Biến cố và xác suất của biến cố (P1)

Giảng viên: PGS.TS. Lê Sỹ Vinh
Khoa CNTT – Đại học Công Nghệ

Nội dung

- Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- Biến cố và quan hệ giữa chúng
- Xác suất của một biến cố
- Các qui tắc tính xác suất
- Phép thử lặp – Công thức Becnuli
- Xác suất có điều kiện
- Công thức xác suất đầy đủ

Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

- Phép thử ngẫu nhiên (experiment): Hành động mà kết quả không dự báo trước được. Ký hiệu: **C**

Ví dụ: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

- Không gian mẫu: Tập tất cả các kết quả có thể của C.

Ký hiệu: Ω

Ví du: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Ví dụ từ sinh viên

Biến cố và quan hệ giữa chúng

- Biến cố (sự kiện): Kết quả của phép thử **C** mà chúng ta quan tâm.

  Ví dụ:

  Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

  Không gian mẫu: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

  Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1, hay $A = \{1\}$

  Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 6, hay $B = \{6\}$

  Biến cố C: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 6, hay $C = \{1, 6\}$

  Biến cố E: Số nốt ở mặt trên là số chẵn, hay $E = \{2, 4, 6\}$
- Biến cố không thể: Là biến cố không thể xảy ra

  Biến cố D: Số nốt ở mặt trên là 7
- Ví dụ từ sinh viên

Biến cố và quan hệ giữa chúng

- **Kéo theo**: A xảy ra thì B xảy ra, kí hiệu AB

  Ví dụ:

  Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

  Không gian mẫu: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

  Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1, hay $A = \{1\}$

  Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 6, hay $B = \{6\}$

  Biến cố C: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 6, hay $C = \{1, 6\}$

  A kéo theo C

  B kéo theo C

Biến cố và quan hệ giữa chúng

- **Biến cố đối** của A: xảy ra khi A không xảy ra

$$\bar{A} = \Omega \backslash A$$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1, hay $A = \{1\}$

Biến cố đối của A: Số nốt ở mặt trên không là 1.

Biến cố C: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 6, hay $C = \{1, 6\}$

Biến cố đối của C: ?

Hợp hai biến cố

- **Hợp của 2 biến cố A và B**: xảy ra khi ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra.

$$A \cup B$$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1; $A = \{1\}$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 6; $B = \{6\}$

Hợp của A và B: $A \cup B = \{1\} \cup \{6\} = \{1, 6\}$

Giao hai biến cố

- **Giao của 2 biến cố A và B**: xảy ra nếu cả A và B đều xảy ra.

$$A \cap B \text{ (hoặc } AB)$$

Thống nhất dùng cách số 2

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 2; $A = \{1, 2\}$

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 2 hoặc 6, $B = \{2, 6\}$

Giao của A và B là: $A \cap B = \{1, 2\} \cap \{2, 6\} = \{2\}$

Lưu ý: Nếu $A \cap B = \emptyset$, A và B là 2 biến cố xung khắc

Ví dụ

Có 3 xạ thủ X1, X2, X3, mỗi người bắn một viên vào bia. Có 3 biến cố sau:

- A: Xạ thủ X1 bắn trúng
- B: Xạ thủ X2 bắn trúng
- C: Xạ thủ X3 bắn trúng

Mô tả bằng kí hiệu các biến cố sau:

a) X1 và X2 bắn trúng, X3 không bắn trúng
b) X1 hoặc X2 bắn trúng, và X3 bắn không trúng
c) Cả 3 xạ thủ bắn trúng
d) Cả 3 xạ thủ không bắn trúng
e) Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng
f) Có ít nhất hai xạ thủ bắn trúng
g) Có nhiều nhất 1 xạ thủ bắn trúng

Ví dụ

Có 3 xạ thủ X1, X2, X3, mỗi người bắn một viên vào bia. Có 3 biến cố sau:

- A: Xạ thủ X1 bắn trúng
- B: Xạ thủ X2 bắn trúng
- C: Xạ thủ X3 bắn trúng

Mô tả bằng lời các biến cố sau:

a) $\bar{A}BC$

b) $(A \cup B)C$

c) $A \cup B \cup C$

d) $\bar{A}(B \cup C)$

Ví dụ

Có 3 xạ thủ X1, X2, X3, mỗi người bắn một viên vào bia. Có 3 biến cố sau:

- A: Xạ thủ X1 bắn trúng
- B: Xạ thủ X2 bắn trúng
- C: Xạ thủ X3 bắn trúng

Mô tả bằng lời các biến cố sau:

a) $\bar{A}BC$

b) $(A \cup B)C$

c) $A \cup B \cup C$

d) $\bar{A}(B \cup C)$

a) Chỉ có X1 bắn trượt

b) Ít nhất 2 người bắn trúng trong đó có X3.

c) Ít nhất 1 người bắn trúng

d) X1 bắn trượt; 2 người còn lại ít nhất 1 người bắn trúng

Xác suất của một biến cố

- Định nghĩa cổ điển:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Ví dụ:

Phép thử **C**: Gieo xúc xắc và quan sát số nốt ở mặt trên.

Không gian mẫu: Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Biến cố A: Số nốt ở mặt trên là 1; A = {1}

P(A) = 1/6

Biến cố B: Số nốt ở mặt trên là 1 hoặc 3; B = {1, 3}

P(B) = 2/6 = 1/3

Ví dụ

Công ty tuyển 2 nhân viên. Có 5 người nộp: 3 nam và 2 nữ. Tính xác suất để

- A: 2 người trúng tuyển là nam
- B: 2 người trúng tuyển là nữ
- C: Ít nhất một người trúng là nữ
- D: Ít nhất một người trúng tuyển là nam
- E: Một người trúng tuyển là nam, 1 người trúng tuyển là nữ

Ví dụ

Có 3 quán cơm giống nhau tại trường. Có sinh viên A, B, C, mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán cơm để ăn. Tính xác suất:

- A: Cả 3 người cùng vào 1 quán.
- B: Ít nhất 2 người cùng vào 1 quán.
- C: Mỗi người vào 1 quán.

Xác suất của một biến cố

- Định nghĩa theo tần suất:

Gọi *k*(A) là số lần xuất hiện biến cố A trong *n* lần thử **C**

fn(A): tần suất xuất hiện của biến cố A:

$$fn(A) = \frac{k(A)}{n}$$

Xác suất của biến cố A:

$$P(A) = \lim_{n \to +\infty} fn(A)$$

Ví dụ

- Để xác định xác suất một sinh viên khoa Cơ xin được việc sau khi ra trường, người ta theo dõi 1000 sinh viên và thấy có 850 sinh viên xin được việc. Vậy xác suất cần tìm xấp xỉ bằng:

  P(Sinh viên khoa cơ xin được việc) = 850/1000

- Ví dụ từ sinh viên

Tiên đề xác suất

Nhà toán học Nga Kolmogorov đưa ra một số tiên đề sau:

1. Mọi biến cố A:

$$0 \le P(A) \le 1$$

2. $P(\Omega) = 1; P(\varnothing) = 0$

3. Nếu A1, A2,…An là các biến cố đôi một xung khắc với nhau

$$P\left(\bigcup_{i=1\ldots n} Ai\right) = \sum_{i=1\ldots n} P(Ai)$$

Các qui tắc tính xác suất

- Qui tắc cộng cho các biến cố xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- Qui tắc cộng tổng quát

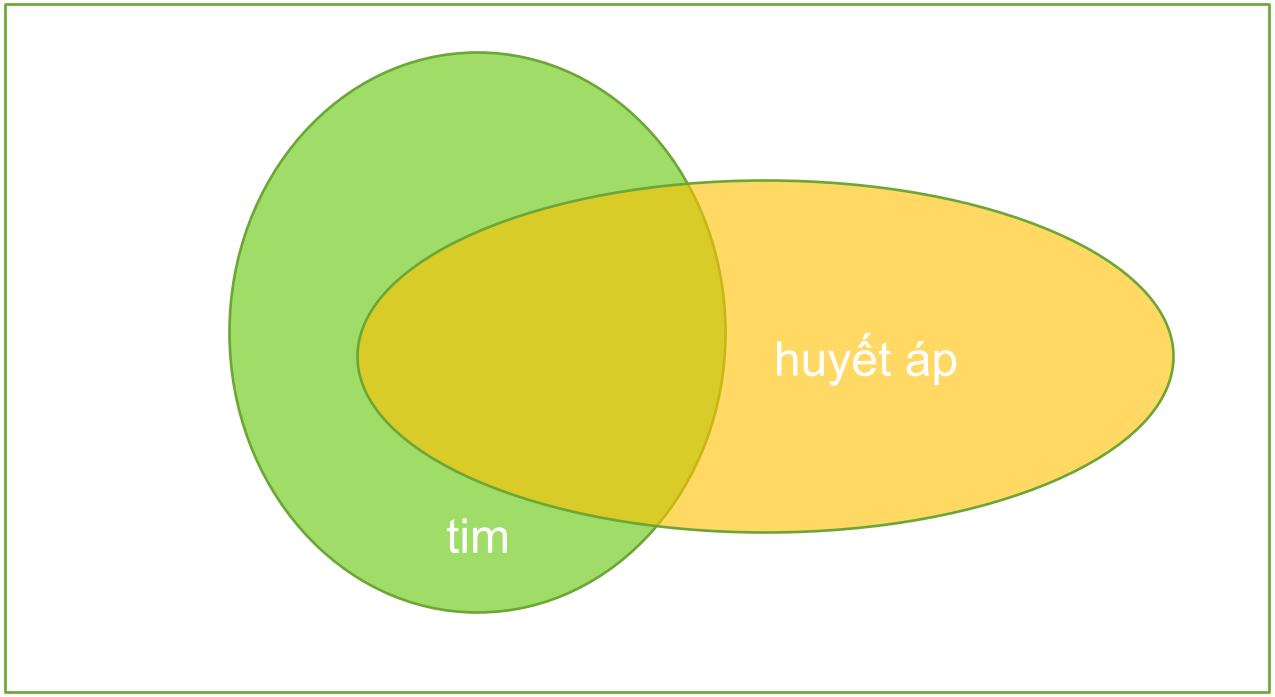
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

- Qui tắc chuyển sang biến cố đối

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

Ví dụ

- Một vùng dân có 9% mắc bệnh tim, 12% mắc huyết áp, 7% mắc cả hai bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người dân vùng đó. Xác suất người đó không mắc bệnh nào ?



Ví dụ

Ba bạn A, B, C học cùng lớp rủ nhau đi xem phim vào tối thứ bảy. Biết rằng xác suất:

- P(A đi xem) = 0.5
- P(B đi xem) = 0.7
- P(C đi xem) = 0.6
- P(A và B cùng đi xem) = 0.3
- P(A và C cùng đi xem) = 0.2
- P(B và C cùng đi xem) = 0.3
- P(A, B và C cùng đi xem) = 0.1

Tính xác suất:

- Cả 3 cùng không đi xem
- Đúng 2 trong 3 người đi xem
- Chỉ có 1 người đi xem