Пусть рис. 1 представляет положения Солнца S, Земли T и Луны L, и пусть Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Масса	Солнца	. . . . .	S
»	Земли	. . . . .	T
»	Луны	. . . . .	L

Таблица 1: Обозначения

Расстояние:

$$S\Theta = \rho;\ ST = \rho_1;\ SL = \rho_2;\ TL = r$$

тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta = r_1 = \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Theta = r_2 = \frac{T}{T+L} r \end{aligned} \tag{1}$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу.

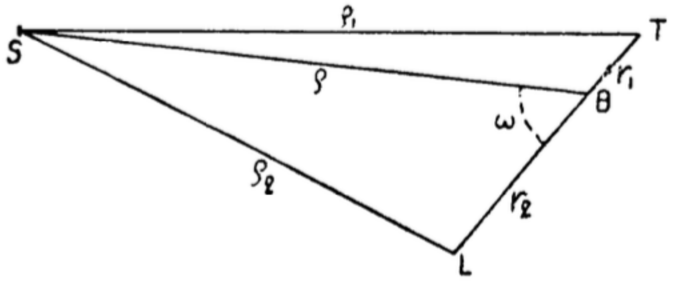

Рис. 1

Солнце S сообщает ускорения:

$$\begin{array}{llll} \text{Земле:} & f \cdot \dfrac{S}{\rho_1^2} & \text{по направлению} & TS \\ \text{Луне:} & f \cdot \dfrac{S}{\rho_2^2} & \text{»} \qquad \text{»} & LS \end{array}$$

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

$$\begin{array}{llll} \dfrac{T}{T+L}\cdot f\cdot\dfrac{S}{\rho_1^2} & \text{по направлению, параллельному} & & TS \\ \dfrac{L}{T+L}\cdot f\cdot\dfrac{S}{\rho_2^2} & \text{»} \qquad \text{»} & \text{»} & LS \end{array}$$

Ускорения Солнца, происходящие от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$\begin{array}{lll} f\cdot\dfrac{T}{\rho_1^2} & \text{по направлению} & ST \\ f\cdot\dfrac{L}{\rho_2^2} & \text{»} \qquad \text{»} & SL \end{array}$$

поэтому ускорение точки Θ относительно точки S будет:

$$\begin{array}{lll} \omega_1 = f\cdot\dfrac{(S+T+L)}{T+L}\cdot\dfrac{T}{\rho_1^2} & \text{по направлению параллельному} & TS \\ \omega_2 = f\cdot\dfrac{S+T+L}{T+L}\cdot\dfrac{L}{\rho_1^2} & \text{»} \qquad \text{»} \qquad \text{»} & LS \end{array}$$

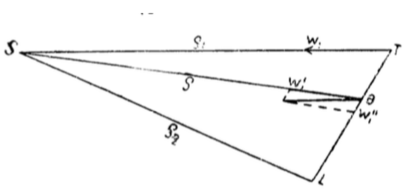

Рис. 2

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL, получим, как легко видеть из подобия показанных на рис.2 и 3 треугольников:

$$\begin{array}{lll} \omega_1' = \omega_1\cdot\dfrac{\rho}{\rho_1} & \text{по направлению} & \Theta S \\ \omega_1'' = \omega_1\cdot\dfrac{r_1}{\rho_1} & \text{»} \qquad \text{»} & \Theta L \\ \omega_2' = \omega_2\cdot\dfrac{\rho}{\rho_2} & \text{»} \qquad \text{»} & \Theta S \\ \omega_2'' = \omega_2\cdot\dfrac{r_2}{\rho_2} & \text{»} \qquad \text{»} & L\Theta \end{array}$$

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = \omega_1' + \omega_2' = f\cdot\frac{S+T+L}{T+L}\cdot\left[T\cdot\frac{\rho}{\rho_1^3} + L\cdot\frac{\rho}{\rho_2^3}\right] \quad \text{по } \Theta S$$

$$W_2 = \omega_1'' + \omega_2'' = f\cdot\frac{S+T+L}{T+L}\cdot\left[T\cdot\frac{r_1}{\rho_1^3} - L\cdot\frac{r_2}{\rho_2^3}\right] \quad \text{по } \Theta L$$

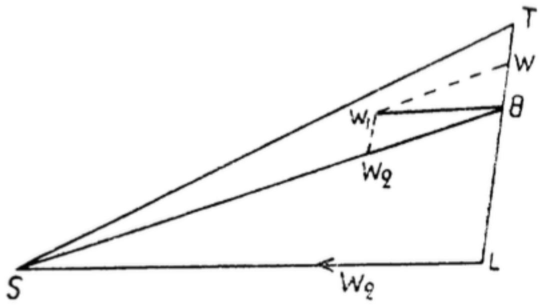

Рис. 3

Заменив r_1 и r_2 их выражениями (1) имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3}\right] \text{по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{(T+L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3}\right] \text{по направлению } \Theta L$$

Но

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r\right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \quad \frac{L}{T+L} \quad r\cos\omega + \left(\frac{T}{T+L} r\right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\frac{L}{T+L}\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L}r\right)^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \dots\right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\frac{T}{T+L}\cos\omega + \left(\frac{T}{T+L}r\right)^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \dots\right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2}\left[1 + \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \dots\right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2}\left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}\cos\omega + \dots\right]$$

Но отношения

$$\frac{L}{T+L} \approx \frac{1}{80}; \quad \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400}; \quad \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \ \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = 0 \ \text{ по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T+L}{r^2} + f \cdot S \left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3}\right] \ \text{ по направлению } L\Theta$$

$$f \cdot S \cdot \rho \left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3}\right] \ \text{ параллельно } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu; \ S = M$$

Список таблиц

1 Обозначения 1

Список иллюстраций

1 1
2 2
3 3