

Week2(Task)

pyatkovsky15022001

September 2020

1.

2. Пусть рис.1 представляет положения Солнца S, Земли T и Луны L, и пусть тэта есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Таблица 1. Обозначения

Масса Солнца	S
... Земли	T
... Луны	L

Расстояние:

$$S \times \Theta = \rho; S \times T = \rho_1; S \times L = \rho_2; T \times L = r;$$

Тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta &= r_1 = \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Theta &= r_2 = \frac{T}{T+L} r \end{aligned} \tag{1}$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу.

Солнце S сообщает ускорения:

$$\begin{aligned} \text{Земле: } & f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} \text{ по направлению } TS \\ \text{Луне: } & f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} \gg \gg LS \end{aligned}$$

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

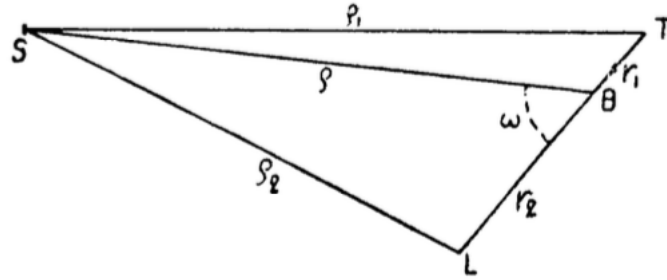


Рис. 1.

$$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} \text{ по направлению, параллельному } TS$$

$$\frac{L}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} \gg \gg LS$$

Ускорения Солнца, происходящие от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$f \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению } ST$$

$$f \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \text{ по направлению } SL$$

поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$w_1 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению параллельно } TS$$

$$w_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \text{ по направлению параллельно } LS$$

Разлагая эти ускорения,соответсвенно,по направлениям, ΘS и ΘL , получим,как легко видеть из подобия показанных на рис.2 и рис.3 треугольников:

$$w'_1 = w_1 \cdot \frac{\rho}{\rho_1} \text{ по напралению } \Theta S$$

$$w'_1 = w_1 \cdot \frac{r_1}{\rho_1} \gg \gg \Theta L$$

$$w'_2 = w_2 \cdot \frac{\rho}{\rho_2} \gg \gg \Theta S$$

$$w'_2 = w_2 \cdot \frac{r_2}{\rho_2} \gg \gg L\Theta$$

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = w'_1 + w'_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho}{\rho_1^3} + L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta S$$

$$W_2 = w'_1 - w'_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta L$$

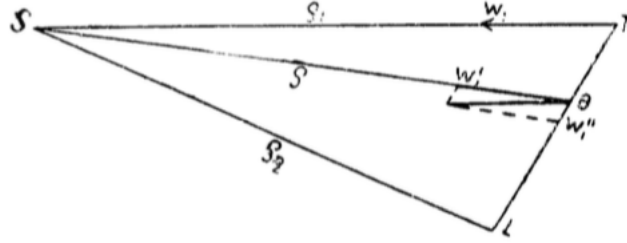


Рис. 2.

Заменяя ρ_1 и ρ_2 и выражениями (1), имеем:

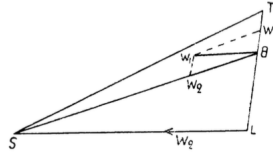


Рис. 3.

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3} \right] \text{ понаправлению } \Theta S$$

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{(T+L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \cdot \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3} \right] \text{ понаправлению } \Theta S$$

Но

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r \cos w + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r \right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r \cos w + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r \right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3 \frac{L}{T+L} \cos w + \left(\frac{L}{T+L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \dots \right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3 \frac{L}{T+L} \cos w + \left(\frac{L}{T+L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \dots \right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \left[1 + \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \dots \right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \dots \right]$$

Но отношения:

$$\frac{L}{T+L} \approx \frac{1}{80}; \quad \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400}; \quad \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{\xi} \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = 0 \text{ по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T + L}{r^2} + f \cdot S \left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3} \right] \text{ по направлению } L\Theta$$

$$f \cdot \xi \cdot \rho \left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3} \right] \text{ по направлению } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu; S = M \quad (2)$$

Список иллюстраций

1.	2
2.	3
3.	3

Список таблиц

1.	Обозначения	1
----	-------------------	---