UNAHUR
UNIVERSIDAD NACIONAL
DE HURLINGHAM

Matemática I

CLASE N°1

Ing. Marcela Bellani
UNAHUR | 2021

En esta clase desarrollaremos el siguiente tema:

LÓGICA SIMBÓLICA

Introducción

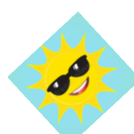
"Matemática I" es una introducción a la Matemática Discreta la cual proporciona los contenidos matemáticos necesarios para la comprensión, aplicación y resolución de problemas vinculados con las Ciencias de la Computación y la informática. Sus fundamentos están dados por la lógica matemática, los conjuntos y las funciones. El resto de los temas se construyen a partir de ellos.
Durante la primera clase trabajaremos con Lógica proposicional.

Proposición

Una proposición es una oración declarativa [1]que es verdadera o falsa pero no ambas cosas a la vez.
Por lo general, a las proposiciones se las representa por las letras del alfabeto desde la letra p, es decir, p, q, r, s, t, ... etc. Así, por ejemplo, podemos citar las siguientes proposiciones y su valor de verdad:

p: $10 + 5 = 21$ (F)

q: Buenos Aires es la capital de Argentina. (V)



r: La Tierra gira alrededor del sol. (V)

s: $7 \geq 21$. (F)

Expresiones No Proposicionales

Son aquellos enunciados a los que no se les puede asignar un valor de verdad. Entre ellos tenemos a los exclamativos, interrogativos o imperativos.
Por ejemplo:

[1] Son las oraciones que cumplen una función informativa, es decir, las que afirman o niegan algo.

- ¡Qué calor!
- ¿Qué hora es?
- Prohibido fumar
- Borra el pizarrón.
- X < 12
- Ella es muy creativa.

CLASIFICACIÓN DE LAS PROPOSICIONES

Aquellas proposiciones que constan o se les puede representar por una sola variable, se llaman proposiciones ***simples o atómicas***. Por ejemplo, sea la proposición "**p**: 3 + 6 = 9" es una proposición simple o atómica. Por eso, la simbolizamos simplemente como **p**

Cuando una proposición consta de dos o más enunciados simples, se le llama proposición ***compuesta o molecular***. Así, por ejemplo, en:

$$\underbrace{\textit{Messi es argentino}}_{p} \quad y \quad \underbrace{\textit{jugador de football}}_{q}$$

encontramos dos enunciados. El primero (**p**) nos afirma que Messi es argentino y el segundo (**q**) que Messi es jugador de football.

> Es decir, las proposiciones compuestas se construyen con proposiciones simples y operadores que se denominan **conectivos lógicos**.

En el ejemplo son proposiciones simples **p**, **q** siendo "**y**" el conector.

Operadores lógicos

En el siguiente cuadro se presentan los conectivos lógicos con su respectivo nombre y el modo de leerlo.

Conectivo	Nombre	Se lee
$\neg$	Negación	No
$\wedge$	Conjunción o producto lógico	Y
$\vee$	Disyunción inclusiva o suma lógica	O inclusivo
$\Rightarrow$	Implicación	Si…entonces…
$\Leftrightarrow$	Doble implicación	Si y sólo si
$\veebar$	Disyunción excluyente	O exclusivo

Algunas formas de la disyunción inclusiva, p ∨ q ,son:

p o q

p ∨ q

p o bien q

p u q

entre otras.

Algunas formas de la conjunción son:

$p \wedge q$

p además de q

p también q

p así como q

p pero q

entre muchas otras.

En el caso particular de la "implicación", p → q, se puede encontrar como los siguientes términos gramaticales:

"si p, entonces q",

"p sólo si q",

"p solamente si q",

"q si p", "si p, q",

"q con la condición de que p",

"q cuando p", "q siempre que p",

"q cada vez que p",

"q ya que p",

"q debido a que p",

"q puesto que p",

"q porque p",

"se tiene q si se tiene p",

"sólo si q, p",

"q, pues p",

$p \longrightarrow q$

"cuando p, q",

"los p son q",

"p implica q",

"p es condición suficiente para q"

“q es condición necesaria para p”

o cualquier expresión que denote causa y efecto.

En el caso de la doble implicación $p \leftrightarrow q$ se puede encontrar como:

p es condición necesaria y suficiente para q

p siempre y cuando q

p entonces y solo entonces q

P<—> q

p es idéntico a q

p equivale a q

entre otras

Veamos ejemplos en lenguaje coloquial y simbólico de cada uno de los conectores lógicos.

1.Negación

Si la proposición es: Federer juega al básquet. Su negación es la proposición Federer no juega al básquet.

En este caso, la negación se obtiene colocando la palabra no delante del verbo de la proposición dada.

También se puede obtener la negación anteponiendo a la proposición dada la conectiva “no se cumple que”. Para nuestro ejemplo quedaría No se cumple que Federer juega al tenis.

Si p: Federer juega al básquet. Su negación se simboliza como $\neg p$

2.Conjunción

7 es un número impar **y** 7 no divide a 23

Siendo:

p:7 es un número impar

q:7 no divide a 23

entonces en símbolos la proposición del ejemplo es $p \wedge q$

3.Disyunción inclusiva

Los docentes **o** estudiantes universitarios serán favorecidos con un 20% de descuento en la inscripción del curso.

Este ejemplo lo podemos reescribir de la siguiente manera:

Los docentes serán favorecidos con un 20% de descuento en la inscripción del curso **o** los estudiantes universitarios serán favorecidos con un 20% de descuento en la inscripción del curso.

En este caso, la palabra **o** se usa en sentido inclusivo puesto que no se niega la posibilidad de descuento a ambos (docentes y estudiantes universitarios)

Siendo:

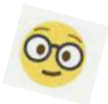
P: Los docentes serán favorecidos con un 20% de descuento en la inscripción del curso

q: los estudiantes universitarios serán favorecidos con un 20% de descuento en la inscripción del curso.

Por lo tanto, en símbolos la proposición del ejemplo es $p \vee q$

4.Disyunción excluyente

Agustina usa zapatillas **o** sandalias para ir a la Universidad.



En este caso, la palabra **o** se usa en sentido excluyente puesto que no es posible que Agustina use simultáneamente ambas (zapatillas y sandalias) para ir a la universidad.

Siendo:

p: Agustina usa zapatillas para ir a la Universidad.

q: Agustina usa sandalias para ir a la Universidad.

entonces en símbolos la proposición del ejemplo es $p \underline{\vee} q$

5.Implicación

Si Mariano va de vacaciones a Misiones, **entonces** conocerá las Cataratas.

Esta proposición tiene por antecedente a Mariano va de vacaciones a Misiones y por consecuente a conocerá las Cataratas.

Siendo:

p: Mariano va de vacaciones a Misiones.

q: Mariano conocerá las Cataratas.

Por lo tanto, en símbolos la proposición del ejemplo es $p \rightarrow q$

6.Doble implicación

Un polígono es cuadrilátero **si y solo si** tiene cuatro lados.

Siendo:

p: Un polígono es cuadrilátero.

q: tiene cuatro lados.

Por lo tanto, en símbolos la proposición del ejemplo es $p \leftrightarrow q$

Ejercicios

1. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones?

1.1. x es un número entero.

1.2. ¿En qué provincia queda la ciudad de Pumamarca?

1.3. 12 + 5 es un número impar.

1.4. Ella ganó la Lotería.

Solución

1.1. No es proposición ya que no se puede asignar un valor de verdad porque x no está definida.

1.2. No es proposición ya que no se puede asignar un valor de verdad porque se trata de una pregunta

1.3. Es proposición ya que se puede asignar un valor de verdad. En este caso, la proposición es verdadera.

1.4. No es proposición ya que no se puede asignar un valor de verdad porque "Ella" no está definida.

2.Indicar cuáles de las siguientes proposiciones son compuestas:

2.1. En la Argentina no se han producido epidemias de viruela en los últimos diez años.

2.2. Juan no está bien informado o no quiere aceptar las noticias.

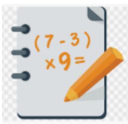
2.3. Comprendo los puntos de vista de Marta, pero no los comparto.

Solución

2.1. Proposición compuesta. En símbolos: $\neg p$

2.2. Proposición compuesta. En símbolos: $\neg p \vee \neg q$

2.3. Proposición compuesta. En símbolos: $p \wedge \neg q$



3. Escriba en forma simbólica las siguientes proposiciones dadas en lenguaje coloquial.

3.1. Una condición necesaria para que el problema tenga solución es que a + b = 1 y n sea un número primo.

3.2. Si a + b = 1 y n es un número primo, entonces el problema tiene solución.

3.3. a + b = 1 y si n es un número primo entonces el problema tiene solución.

Solución

Siendo:

p: el problema tiene solución

q: a + b = 1

r: n es un número primo.

se simboliza como

3.1. $p \rightarrow (q \wedge r)$

3.2. $(q \wedge r) \rightarrow p$

3.3. $q \wedge (r \rightarrow p)$