \y);
\}
\foreach \in [0.5,1,1.5,2,2.5] {
\draw[thin, dashed] (-3,0) ++(0,\i) arc[start angle=90,end angle=-90,radius=\i];
\draw[thin, dashed] (0,1) ++(0,\i) arc[start angle=90,end angle=-90,radius=\i];
\draw[thin, dashed] (0,-1) ++(0,\i) arc[start angle=90,end angle=-90,radius=\i];
\draw[thick, ->] (-3, 0) -- (0, 1); \draw[thick, ->] (-3, 0) -- (0, -1);
\draw[thick, ->] (0, 1) -- (6, 1); \draw[thick, ->] (0, -1) -- (6, 1);
\node at (-2.8, 0.25) {$a$}; \node at (-0.3, 1.3) {$b$};
\node at (-0.3, -1.3) {$c$}; \node at (5, 1.3) {$d$};
\end{tikzpicture}
```

《説明と図》

光が波の性質である「干渉性」を持つことを示す「ヤングの実験」に関する図である。ヤングの実験により、2つのスリットを通過した光が、強め合ったり打ち消し合ったりして干渉縞が現れることが示された。

光に関しては「光電効果」というよく知られた 現象があるが、その現象では光は粒子の性質を持 つことがわかっている。そのため、光の性質につ いては以下のような説明がよくなされる:

「光」を波だと思っていたら、粒子であった.「電子」を粒子だと思っていたら、波であった.よって「光」も「電子」も波であり粒子である.



だがここでは、「光」と「電子」はマクロな人間にとって「直感的概念」であるから、

- 波でも粒子でもない
- 量子力学で記述される対象

という説明にしておく.

ポイント

• ChatGPT で大雑把なソースコードをを作り、その後は自分の手で調整を施した。

化学

サリチル酸と炭酸水素ナトリウムの化学反応式

《ソースコード》

サリチル酸と炭酸水素ナトリウムの化学反応式

 $\c \footnotemark$ \ce\{\ortho{OH}{COONa} + NaHCO3 -> \ortho{OH}{COONa} + CO2 + H2O }

《化学反応式》

■ サリチル酸の構造式

《ソースコード》

サリチル酸の構造式

 $\label{lem:chemfig} $$ \left[:-60 \right] *6 \left(--- \left(-\left[:270 \right] 0 \right) \left(-\left[:30 \right] 0 \right] \right) = \left(-\left[:30 \right] 0 \right] --- \right) $$$

《サリチル酸の構造式》

■ ハロゲン(フッ素)の電子配置

《ソースコード》

フッ素の電子配置

 $\cline{Constraint} $$ \cline{Constraint} (0.90,180,270){F} $$$

《ハロゲン(フッ素)の電子配置》



- chemformula.sty, chemfig.sty と mhchem.sty を用いて作成した.
- 記述の難易度を考慮し、主に芳香族の反応を取り上げた.

モル濃度の計算

《ソースコード (計算式)》

モル濃度の計算

```
\begin{align*}
c & = \frac{\dfrac{\SI{5.85}{g}}{\SI{58.44}{g/mol}}}{\SI{0.5000}{L}} \\
& = \SI{0.2000}{mol/L}.
\end{align*}
```

《モル濃度の計算》

質量 m = 5.85g の NaCl を 500 mL の溶液に溶かしたときのモル濃度を c とすると,

$$c = \frac{\frac{5.85 \,\mathrm{g}}{58.44 \,\mathrm{g/mol}}}{\frac{500 \,\mathrm{mL}}{1000 \,\mathrm{mL/L}}} = \frac{0.1000 \,\mathrm{mol}}{0.5000 \,\mathrm{L}} = 0.2000 \,\mathrm{mol/L}.$$

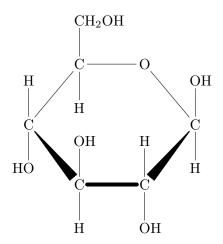
eta-グルコースの構造式

《ソースコード》

```
β-グルコースの構造式

\chemfig{
    C?(-[2]0H)(-[6]H)
    <[:-130,1.8]
    C(-[2]H)(-[6]0H)
    -[:180,1.5,,,line width=3pt,cap=round]
    C(-[2]0H)(-[6]H)
    >[:130,1.8]
    C(-[2]H)(-[6,,,2]H0)
    -[:50,1.8]
    C(-[6]H)(-[,1.5]0?)
    -[2]
    CH_20H
}
```

《β-グルコースの構造式》



- siunitx.sty を用いて単位を表記した.
- chemfig.sty を用いて化学構造式を表記した.

酢酸の電離

\begin{table}[h]
\begin{tabular}cc@{}c@{}c@{}c^{}c\hline
& \ce{CH3COOH} & \ce{<=>} & \ce{CH3COO-} & \ce{H+} \\hline
反応前 & \$c\$ & & \$0\$ & & \$0\$ \\
変化量 & \$-c\alpha\$ & & \$+c\alpha\$

平衡状態 & \$c(1-\alpha)\$ & & \$c\alpha\$ & & \$c α \$ \\hline\multicolumm{6}{r}{ $\frac{1+\alpha}{n}$,\si{mol}\$} \end{tabular} \end{table}

《酢酸の電離》

酢酸の電離定数を K_a , 酢酸の電離度を α とすると,

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]}$$
$$= \frac{c\alpha \times c\alpha}{c(1-\alpha)}$$
$$= \frac{c\alpha^2}{1-\alpha}$$

	CH ₃ COOH =	⇒ CH ₃ COO [−]	+ H ⁺	
反応前	c	0	0	
変化量	$-c\alpha$	$+c\alpha$	$+c\alpha$	
平衡状態	$c(1-\alpha)$	$c\alpha$	$c\alpha$	
計 $c(1+\alpha)$ mol				

ここで、 $\alpha \ll 1$ より、 $K_a = c\alpha^2$ であるから、

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_a}{c}}$$

である $^{\dagger 1}$. よってこのとき

$$[H^+] = c\alpha$$
$$= \sqrt{cK_a}.$$

ゆえに,

$$pH = -\log_{10}[H^{+}]$$

$$= -\log_{10} \sqrt{cK_a}$$

$$= -\frac{1}{2}\log_{10} cK_a.$$

- chemformula.sty, chemfig.sty と mhchem.sty を用いて作成した.
- 酢酸の電離に対する記述では tabular 環境も用いた.

 $^{^{\}dagger 1}$ $1-\alpha$ に近似が適用できない場合は、二次方程式の解の公式を用いて議論する.

問題用紙(数学)

 Math
 中間試験

 July 29, 2024

数学

学籍番号: ______ 名前: _____

指示: 各問題に答えなさい. 選択問題では正しい選択肢を選びなさい.

問題 1. (10 点)

解の公式を用いて,次の方程式の解を求めなさい.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

問題 1. _____

問題 2. (5 点)

自然数全体の集合を表す記号は次のうちどれか.

- (a) R
- (b) Q
- (c) Z
- (d) N

問題 2. _____

問題 3. (5 点)

である.

問題 3. イ _____

問題 3. ロ _____

問題 3. ハ _____

問題番号	問題 1	問題 2	問題 3	計
配点	10	5	5	20
得点				

ポイント

• exam.cls を用いて作成し、一部の箇所にて、exam.cls で定義された表記を書き換えている.

スクリプト (Python)

《ソースコード (ℙTEX)》

```
スクリプト(Python)
    \begin{lstlisting}
   import numpy as np
   import matplotlib.pyplot as plt
   def plot_cycloid(r=1, t_max=4 * np.pi, n_points=500):
   t = np.linspace(0, t_max, n_points)
   x = r * (t - np.sin(t))
   y = r * (1 - np.cos(t))
   plt.figure(figsize=(8, 4))
   plt.plot(x, y, linewidth=2)
plt.xlabel('x')
   plt.ylabel('y')
   plt.title(f'Cycloid (r = {r})')
   plt.axis('equal')
   plt.grid(True)
   plt.tight_layout()
   plt.show()
   if __name__ == '__main__':
   plot_cycloid()
    \end{lstlisting}
```

《スクリプト (Python)》

```
import numpy as np
    import matplotlib.pyplot as plt
3
    def plot_cycloid(r=1, t_max=4 * np.pi, n_points=500):
4
5
6
        t = np.linspace(0, t_max, n_points)
        x = r * (t - np.sin(t))
8
        y = r * (1 - np.cos(t))
9
10
        plt.figure(figsize=(8, 4))
11
        plt.plot(x, y, linewidth=2)
12
        plt.xlabel('x')
13
        plt.ylabel('y')
14
        plt.title(f'Cycloid (r = \{r\})')
15
16
        plt.axis('equal')
        plt.grid(True)
17
        plt.tight_layout()
18
         plt.show()
19
20
21
    if __name__ == '__main__':
22
        plot_cycloid()
```

- lstlisting 環境を用いて Python のスクリプトを記述した.
- matplotlib を用いてサイクロイドを描画した.

参考文献

- [1] 杉浦 光夫. 解析入門 (1). 東京大学出版会, 1980, p. 430.
- [2] 松坂 和夫. 解析入門 (上). 岩波書店, 2018, p. 424.
- [3] 中島 匠一. 集合・写像・論理: 数学の基本を学ぶ. 共立出版, 2012, p. 240.
- [4] 篠本 滋, 坂口 英継 and 益川 敏英. 基幹講座 物理学 力学. Ed. by 植松 恒夫 and 青山 秀明. 東京図書, 2013, p. 356.
- [5] 田崎 晴明. 熱力学: 現代的な視点から (新物理学シリーズ 32). 培風館, 2000, p. 302.

Portfolio

2025 Edition