Matemática I

CLASE N°2

Ing. Marcela Bellani
UNAHUR | 2021

En esta clase desarrollaremos el siguiente tema:

TABLAS DE VERDAD

Introducción

Para obtener el valor de verdad de una proposición compuesta se utilizan tablas de verdad[1] teniendo en cuenta cómo actúan los conectivos lógicos según las siguientes definiciones:

⌧ Negación

Dada una proposición p, se denomina la negación de p a otra proposición denotada por ~ p o ¬ p (se lee "no p").

Por ejemplo:

p: Juan estudia Matemática I

~ p: Juan no estudia Matemática I

Por lo que nos resulta sencillo construir su tabla de verdad:

p	~ p
V	F
F	V

Observación: aquí al valor V (verdadero) de p, la negación le hace corresponder el valor F (falso), y viceversa.

Se trata de una operación unitaria, pues a partir de una proposición se obtiene otra, que es su negación.

[1] La cantidad de renglones de una tabla de verdad se calcula haciendo 2^n siendo n igual a la cantidad de proposiciones simples de la proposición compuesta.

⌦ Conjunción

Dadas dos proposiciones p y q, se denomina conjunción de estas proposiciones a la proposición $p \wedge q$ (se lee "p y q"), cuya tabla de verdad es:

p	$\wedge$	q
V	V	V
F	F	V
V	F	F
F	F	F

Observación: la conjunción es verdadera sólo si lo son las dos proposiciones simples. En todo otro caso, es falsa.

POR EJEMPLO:

Sean las proposiciones simples:

p: Juan estudia Matemática I

q: Juan toma mate

Entonces la conjunción es $p \wedge q$: Juan estudia Matemática I y toma mate

⌦ Disyunción inclusiva

Dadas dos proposiciones p y q, la disyunción de las proposiciones p y q es la proposición $p \vee q$ cuya tabla de valor de verdad es:

p	$\vee$	q
V	V	V
F	V	V
V	V	F

F	F	F

Observación: La disyunción débil $\vee$ (***o*** inclusivo) es utilizada en sentido incluyente, ya que la verdad de la disyunción se da en el caso de que al menos una de las proposiciones sea verdadera. En el lenguaje ordinario la palabra ***o*** es utilizada en sentido incluyente o excluyente indistintamente. Para agotar toda posibilidad de ambigüedades, en matemática se utiliza la disyunción débil definida por la tabla precedente, que nos muestra que la disyunción sólo es falsa cuando ambas proposiciones son falsas, y la disyunción fuerte $\underline{\vee}$ (o excluyente)

POR EJEMPLO:

Sean las proposiciones simples:

p: Juan estudia Matemática I

q: Juan toma mate

Entonces la disyunción es $p \vee q$: Juan estudia Matemática I o toma mate

⌦ Disyunción excluyente

Disyunción excluyente o Diferencia simétrica de las proposiciones p y q es la proposición $p \underline{\vee} q$ (se lee "p o q en sentido excluyente") cuya tabla de valores de verdad es:

p	$\underline{\vee}$	q
V	F	V
F	V	V
V	V	F
F	F	F

Observación: la disyunción excluyente será falsa si las proposiciones simples tienen el mismo valor de verdad.

POR EJEMPLO:

Sean las proposiciones simples:

p: Juan usa zapatillas para ir a la UNAHUR

q: Juan usa ojotas para ir a la UNAHUR

Entonces la disyunción excluyente es p $\veebar$ q: Juan usa zapatillas u ojotas para ir a la universidad. Queda claro que sólo podremos usar uno solo de los dos tipos de calzado para ir a la universidad.

⌦ Implicación o Condicional

Implicación de las proposiciones p y q es la proposición p → q (si p entonces q) cuya tabla de valores de verdad es:

p	→	q
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	V	F

La proposición p se llama antecedente, hipótesis o premisa y la proposición q se llama consecuente, conclusión o tesis de la implicación o condicional.

Observación: la implicación sólo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

<u>POR EJEMPLO:</u>

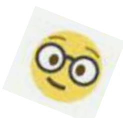
Sean las proposiciones simples:

p: Juan aprueba Matemática I

q: Me presta sus apuntes

Entonces la implicación es p → q: Si Juan aprueba I entonces me presta sus apuntes.

Nos interesa conocer la verdad o falsedad de esa implicación, en relación a la verdad o falsedad de las proposiciones p y q. El enunciado puede pensarse como



un compromiso, condicionado por p, y podemos asociar su verdad al cumplimiento del compromiso. Es evidente que, si p es F, es decir si Juan no aprueba Matemática I, queda liberado del compromiso y me preste o no sus apuntes la implicación es verdadera. Si p es verdadera, es decir si Juan aprueba Matemática I, y no me presta sus apuntes, el compromiso no se cumple y la proposición es falsa. Si p y q son verdaderas, entonces la proposición es verdadera pues el compromiso se cumple.

⌧ Doble condicional o bicondicional

Doble implicación de las proposiciones p y q es la proposición p ↔ q (se lee "p si y sólo si q") cuya tabla de valores de verdad es

p	↔	q
V	V	V
F	F	V
V	F	F
F	V	F

UNAHUR
UNIVERSIDAD NACIONAL
DE HURLINGHAM

Observación: la doble implicación o bicondicional sólo es verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

POR EJEMPLO:

Sean las proposiciones simples:

p: Juan aprueba Matemática I

q: Me presta sus apuntes

Entonces la doble implicación es $p \leftrightarrow q$: Juan aprueba Matemática I si y sólo si me presta sus apuntes.

Ejercicio

Para las siguientes proposiciones compuestas dar todos los posibles valores de verdad de las proposiciones simples de modo que resulten falsas:

1. $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow (s \vee t)$

$V([(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow (s \vee t)) = F$ por lo tanto $V([(p \wedge q) \wedge r]) = V$ y $V((s \vee t)) = F$

De donde V (p)=V; V (q)=V; V(r)=V; V(s)=F; V (t)=F

2. $[p \wedge (q \wedge r)] \rightarrow (s \wedge \neg t)$

$V([p \wedge (q \wedge r)] \Rightarrow (s \wedge \neg t))= F$ por lo tanto $V([p \wedge (q \wedge r)]) = V$ y $V((s \wedge \neg t)) = F$

De donde V (p)=V; V (q)=V; V(r)=V; V(s)=F y V (t)=V ó V(s)=F y V (t)=F ó V(s)=V y V (t)=V

Tautología, Contingencia y Contradicción

Al conjunto de proposiciones, conectivos lógicos y símbolos de agrupación lo denominamos **fórmula lógica**. Por ejemplo: $\sim \{(p \rightarrow q) \wedge (s \vee t)\}$

⌦ Tautología

Si al evaluar una fórmula lógica, resulta que todos los valores de verdad resultantes son siempre V independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen, decimos que dicha fórmula es una **Tautología** o **Ley lógica**.

EJEMPLO:

{ (p	→	q)	∧	p }	→	q
V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	F	F	V	F

⌦ Contradicción

Si al evaluar una fórmula lógica, resulta que para cualquier valor de verdad de las proposiciones intervinientes el resultado de dicha fórmula es siempre falso, decimos que dicha fórmula es una **Contradicción**.

EJEMPLO:

{ (p	˅	q)	˄	¬	(p	˅	q)
V	V	V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	V	V	F
F	F	F	F	V	F	F	F

⌧ Contingencia

Si una proposición no es una tautología ni una contradicción (es decir que contiene al menos un valor V y otro F) **es una contingencia**

EJEMPLO:

{ (p	˄	q)	˅	p }	→	q
V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	F	F	F	F	V	F