

Санкт-Петербургский государственный университет

Системное программирование

Группа 22.Б07-мм

Разработка MaxSMT решателя

Фомина Виктория Викторовна

Отчёт по учебной практике
в форме «Решение»

Научный руководитель:
доцент кафедры системного программирования, к.т.н., Ю. В. Литвинов

Консультант:
преподаватель, ИПКН, ИТМО В. Соболев

Санкт-Петербург
2023

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	5
2. Обзор	6
2.1. Определения и нотации, используемые в работе	6
2.2. Обзор алгоритмов решения задачи <i>MaxSMT</i>	6
3. Реализация	9
3.1. Взаимодействие MaxSMT решателя с нативным SMT решателем	9
3.2. API <i>MaxSMT</i> решателя и реализованные решатели . . .	10
3.3. Расширение тестового набора данных, оценивающего корректность решения задачи MaxSMT	10
4. Тестирование	12
Заключение	13
Список литературы	14

Введение

Во многих сферах профессиональной и научной жизни приходится решать задачи оптимизации.

Это, например, задача логистики — нахождение наименее ресурсоемкого плана. Или задача вероятностного вывода (англ. probabilistic inference) в статистике [7] — поиск наиболее вероятного объяснения. Задача обновления пакетов в ОС Linux [8] — поиск способа обновить наибольшее количество пакетов. И даже такие задачи как отладка параллельного кода [3], вывод типов в Python 3 [5] можно представить как задачи оптимизации.

Ясно, что существует необходимость в решении задач оптимизации формальными методами (потому что их много, и они везде встречаются). Оказывается, что многие задачи оптимизации можно представить в теориях или комбинациях теорий логики первого порядка [7, 5, 8, 4, 3].

Такие задачи можно закодировать в задачу *MaxSMT* — оптимизационную версию задачи выполнимости в теории (задача *SMT*).

Задачу *MaxSMT* можно поставить так:

- имеется набор утверждений H , выполнимость которых равносильна наличию решения задачи (как в задаче *SMT*);
- имеется набор утверждений S , которые могут не выполняться. При этом каждому утверждению из этого набора соответствует какой-то приоритет его выполнения — вес.

Важно понимать, что задача *MaxSMT* — сложная вычислительная задача.

- решение задачи *MaxSMT* требует многократно решать задачу *SMT*.
- сама задача *SMT* тоже имеет высокую вычислительную сложность и, более того, разрешима далеко не для всех теорий. Такие ограничения естественным образом приводят к тому, что *SMT*

решатели (далее решатели) обычно используют с ограничением по времени.

Обоснованно использовать *MaxSMT* решатели с ограничением по времени и в таком случае искать не оптимальное, а субоптимальное решение.

Также обоснованно для *MaxSMT* решателя иметь возможность переключения между *SMT* решателями. Ведь *SMT* решатели показывают разную производительность даже на одинаковых наборах входных данных¹. Естественно желание использовать результат решения того решателя, который может справиться с задачей быстрее.

Написание решателя задачи *MaxSMT* с возможностью поиска субоптимальных решений, поддерживающего переключение в между *SMT* решателями, и стало целью этой работы.

¹SMT-COMP 2023 — <https://smt-comp.github.io/2023/> (дата обращения: 10.10.2023)

1 Постановка задачи

Целью работы является разработка *MaxSMT* решателя с возможностью поиска субоптимальных решений.

Для её выполнения были поставлены следующие задачи:

1. изучить существующие алгоритмы, решающие задачу *MaxSMT*;
2. реализовать в KSMT один или несколько алгоритмов, решающих задачу *MaxSMT*;
3. расширить существующий тестовый набор данных для различных теорий, оценивающий корректность решения задачи *MaxSMT*;
4. оценить корректность реализации алгоритмов на основе расширенного тестового набора данных;
5. исследовать возможность поиска субоптимальных решений с помощью рассмотренных алгоритмов;
6. разработать субоптимальный решатель задачи *MaxSMT*.

2 Обзор

2.1 Определения и нотации, используемые в работе

Перечислим основные нотации, используемые в работе:

- Формула φ логики первого порядка выполнима будем записать как: формула φ SAT (англ. satisfiable).
- Формула φ логики первого порядка невыполнима будем записать как: формула φ UNSAT (англ. unsatisfiable).
- Модель – отображение $M : V \rightarrow \mathbb{B}$, где V – множество предметных переменных, а \mathbb{B} – множество истинностных значений.
- UNSAT ядро (или обоснование) – подмножество множества мягких ограничений (S), конъюнкция которых с ограничениями из множества жёстких ограничений (H) невыполнима.

2.2 Обзор алгоритмов решения задачи *MaxSMT*

Существует два основных подхода к решению задачи *MaxSMT*:

- основанный на итеративном улучшении моделей;
- основанный на получении UNSAT ядер (обоснований).

2.2.1 Подход к решению задачи *MaxSMT*, основанный на получении моделей

Идея решения задачи с помощью получения моделей состоит в получении модели и итеративном улучшении этой модели. Одним из алгоритмов, реализующим этот подход, является алгоритм WMax [2]. Основной недостаток такого подхода заключается в медленной сходимости, что доказывают различные статьи и соревнования *SMT* решателей, среди участников и победителей которых за последний годы не существует решателей на основе таких алгоритмов.

2.2.2 Подход к решению задачи *MaxSMT*, основанный на получении UNSAT ядер

Сформулируем идею решения задачи *MaxSMT* с использованием UNSAT ядер.

Пусть формула φ — конъюнкция ограничений из множества H и S . Тогда будем выполнять следующие шаги.

1. Проверяем, что конъюнкция ограничений из множества H SAT.
 - Если она UNSAT, то задача *MaxSMT* не имеет решения — конец.
2. Повторяем пока формула φ UNSAT.
 - (a) Проверяем формулу φ на выполнимость.
 - Если она SAT — конец. Найдено решение задачи *MaxSMT*.
 - (b) Ослабляем формулу φ таким образом, что больше мягких ограничений могут быть невыполнимыми.
 - Минимальное ослабление приведет к тому, что будет найдено решение задачи *MaxSMT*, если формула φ SAT.

Существует несколько подходов к получению минимального ослабления:

- использование ограничений на кардинальность;
- использование максимальной резолюции.

OLL судя по результатам соревнований MaxSAT Evaluation 2023² является наиболее эффективным алгоритмом, использующим в своей реализации ограничения на кардинальность. Тем не менее, ограничения на кардинальность поддерживаются далеко не во всех решателях, поэтому такой алгоритм не подходит для реализации MaxSMT решателя в KSMT.

²<https://maxsat-evaluations.github.io/2023/> (дата обращения: 10.11.2023)

Более универсальными являются MaxSMT решатели, использующие метод максимальной резолюции.

Метод максимальной резолюции – это правило вывода, которое как и обычный метод резолюции, берет две формулы и выводит из них новую. Однако в отличие от обычного метода резолюции, метод максимальной резолюции:

- удаляет исходные формулы;
- выводит множество новых формул.

Первым таким алгоритмом, и до сих пор эффективным согласно результатам соревнований MaxSAT Evaluation за последние несколько лет, является алгоритм PMRes [6] и его модификации [1].

3 Реализация

3.1 Взаимодействие MaxSMT решателя с нативным SMT решателем

Для реализации алгоритма *MaxSMT* была выбрана Kotlin-библиотека KSMT³ с открытым исходным кодом. Библиотека KSMT предоставляет унифицированный API к нескольким решателям и позволяет переключаться между ними в процессе решения задачи *SMT*, выбирая к качеству результата решение того решателя, который быстрее других справился с задачей (режим портфолио). Режим портфолио позволяет автоматически поддерживать переключение между *SMT* решателями в процессе решения задачи *MaxSMT*.

Рис. 1 показывает как взаимодействует *MaxSMT* решатель с нативными решателями. Например, программный интерфейс, реализованный поверх решателя Z3, позволяет вызывать решатель из JVM кода. В KSMT реализован конвертер, позволяющий переводить формулы из представления для решателя Z3 на языке Java в представление формул библиотеки KSMT.

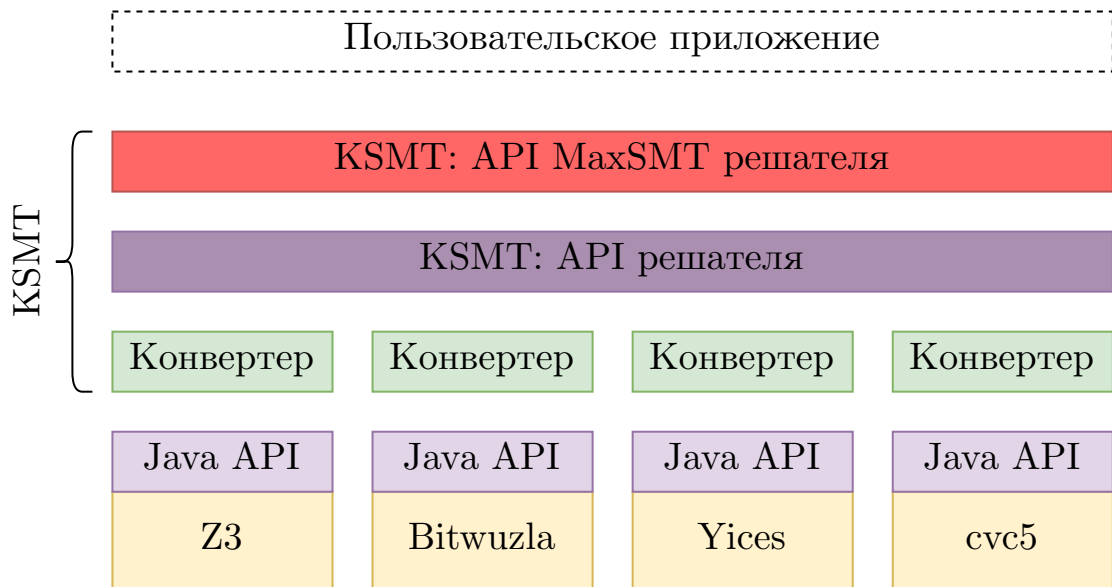


Рис. 1: Диаграмма взаимодействия *MaxSMT* решателя с нативным *SMT* решателем

³<https://ksmt.io/> (дата обращения: 10.10.2023)

3.2 API *MaxSMT* решателя и реализованные решатели

Основные возможности, которые предоставляет *MaxSMT* решатель (Рис. 2):

- добавить ограничение, которое должно выполняться;
- добавить ограничение с весом;
- попытаться решить задачу *MaxSMT*.

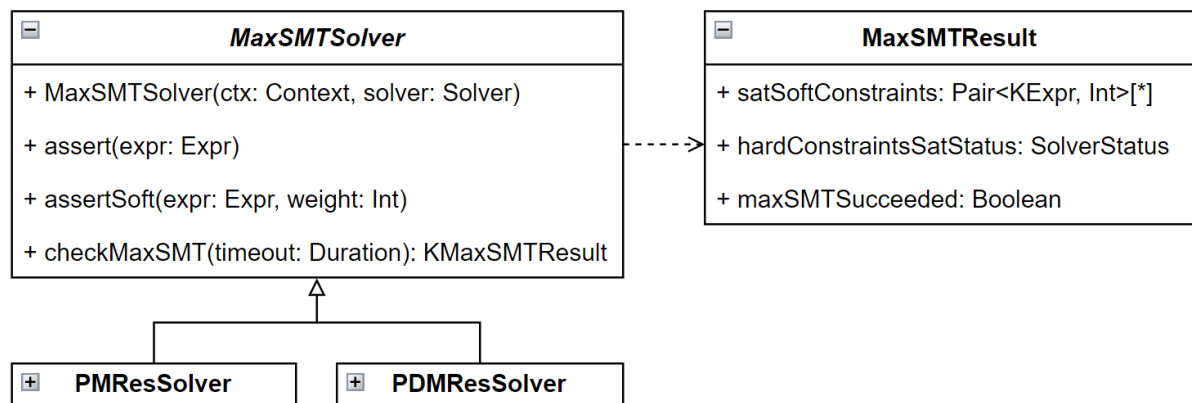


Рис. 2: Диаграмма классов *MaxSMT* решателя

3.3 Расширение тестового набора данных, оценивающего корректность решения задачи *MaxSMT*

Для оценки корректности реализованных алгоритмов был настроен прогон на тестовом наборе данных для задачи *MaxSAT*⁴.

Было реализовано два *MaxSMT* решателя: на основе алгоритмов **PMResSolver** и **PDMResSolver**.

Также был создан тестовый набор данных для задачи *MaxSMT* для бескванторных фрагментов таких теорий как: теории массивов, битовых векторов, неинтерпретированных функций, чисел с плавающей

⁴<https://maxsat-evaluations.github.io/2023/> (дата обращения: 10.10.2023)

точкой, линейной целочисленной и рациональной арифметик (а так же различных комбинаций этих теорий).

Тестовый набор данных был создан следующим образом:

1. был преобразованный тестовый набор данных для задачи SMT^5 ;
2. был запущен $MaxSMT$ решатель νZ (часть Z3).

⁵<https://smtlib.cs.uiowa.edu/benchmarks.shtml> (дата обращения: 10.10.2023)

4 Тестирование

Корректность реализованных алгоритмов была оценена на тестовом наборе данных для задачи *MaxSAT*.

Заключение

В текущем семестре были выполнены следующие задачи: Для её выполнения были поставлены следующие задачи:

1. изучить существующие алгоритмы, решающие задачу *MaxSMT*;
2. реализовать в KSMT один или несколько алгоритмов, решающих задачу *MaxSMT*;
3. расширить существующий тестовый набор данных для различных теорий, оценивающий корректность решения задачи *MaxSMT*.

Следующие задачи планируется выполнить в последующие семестры:

1. оценить корректность реализации алгоритмов на основе расширенного тестового набора данных;
2. исследовать возможность поиска субоптимальных решений с помощью рассмотренных алгоритмов;
3. разработать субоптимальный решатель задачи *MaxSMT*.

Список литературы

- [1] Bjorner Nikolaj, Narodytska Nina. Maximum satisfiability using cores and correction sets // Twenty-Fourth International Joint Conference on Artificial Intelligence. — 2015.
- [2] Børner Nikolaj S, Phan Anh-Dung. ν Z-Maximal Satisfaction with Z3. // Scss. — 2014. — Vol. 30. — P. 1–9.
- [3] Concurrency debugging with MaxSMT / Miguel Terra-Neves, Nuno Machado, Inês Lynce, Vasco Manquinho // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. — Vol. 33. — 2019. — P. 1608–1616.
- [4] Guerra João, Lynce Inês. Reasoning over biological networks using maximum satisfiability // International conference on principles and practice of constraint programming / Springer. — 2012. — P. 941–956.
- [5] MaxSMT-based type inference for Python 3 / Mostafa Hassan, Caterina Urban, Marco Eilers, Peter Müller // Computer Aided Verification: 30th International Conference, CAV 2018, Held as Part of the Federated Logic Conference, FloC 2018, Oxford, UK, July 14-17, 2018, Proceedings, Part II 30 / Springer. — 2018. — P. 12–19.
- [6] Narodytska Nina, Bacchus Fahiem. Maximum satisfiability using core-guided MaxSAT resolution // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. — Vol. 28. — 2014.
- [7] Park James D. Using weighted MAX-SAT engines to solve MPE // AAAI/IAAI. — 2002. — P. 682–687.
- [8] Solving linux upgradeability problems using boolean optimization / Josep Argelich, Daniel Le Berre, Inês Lynce et al. // arXiv preprint arXiv:1007.1021. — 2010.