Пусть рис. 1 представляет положения Солнца S, Земли T и Луны L, и пусть Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Масса	Солнца	.....	S
»	Земли	.....	T
»	Луны	.....	L

Таблица 1. Обозначения

Расстояние:

$$S\Theta = \rho;\ ST = \rho_1;\ SL = \rho_2;\ TL = r$$

тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta = r_1 = \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Theta = r_2 = \frac{T}{T+L} r \end{aligned} \tag{1}$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу.

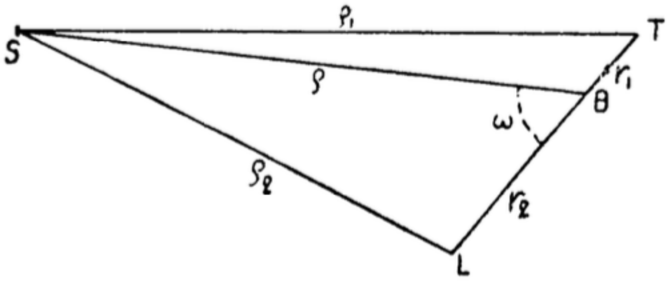

Рис. 1

Солнце S сообщает ускорения:

Земле: $f \cdot \dfrac{S}{\rho_1^2}$	по	направлению	TS
Луне: $f \cdot \dfrac{S}{\rho_2^2}$	»	»	LS

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

$$\begin{array}{lllll}
\dfrac{T}{T+L}\cdot f\cdot\dfrac{S}{\rho_1^2} & \text{по} & \text{направлению,} & \text{параллельному} & \text{TS} \\
\dfrac{L}{T+L}\cdot f\cdot\dfrac{S}{\rho_2^2} & \text{»} & \text{»} & \text{»} & \text{LS}
\end{array}$$

Ускорения Солнца, происходящие от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$\begin{array}{llll}
f\cdot\dfrac{T}{\rho_1^2} & \text{по} & \text{направлению} & \text{ST} \\
f\cdot\dfrac{L}{\rho_2^2} & \text{»} & \text{»} & \text{SL}
\end{array}$$

поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$\begin{array}{lllll}
\omega_1 = f\cdot\dfrac{(S+T+L)}{T+L}\cdot\dfrac{T}{\rho_1^2} & \text{по} & \text{направлению} & \text{параллельно} & \text{TS} \\
\omega_2 = f\cdot\dfrac{S+T+L}{T+L}\cdot\dfrac{L}{\rho_2^2} & \text{»} & \text{»} & \text{»} & \text{LS}
\end{array}$$

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL, получим, как легко видеть из подобия показанных на рис. 2 и рис. 3 треугольников:

$$\begin{array}{llll}
\omega_1' = \omega_1\cdot\dfrac{\rho}{\rho_1} & \text{по} & \text{направлению} & \Theta S \\
\omega_1'' = \omega_1\cdot\dfrac{r_1}{\rho_1} & \text{»} & \text{»} & \Theta L \\
\omega_2' = \omega_2\cdot\dfrac{\rho}{\rho_2} & \text{»} & \text{»} & \Theta S \\
\omega_2'' = \omega_2\cdot\dfrac{r_2}{\rho_2} & \text{»} & \text{»} & L\Theta
\end{array}$$

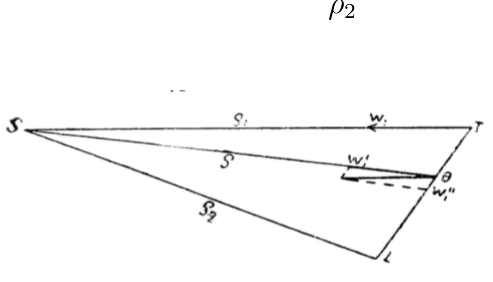

Рис. 2

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = \omega_1' + \omega_2' = f\cdot\frac{S+T+L}{T+L}\cdot\left[T\cdot\frac{\rho}{\rho_1^3} + L\cdot\frac{\rho}{\rho_2^3}\right] \text{ по } \Theta\text{S}$$

$$W_2 = \omega_1'' - \omega_2'' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{r_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{r_2}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta\text{L}$$

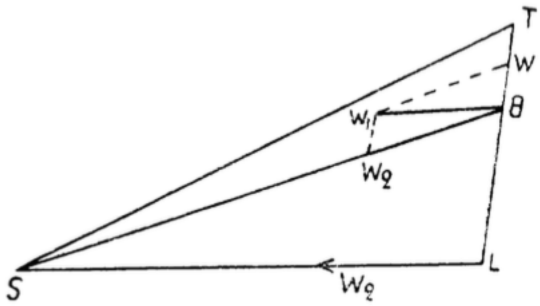

Рис. 3

Заменив r_1 и r_2 их выражениями (1), имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3} \right] \text{ по направлению } \Theta\text{S}$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{(T+L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3} \right] \text{ по направлению } \Theta\text{L}$$

Но:

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r \cos\omega + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r \right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \frac{T}{T+L} \cdot r \cos\omega + \left(\frac{T}{T+L} r \right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3\frac{L}{T+L} \cos\omega + \left(\frac{L}{T+L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2\omega \right) + \ldots \right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3\frac{T}{T+L} \cos\omega + \left(\frac{T}{T+L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2\omega \right) + \ldots \right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \left[1 + \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2\omega \right) + \ldots \right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \cos\omega + \ldots \right]$$

Но отношения

$$\frac{L}{T+L} \approx \frac{1}{80};\ \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400};\ \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \text{ по направлению } \Theta\mathrm{S}$$

$$W_2 = 0 \text{ по направлению } \Theta\mathrm{L}$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T+L}{r^2} + f \cdot S \left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3} \right] \text{ по направлению } \mathrm{L}\Theta$$

$$f \cdot S \cdot \rho \left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3} \right] \text{ параллельно } \Theta\mathrm{S}$$

положим:

$$T + L = \mu;\ S = M$$

Список иллюстраций

Список таблиц