

Biến cố và xác suất của biến cố (P2)

Giảng viên: PGS.TS. Lê Sỹ Vinh
Khoa CNTT – Đại học Công Nghệ

Nội dung

- Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- Biến cố và quan hệ giữa chúng
- Xác suất của một biến cố
- Các qui tắc tính xác suất
- Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- Xác suất có điều kiện
- Công thức xác suất đầy đủ

Biến cố độc lập

- Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không của biến cố này không ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không của biến cố kia.
- Ví dụ

Hai người cùng bắn súng vào 1 mục tiêu

Biến cố A: Người thứ nhất bắn trúng

Biến cố B: Người thứ hai bắn trúng

Biến cố A và biến cố B là độc lập với nhau.
- Quy tắc nhân cho các biến cố độc lập với nhau
$$P(AB) = P(A) P(B)$$

Ví dụ

1. Ba người độc lập cùng bắn vào một mục tiêu, với xác suất bắn trúng lần lượt là 0,4; 0,5 và 0,7.

- a) Tính xác suất để duy nhất một người bắn trúng ?
- b) Tính xác suất để ít nhất một người bắn trúng ?

2. Túi 1: 3 quả cầu trắng, 7 đỏ, 15 xanh.

Túi 2: 10 quả cầu trắng, 6 đỏ và 9 xanh.

Từ mỗi túi chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu. Tìm xác suất để 2 quả cầu được chọn đều có cùng màu.

Phép thử lặp – Công thức Becnuli

- Xét phép thử **C** và biến cố A liên quan với xác suất $P(A) = p$.
- Thực hiện n phép thử **C** độc lập.
- $P_k(n; p)$ - xác suất để trong dãy n phép thử độc lập, biến cố A xuất hiện đúng k lần:

$$P_k(n; p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Ví dụ

Xác suất thành công của một thí nghiệm là 40%. Một nhóm 9 sinh viên tiến hành cùng thí nghiệm độc lập với nhau. Tính các xác suất sau:

- a) Có đúng 3 thí nghiệm thành công ?
- b) Có đúng 6 thí nghiệm thành công ?
- c) Có ít nhất một thí nghiệm thành công ?
- d) Tất cả các thí nghiệm thành công ?

Ví dụ

- Hai đấu thủ A và B thi đấu cờ. Xác suất A thắng trong một ván là 0,6 (không có hòa). Trận đấu gồm 5 ván. Người nào thắng số ván lớn hơn là người thắng chung cuộc. Tính xác suất để B thắng cuộc.

Nội dung

- Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- Biến cố và quan hệ giữa chúng
- Xác suất của một biến cố
- Các qui tắc tính xác suất
- Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- Xác suất có điều kiện
- Công thức xác suất đầy đủ

Xác suất có điều kiện

- Khảo sát N người (P nữ, và Q nam) cho thấy có M người bị cận thị (X nữ bị cận và Y nam bị cận). Tính xác suất một người bị cận nếu biết người đó là nữ (tỉ lệ nữ bị cận thị).

- Biến cố A: Người đó bị cận

Biến cố B: Người đó là nữ

$$P(A | B) = X/P$$

- Quan hệ xác suất có điều kiện và xác suất không điều kiện

$$P(A|B) = X/P = (X/N) / (P/N)$$

Ta có: $X/N = P(AB)$; $P/N = P(B)$

$$P(A|B) = P(AB) / P(B) \text{ hay } P(AB) = P(A|B) P(B)$$

Ví dụ

Khảo sát một vùng dân cư ta có

- 15% người vừa nghiện thuốc lá và ung thư họng
- 25% người nghiện thuốc nhưng không ung thư họng
- 50% người không nghiện thuốc, không ung thư họng
- 10% người không nghiện thuốc nhưng ung thư họng

• Tính:

a) $P(\text{ung thư họng} \mid \text{nghiện thuốc})$

b) $P(\text{ung thư họng} \mid \text{không nghiện thuốc})$

Tìm mối quan hệ giữa nghiện thuốc là và ung thư họng

Ví dụ

- Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để tổng số nốt xuất hiện trên 2 con không nhỏ hơn 10 biết rằng ít nhất 1 con đã ra nốt 5.
- Khảo sát sinh viên trường Đại học Công nghệ cho thấy
 - 25% sinh viên chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày
 - 15% sinh viên chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày và thi trượt môn xstk.

Tính xác suất một sinh viên thi trượt môn xstk nếu biết rằng sinh viên đó chơi điện tử ít nhất 2 tiếng/1 ngày.

Công thức xác suất đầy đủ

- Các biến cố B_1, B_2, \dots, B_n được gọi là hệ đầy đủ các biến cố nếu chúng đôi một xung khắc, và hợp của chúng là một biến cố chắc chắn.
 - $B \downarrow i \ B \downarrow j = \emptyset \ (\forall i \neq j)$ và
 - $B \downarrow 1 \cup B \downarrow 2 \cup \dots \cup B \downarrow n = \Omega$
- Nếu B_1, B_2, \dots, B_n là một hệ đầy đủ thì

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \mid B_i) * P(B_i)$$

Ví dụ

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) * P(B_i)$$

- Nhà máy có 3 phân xưởng A, B và C làm ra tương ứng 25%, 35% và 40% tổng sản phẩm. Biết xác suất làm ra sản phẩm hỏng tương ứng của A, B và C là 0,01; 0,02 và 0,025. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Tính xác suất để đó là một sản phẩm hỏng ?

Ví dụ

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A | B_i) * P(B_i)$$

Chuồng 1 có 3 thỏ trắng, 3 thỏ nâu.

Chuồng 2 có 6 thỏ trắng và 4 thỏ nâu.

Bắt ngẫu nhiên 4 con thỏ chuồng 1 bỏ vào chuồng 2; rồi bắt ngẫu nhiên 1 con ở chuồng thứ 2 ra. Tính xác suất để bắt được con thỏ nâu từ chuồng thứ 2?