Week2(Task)

pyatkovsky15022001

September 2020

1.

2. Пусть рис.1 представляет положения Солнца S, Земли T и Луны L, и пусть тэта есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Таблица 1. Обозначения

Масса Солнца	S
...Земли	T
...Луны	L

Расстояние:

$$S \times \Theta = \rho;\ S \times T = \rho 1;\ S \times L = \rho 2;\ T \times L = r;$$

Тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta = r1 = \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Theta = r2 = \frac{T}{T+L} r \end{aligned} \tag{1}$$

Составим теперь выражения ускорений,которые эти тела сообщают друг другу.

Солнце S сообщает ускорения:

$$\begin{array}{r l l} \text{Земле:} & f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} & \text{по направлению TS} \\ \text{Луне:} & f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} & \text{»} \quad \text{»} \quad \text{LS} \end{array}$$

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

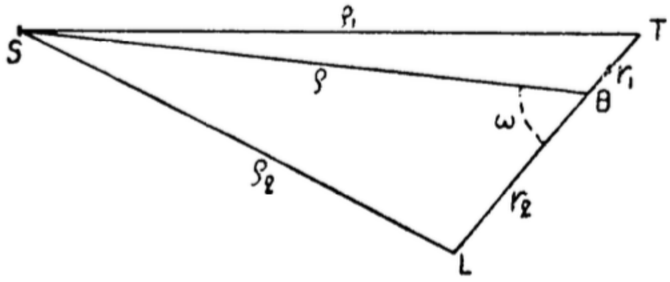

Рис. 1. рис.21

$$\tfrac{T}{T+L}\cdot f\cdot\tfrac{S}{\rho_1^2}\ \text{по направлению, параллельному}\ TS$$
$$\tfrac{L}{T+L}\cdot f\cdot\tfrac{S}{\rho_2^2}\quad \text{»}\quad \text{»}\quad LS$$

Ускорения Солнца, происхожящие от притяжения Земли и Луны, соответсвенно, суть:

$$f\cdot\tfrac{T}{\rho_1^2}\ \text{по направлению}\ ST$$
$$f\cdot\tfrac{L}{\rho_1^2}\ \text{по направлению}\ SL$$

поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$w_1=f\cdot\tfrac{(S+T+L)}{T+L}\cdot\tfrac{T}{\rho_1^2}\ \text{по направлению параллельно}\ TS$$
$$w_2=f\cdot\tfrac{S+T+L}{T+L}\cdot\tfrac{L}{\rho_2^2}\ \text{по направлению параллельно}\ LS$$

Разлагая эти ускорения,соответсвенно,по направлениям, ΘS и ΘL, получим,как легко видеть из подобия показанныех на рис.22 и 23 треугольников:

$$\acute{w_1}=w_1\cdot\frac{\rho}{\rho_1}\ \text{по напралению}\ \Theta S$$
$$\acute{\acute{w_1}}=w_1\cdot\frac{r_1}{\rho_1}\ >>\ >>\ \Theta L$$
$$\acute{w_2}=w_2\cdot\frac{\rho}{\rho_2}\ >>\ >>\ \Theta S$$
$$\acute{\acute{w_2}}=w_2\cdot\frac{r2}{\rho_2}\ >>\ >>\ L\Theta$$

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1=\acute{w_1}+\acute{w_2}=f\cdot\frac{S+T+L}{T+L}\cdot\left[T\cdot\frac{\rho}{\rho_1^3}+L\cdot\frac{\rho}{\rho_2^3}\right]\text{по}\ \Theta S$$
$$W_2=\acute{\acute{w_1}}-\acute{\acute{w_2}}=f\cdot\frac{S+T+L}{T+L}\cdot\left[T\cdot\frac{\rho_1}{\rho_1^3}-L\cdot\frac{\rho}{\rho_2^3}\right]\text{по}\ \Theta L$$

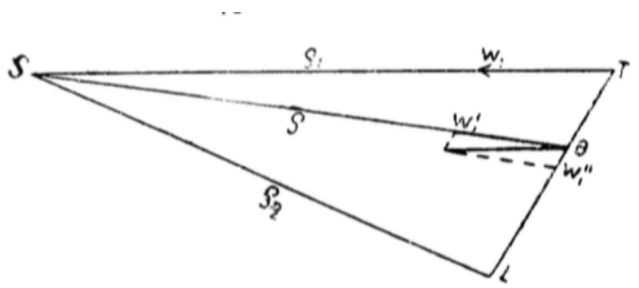

Рис. 2. рис.22

Заменив ρ_1 и ρ_2 и выражениями (1), имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{{\rho_2}^3} \right] \text{понаправлению } \Theta S$$

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{(T+L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \cdot \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{{\rho_2}^3} \right] \text{понаправлению } \Theta S$$

Но

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r \cos w + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r \right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r \cos w + \left(\frac{L}{T+L} \cdot r \right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 \; + \; 3\frac{L}{T+L} \cos w + \left(\frac{L}{T+L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \cdots \right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 \; + \; 3\frac{L}{T+L} \cos w + \left(\frac{L}{T+L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \cdots \right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \left[1 \; + \; \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \cdots \right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{\rho^2} \left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 w \right) + \cdots \right]$$

Но отношения:

$$\frac{L}{T+L} \approx \frac{1}{80}; \;\; \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400}; \;\; \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T\cdot L}{(T+L)^2}\cdot\frac{r^2}{\rho^2}\approx\frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1=f\cdot\frac{S+T+L}{\xi}\text{понаправлению}\Theta S$$
$$W_2=0\text{понаправлению}\Theta L$$

Отсюда следует,что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к учкорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускореию Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему,получим:

$$f\cdot\frac{T+L}{r^2}+f\cdot S\left[\frac{r_2}{\rho_2^3}+\frac{r_1}{\rho_1^3}\right]\text{понаправлению}L\Theta$$
$$f\cdot\S\cdot\rho\left[\frac{1}{\rho_2^3}-\frac{1}{\rho_1^3}\right]\text{понаправлению}\Theta S$$

положим:

$$T+L=\mu;\ S=M \tag{2}$$