Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра системного программирования

Группа 22М.07-мм

Лень Юлия Александровна

Разработка прототипа системы моделирования навигации роботов в условиях неопределенности

Отчёт по учебной практике

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., проф., О.Н. Граничин

Санкт-Петербург
2023

Оглавление

1. Введение

Роботизация в разных сферах жизни человека значительно выросла в последние годы. Активное развитие в науке и технике активно поспособствовало этому явлению. Сегодня роботы выполняют самый широкий круг задач: от сложных хирургических операций до доставки посылок в труднопроходимые местности. Однако, вместе с развитием технологий в области робототехники выявился ряд проблем, которые необходимо решать. Одной из таких является навигация роботов в условиях неопределенности.

Неопределенность может возникнуть из-за различных факторов, таких как изменение окружающей среды, неточность измерений в датчиках, наличие препятствий. В таких условиях традиционные методы навигации могут оказаться неэффективными, поэтому необходимо разрабатывать новые методы, которые смогут адаптироваться к изменяющимся условиям.

Одним из таких подходов является использование методов стохастической аппроксимации и рандомизированные алгоритмы [6, 11]. Такие алгоритмы позволяют случайным образом выбирать некоторые значения параметров, чтобы получить удовлетворяющий потребностям результат с некоторой вероятностью для задач из класса NP-hard. Также рандомизация наблюдений позволяет минимизировать влияние нерегулярных (почти произвольных) шумов (систематических ошибок) [1] на результат.

Например, Метод знако-возмущенных сумм (Sign-Perturbed Sums method, SPS) дает возможность по малому числу наблюдений построить доверительный интервал для оценки неизвестного параметра с заданным уровнем достоверности. Оригинальный метод был предложен для линейной модели наблюдений в статье Марко Кампи [7]. В рамках работы предлагается модернизация MSPS метода для решения задачи коррекции навигационной системы (НС).

Также прежде чем использовать алгоритмы на практике и реализовывать их в железе, необходимо проверить, как разработанный или существующий алгоритм будет вести себя. В связи с эти встает вопрос о разработке системы, где будет возможность промоделировать поведение робота с разными алогитмами и выбрать тот, который будет подходить в рамках поставленной перед роботом и человеком задачей.

2. Постановка задачи

Целью данной работы является разработка прототипа системы моделирования навигации роботов в условиях неопределенности. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- выполнить обзор методов в области моделирования навигации роботов;
- модернизировать метод знако-возмущенных сумм для навигационной задачи;
- разработать прототип системы моделирования для алгоритмов навигации в условиях неопределенности;
- апробировать в рамках прототипа модернизацию метода знако-возмущенных сумм.

3. Обзор

Навигация при разработке роботов является одной из наиболее важных задач. Широкий спектр задач, решаемых роботами, привел к широкой классификации внутри навигационных систем (НС), которые можно разделить на несколько видов категорий, в зависимости от разных критериев разбиения. По типу работы с координатами [2] НС разделяют на:

- глобальные НС;
- локальные НС;
- персональные НС.

В глобальных НС позиция робота рассчитывается в абсолютных координатах. Например, значения ширины и долготы при использовании GPS являются ярким примером такой системы. В локальных же наоборот, система выбирает некую условную точку начала координат и запоминает позиционирование относительно этой точки. В качестве примера можно вспомнить робота-пылесоса, у которого заранее известна ограниченная область, где он будет передвигаться, а точкой отсчета считает свою станцию. Персональная НС чаще всего используется для роботов-манипуляторов, так как положение объектов считается относительно частей робота.

Также в навигации системы подразделяют по принципу получения информации на активные и пассивные. Активные НС рассчитывают свое положение самостоятельно, в то время как пассивные получают эту информацию извне. Исходя из этого описания можно сделать вывод, что в большинстве случаев глобальные НС получают информацию пассивно, персональные — активно, а локальные могут быть как активными, так и пассивными.

Среди задач в области навигации стоит отметить задачу корректировки НС по данным датчика и карты, так как в последнее время ее актуальность растет. Интерес к ней вызван проблемой поиска альтернативы спутниковым системам и работой с зашумленными данными.

Задача корректировки НС с математической точки зрения представляет собой задачу оценки параметров некой системы, получающей информацию из некоего источника [4]. Среди алгоритмов оценки наиболее популярными в навигации являются фильтр Калмана [8, 9] и его вариации [12, 13]. Поскольку математическая задача позволяет применить стохастические алгоритмы, в рамках работы будет предложена модернизация метода знако-возмущенных сумм для коррекции НС. Данный метод позволяет строить оценки по малому числу наблюдений в условиях неопределенности.

4. Метод знако-возмущенных сумм

Метод знако-возмущенных сумм позволяет при малом количестве наблюдений построить доверительный интервал с заданной вероятностью. В этой главе рассмотрим модель наблюдения и сам метод.

4.1. Модель наблюдений

В качестве основной модели наблюдения возьмем постановку из статьи [10].

Для функции двух векторных аргументов $f(u, \theta)$: $u \in \mathbb{R}^k$ и $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^d$, $f : \mathbb{R}^k \times \Theta \to \mathbb{R}$ есть непрерывная производная во всех внутренних точках множества Θ. Для f заранее предполагается, что это достаточно адекватная модель, которая описывает систему с неизвестным параметром $\theta = \theta^*$, Именно этот параметр необходимо оценить. Соответственно для рассмотрения будет актуальна следующая модель наблюдений:

$$y_t = f(u_t, \theta^*) + v_t, \tag{1}$$

где $y_t \in \mathbb{R}$ — входы или наблюдения, $v_t \in \mathbb{R}$ — случайные внешние помехи с симметричным распределением, u_t — выходы или известный план наблюдений, который задается заранее, $\theta^* \in \Theta$ — истинное значение параметра, T — общее количество экспериментов, $t \in 1..T = \{1, 2, ..., T\}$ — номер эксперимента.

Задача метода по входам $u_1, ..., u_T$ и выходам $y_1, ..., y_T$, полученными в рамках эксперимента, построить доверительное множество $\hat{\Theta}_T \subseteq \Theta$ такое, что при заданном заранее уровне достоверности p выполняется условие: $P(\theta^* \in \hat{\Theta}_T) \geq p$.

4.2. Метод знако-возмущенных сумм

Метод знако-возмущенных сумм [3,7] предполагает выполнение инициализации параметров и формирование доверительного множества. Эти два шага являются основой алгоритма. На первом через эмпирически подобранные параметры M и q формируется доверительная вероятность p, $\beta_{i,t}$ — случайные величины (СВ) для построения вариантов возмущений системы. На втором шаге используется функция $SPS\_indicator(\theta)$, которая проверяет интервалы $\theta \in \mathbb{R}$ на валидность для итогового доверительного интервала.

Теперь рассмотрим детальнее шаги алгоритма:

4.2.1. Инициализация

1. Выбираем q и M — натуральные числа: $M > q > 0$. получаем доверительную вероятность по следующей формуле $p = 1 - q/M$.

2. Производим генерацию $(M-1)T$ случайных величин $\beta_{i,t} = \pm 1$: $P(\beta_{i,t} = 1) = P(\beta_{i,t} = -1) = 0.5$ для $t = 1..T$ и $i = 1..M$.

3. Применяем функцию $SPS\_indicator(\theta)$. Если функция вернула для θ функция вернула 1, то добавляем элемент в доверительное множество, иначе нет.
   Значит $\hat{\Theta}_t = \{\theta \in \mathbb{R}^d | SPS\_indicator(\theta) = 1\}$.

4.2.2. $SPS\_indicator(\theta)$

1. Считаем невязки для полученного θ: $\delta_t(\theta) = y_t - f(u, \theta), t = 1..T$.

2. Считаем сумму всех невязок с весом 1 $H_0(\theta)$, взвешенную сумму со сгенерированными ранее весами $\beta_{i,t}$ всех невязок $H_i(\theta)$ для $i \in 1..M$

$$H_0(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \delta_t(\theta) \tag{2}$$

$$H_i(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \beta_{i,t}\delta_t(\theta) \tag{3}$$

3. Возводим в квадрат значения $H_i(\theta), i \in 0..M$ и сортируем по возрастанию. Пусть $R(\theta)$ — это позиция $H_0^2(\theta)$ в этом упорядоченном множестве.

4. Если $R(\theta) \leq M - q$, то $SPS\_indicator(\theta)$, то отдаем 1, в другом случае 0.

Преимущество данного метода заключается в использовании малого количества наблюдений для получения интервала с заданной вероятностью.

5. Модернизация метода знако-возмущенных сумм

В этой главе будут описаны преобразования в модели наблюдения для задачи в коррекции навигационной системы.

5.1. Модель наблюдений в навигационной задаче

Рассмотрим задачу коррекции НС на плоскости по наблюдениям, предложенную в статье [5]. Пусть имеется НС с показаниями, подлежащими коррекции, карта и измеритель поля. Показания вырабатываются в дискретные моменты времени t_i с шагом Δt. Опишем модель наблюдений НС и модель показаний измерителя следующим образом:

$$\mathbf{y}_i^{NS} = \mathbf{X}_i + \boldsymbol{\Delta}_i \tag{4}$$

$$y_i^s = \phi(\mathbf{X}_i\ ) + \varepsilon_i^s + \varepsilon_i^m \tag{5}$$

где $\mathbf{y}_i^{NS}$ — показания НС, $\mathbf{X}_i$ — истинные координаты объекта, $\boldsymbol{\Delta}_i$ — погрешности НС (далее для простоты будем полагать, что они неизменны на время коррекции и обозначены $\boldsymbol{\Delta}$), y_i^s — показания измерителя поля, $\phi\left(\mathbf{X}_i\right)$ — известная нелинейная функция (карта), описывающая зависимость поля от $\mathbf{X}_i$, ε_i^s и ε_i^m — погрешности измерителя (s – sensor) и карты (m – map).

Опишем модель погрешностей (7) ε_i^s и ε_i^m вдоль траектории через марковские последовательности с формирующим фильтром (6):

$$\boldsymbol{\xi}_i^\eta = F^\eta \boldsymbol{\xi}_{i-1}^\eta + \Gamma^\eta w_{i-1}^\eta \tag{6}$$

$$\varepsilon_i^\eta = H^\eta \boldsymbol{\xi}_i^\eta + v_i^\eta \tag{7}$$

где $\eta = s, m; F^\eta, \Gamma^\eta, H^\eta$ — известные матрицы, w_i^η и v_i^η — порождающие и измерительные центрированные дискретные белые шумы с известными матрицами ковариаций.

Исходя из вышеописанных соотношений (4)–(7) опишем модель показаний с измерителя:

$$\mathbf{y}_i^s = \phi_i(\mathbf{\Delta}) + H^s \boldsymbol{\xi}_i^s + H^m \boldsymbol{\xi}_i^m + v_i^s \tag{8}$$

где $\phi_i(\mathbf{\Delta}) \equiv \phi(\mathbf{y}_i^{NS} - \mathbf{\Delta}_i)$; пусть карта не содержит белошумных погрешностей, поэтому $v_i^m = 0$. Принимая во внимание сделанные предположения, можно сформулировать задачу оценивания составного вектора $x_i = \left[\mathbf{\Delta}^T \quad (\boldsymbol{\xi}_i^s)^T \quad (\boldsymbol{\xi}_i^m)^T\right]$ по измерения (8). В задаче коррекции НС основной интерес представляет подвектор Δ, так как значения функции $\phi_i(\mathbf{\Delta})$ в среднем не равна нулю. Поэтому предложим модификацию схемы наблюдений, чтобы выделить центрированную часть в формуле с помощью рандомизации.

5.2. Модификация модели наблюдения

Ранее измерение производилось в момент времени $t_i = t_0 + i\Delta t$. Модернизируем процедуру. Пусть $\mathbf{\Delta} \backslash \Delta = \Theta$. Введем последовательность бернуллиевских случайных величин δ_i равных $+1$ или -1 с одинаковой вероятностью $\frac{1}{2}$ и зададим параметр; $0 < \alpha \ll \Delta t$. Новые точки измерения будем выбирать как $t_i = t_{i-1} + \Delta t + \alpha\delta_i$ (как и ранее, но со случайными сдвигами). Будем считать, что погрешность навигационной системы постоянная и пропорциональна длительности интервала, т.е. в формуле (4) заменяем $\mathbf{\Delta}_i$ не на некоторое постоянное $\mathbf{\Delta}$, а на $(\Delta t + \alpha\delta_i)\,\Delta$.

Теперь вместо модели наблюдений (8) для y_i^s можно рассмотреть новые наблюдаемые величины:

$$\bar{y_i^s} = \delta_i y_i^s = \delta_i \phi_i((\mathbf{\Delta}_t + \alpha\delta_i)\Theta) + \mathbf{\Delta}_i(H^s \boldsymbol{\xi}_i^s + H^m \boldsymbol{\xi}_i^m + v_i^s). \tag{9}$$

У функции $\phi_i(\cdot)$ теперь аргумент $(\delta t + \alpha\delta_i)\Delta$ вместо Δ и перед ней стоит сомножитель δ_i. Нас интересует только первое слагаемое формулы (9), так как второе своих свойств симметричности не теряет. Разложим в ряд Тейлора до первого члена первое слагаемое:

$$\delta_i \phi_i((\Delta t + \alpha\delta_i\ )\Theta) \approx \delta_i \phi_i(\Delta t \Theta) + \alpha\delta_i^2 \Theta grad\phi_i \tag{10}$$

Так как всегда $\delta_i^2 = 1$ и α малое значение, то получаем стандартную линейную схему оценивания параметра Θ с коэффициентом на фоне центрированной в статистическом смысле погрешности $\delta_i \phi_i(\Delta t \Theta)$, учитывая, что матожидание $\mathrm{E}\delta_i = 0$. Благодаря такой модели наблюдений мы можем применить метод знако-возмущенных сумм, для которого важно, чтобы шумы обладали симметричностью.

6. Заключение

В ходе работы в текущем семестре были выполнены следующие задачи:

- выполнен обзор методов в области моделирования в области навигации;
- предложена модернизация метода знако-возмущенны сумм.

Среди задач на следующих семестр стоит отметить:

- разработка прототипа системы моделирования навигации роботов;
- программная реализация алгоритмов и сравнение ряда методов с разработанной в текущем семестре модификацией.

Список литературы

[1] Граничин О.Н., Поляк Б.Т. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. — М.: Наука, 2003. — С. 291.

[2] Кремповский Павел Романович, Луцков Юрий Иванович. Навигационные системы автоматизированных робототехнических комплексов // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2016. — Т. 61, № 5. — С. 58–61.

[3] О возможности применения метода знако-возмущенных сумм для обработки результатов динамических испытаний / М.В. Волкова, О.Н. Граничин, Г.А. Волков, Ю.В. Петров // Вестник СПбГУ. — 2018. — Т. 63, № 1. — С. 30–40.

[4] Степанов О.А. Методы обработки навигационной измерительной информации. — СПб: Университет ИТМО, 2017. — С. 196.

[5] Степанов О. А., Носов А. С. Алгоритм коррекции навигационной системы по данным карты и измерителя, не требующий предварительного оценивания значений поля вдоль пройденной траектории // Гироскопия и навигация. — 2020. — Т. 54, № 2 (109). — С. 70–90.

[6] Calafiore G., Polyak B. Stochastic algorithms for exact and approximate feasibility of robust LMIs // IEEE Trans. Autom. Control. — 2001. — Vol. 46. — P. 1755–1759.

[7] Csáji B., Campi M., Weyer E. Sign-Perturbed Sums: A New System Identification Approach for Constructing Exact Non-Asymptotic Confidence Regions in Linear Regression Models // IEEE Transactions on Signal Processing. — 2015. — Vol. 63, no. 1. — P. 169–181.

[8] Kalman Rudolph Emil. A new approach to linear filtering and prediction problems. — 1960.

[9] Kalman Rudolph E, Bucy Richard S. New results in linear filtering and prediction theory. — 1961.

[10] Sign-perturbed sums approach for data treatment of dynamic fracture tests / Marina Volkova, G. Volkov, O. Granichin, Y. Petrov // 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC). — 2017. — P. 1652–1656.

[11] Tempo R., Calafiore G., Dabbene F. Randomized algorithms for analysis and control of uncertain systems. With applications. 2nd revised ed. — New York: Springer-Verlag., 2013. — ISBN: 978-1-4471-4609-4.

[12] A new quaternion-based Kalman filter for real-time attitude estimation using the two-step geometrically-intuitive correction algorithm / Kaiqiang Feng, Jie Li, Xiaoming Zhang et al. // Sensors. — 2017. — Vol. 17, no. 9. — P. 2146.

[13] Забегаев А Н, Павловский Владимир Евгеньевич. Адаптация фильтра Калмана для использования с локальной и глобальной системой навигации // Препринты Института прикладной математики им. МВ Келдыша РАН. — 2010. — no. 0. — P. 82–24.