



南京理工大学

# 编译原理

项欣光

计算机科学与工程学院





## 第5章 自底向上优先分析法

- 自底向上优先分析概述
- 简单优先分析
- 算符优先分析



- 自底向上分析方法，也称**移进-归约**分析法。
- 实现思想：
  - 对输入符号串自左向右进行扫描，并将**输入符**逐个**移入一个后进先出栈中**，边移入边分析，一旦**栈顶符号串形成某个句型的句柄或可归约串时**，就用该产生式的**左部非终结符****代替**相应右部的文法符号串，这称为**归约**。
  - 重复这一过程，直到栈中只剩文法的开始符号时，则分析成功，也就确认输入串是文法的句子。

**例1** 文法G[S]:

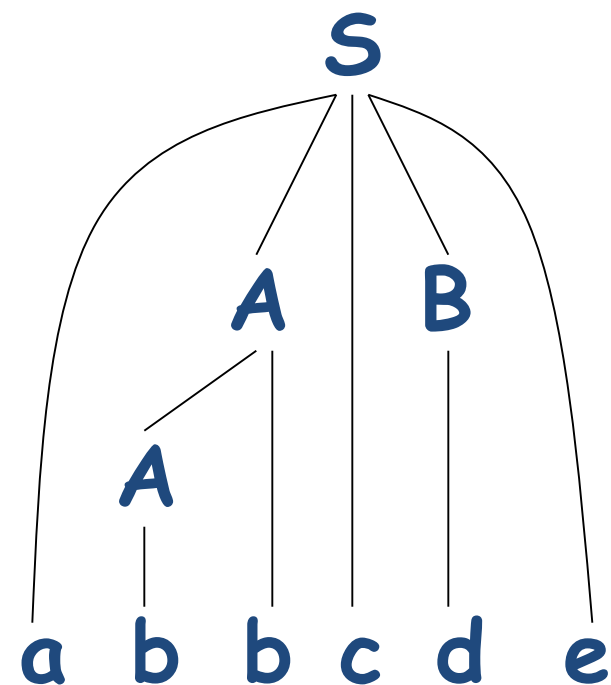
(1)  $S \rightarrow aAcBe$

(2)  $A \rightarrow b$

(3)  $A \rightarrow Ab$

(4)  $B \rightarrow d$

分析 abbcde



对输入串 #abbcde# 的移进-归约分析过程:

步骤	符号栈	输入符号串	动作
1)	#	abbcde#	移进
2)	#a	bbcd#	移进
3)	#ab	bcde#	归约( $A \rightarrow b$ )
4)	#aA	bcde#	移进
5)	#aAb	cde#	归约( $A \rightarrow Ab$ )
6)	#aA	cde#	移进
7)	#aAc	de#	移进
8)	#aAcd	e#	归约( $B \rightarrow d$ )
9)	#aAcB	e#	移进
10)	#aAcBe	#	归约( $S \rightarrow aAcBe$ )
11)	#S	#	接受



## 自底向上分析法

- 自底向上分析的**策略**：移进-归约分析。
  - **移进**就是将一个终结符推进符号栈
  - **归约**就是将0个或多个符号从栈中弹出，根据产生式将一个非终结符压入符号栈
- 移进-归约过程是规范推导（最右推导）的逆过程，所以它是**规范归约**。
- 何时移进？何时归约？
- 自底向上分析的**关键**：在分析过程中如何确定“句柄”。即：确定何时可以归约栈顶的符号串。



## 5.1 自底向上优先分析法概述

优先分析法分类：

- 简单优先分析法

- 先按照一定原则，求出文法所有符号（ $V_T$ 和 $V_N$ ）之间的优先关系；再按照这种关系确定归约过程中的句柄。
- 优点：规范归约，分析准确、规范
- 缺点：分析效率低，实用价值不大

- 算符优先分析法

- 先按照一定原则，求出文法所有 $V_T$ 之间的优先关系；归约时，只要遇到可归约串就归约。（并不考虑归约到哪个非终结符）
- 优点：分析速度快，特别适于表达式的分析
- 缺点：不是规范归约。（采取适当措施克服）



## 5.2 简单优先分析法

- 主要思想：

先按照一定原则，求出文法所有符号（ $V_T$ 和 $V_N$ ）之间的优先关系；再按照优先关系确定归约过程中的句柄。

- 实现步骤：

1. 拓广文法  $S' \rightarrow \#S\#$
2. [构造优先关系表](#)
3. 判断是否为[简单优先文法](#)
4. 根据优先关系表[分析句子](#)





## 优先关系

- $X \preceq Y$  : X与Y优先关系相等

不等价于  $Y \preceq X$

文法G中存在产生式  $A \rightarrow \dots XY \dots$

- $X \prec Y$  : X的优先性比Y小

不等价于  $Y \succ X$

文法G中存在产生式  $A \rightarrow \dots XB \dots$ ,

且  $B \xRightarrow{+} Y \dots$

- $X \succ Y$  : X的优先性比Y大

不等价于  $Y \prec X$

文法G中存在产生式  $A \rightarrow \dots BD \dots$ ,

且  $B \xRightarrow{+} \dots X$ ,  $D \xRightarrow{*} Y \dots$

注: 其中  $X, Y \in (V_T \cup V_N)$



# 构造优先关系表（优先关系矩阵）

例2 拓广后的文法G:

- (0)  $S' \rightarrow \#S\#$  //特殊:  $\# \equiv \#$ ,  $\# \lessdot$ 右相邻符号, 左相邻符号  $\gtrdot \#$
- (1)  $S \rightarrow bAb$
- (2)  $A \rightarrow (B$
- (3)  $A \rightarrow a$
- (4)  $B \rightarrow Aa$

求各符号之间的优先关系, 并求该文法的优先关系矩阵。

解题步骤:

1) 求各种优先关系

①求  $\equiv$  关系

在产生式右部找相邻的符号 $V_1V_2$ , 则  $V_1 \equiv V_2$

②求  $\lessdot$  关系

在产生式右部找 $V_TV_N$ 形式, 则  $V_T \lessdot a$ , 其中 $V_N \xRightarrow{*} a\dots$

在产生式右部找 $V_{N1}V_{N2}$ 形式, 则  $V_{N1} \lessdot a$ , 其中 $V_{N2} \xRightarrow{*} a\dots$

③求  $\gtrdot$  关系

在产生式右部找 $V_NV_T$ 形式, 则  $b \gtrdot V_T$ , 其中 $V_N \xRightarrow{*} \dots b$

在产生式右部找 $V_{N1}V_{N2}$ 形式, 则  $b \gtrdot V_{N2}$ , 其中 $V_{N1} \xRightarrow{*} \dots b$

2) 根据优先关系, 构造优先关系矩阵

# 构造优先关系表（优先关系矩阵）

例2 拓广后的文法G:

(0)  $S' \rightarrow \#S\#$

(1)  $S \rightarrow bAb$

(2)  $A \rightarrow (B$

(3)  $A \rightarrow a$

(4)  $B \rightarrow Aa$

1) 求各种优先关系

① 求  $\equiv$  关系

$\# \equiv \#, b \equiv A, A \equiv b, ( \equiv B, A \equiv a, a \equiv )$

② 求  $\lessdot$  关系

$\# \lessdot S, \# \lessdot b, b \lessdot a, b \lessdot (, ( \lessdot A, ( \lessdot a, ( \lessdot ($

③ 求  $\gtrdot$  关系

$S \gtrdot \#, b \gtrdot \#, a \gtrdot b, B \gtrdot b, ) \gtrdot b, a \gtrdot a, B \gtrdot a, ) \gtrdot a$

# 构造优先关系表（优先关系矩阵）

例2 拓广后的文法G:

(0)  $S' \rightarrow \#S\#$

(1)  $S \rightarrow bAb$

(2)  $A \rightarrow (B$

(3)  $A \rightarrow a$

(4)  $B \rightarrow Aa$

优先关系:

$\#=\#, b=A, A=b, (=B, A=a, a=)$

$\#<S, \#<b, b<a, b<(, (<A, (<a, (<($

$S>\#, b>\#, a>b, B>b, )>b, a>a, B>a, )>a$

2) 根据优先关系, 构造优先关系矩阵

	S	A	B	(	)	a	b	#
S								$\succ$
A						$\equiv$	$\equiv$	
B						$\succ$	$\succ$	
(		$\prec$	$\equiv$	$\prec$		$\prec$		
)						$\succ$	$\succ$	
a					$\equiv$	$\succ$	$\succ$	
b		$\equiv$		$\prec$		$\prec$		$\succ$
#	$\prec$						$\prec$	$\equiv$



# 简单优先文法的定义

满足以下条件的文法是简单优先文法

- (1) 在文法符号集 $V$ 中，任意两个符号之间最多只有一种优先关系。
- (2) 在文法中，任意两个产生式没有相同的右部。
- (3) 不含空产生式。

采用简单优先分析时，必须是简单优先文法。



# 简单优先分析法

构造相应优先关系矩阵，并将文法的产生式保存，设置符号栈S，算法步骤如下：

1. 将输入符号串  $a_1a_2a_3\dots a_n\#$  依次逐个存入符号栈S中，直到遇到栈顶符号  $a_i$  与下一个待输入符号  $a_j$  时为止。
2. 栈顶当前符号  $a_i$  为句柄尾，由此向左在栈中找句柄的头符号  $a_k$ ，即找到  $a_{k-1}$  与  $a_k$  为止。
3. 找到句柄  $a_k\dots a_i$ ，在文法的产生式中查找右部为  $a_k\dots a_i$  的产生式，若找到则用相应左部代替句柄，若找不到则为出错，这时可断定输入串不是该文法的句子。
4. 重复上述三步，直到归约完所有输入符号串为止。  
(此时栈中只剩文法的开始符号)

例2 文法G[S]:

(1)  $S \rightarrow bAb$

(2)  $A \rightarrow (B$

(3)  $A \rightarrow a$

(4)  $B \rightarrow Aa$

分析输入串 #b(aa)b#

	S	A	B	(	)	a	b	#
S								$\triangleright$
A						$\sqsubset$	$\sqsubset$	
B						$\triangleright$	$\triangleright$	
(		$\sqsubset$	$\sqsubset$	$\sqsubset$		$\sqsubset$		
)						$\triangleright$	$\triangleright$	
a					$\sqsubset$	$\triangleright$	$\triangleright$	
b		$\sqsubset$		$\sqsubset$		$\sqsubset$		$\triangleright$
#	$\sqsubset$						$\sqsubset$	$\sqsubset$

步骤	符号栈S	待输入符号串	动作
1)	#	b(aa)b#	#<b, 移进
2)	#b	(aa)b#	b<(, 移进
3)	#b(	aa)b#	(<a, 移进
4)	#b(a	a)b#	a>a, 归约 $A \rightarrow a$
5)	#b(A	a)b#	A=a, 移进
6)	#b(Aa	)b#	a=), 移进
7)	#b(Aa)	b#	)>b, 归约 $B \rightarrow Aa$
8)	#b(B	b#	B>b, 归约 $A \rightarrow (B$
9)	#bA	b#	A=b, 移进
10)	#bAb	#	b>#, 归约 $S \rightarrow bAb$
11)	#S	#	接受

[返回](#)



## 5.3 算符优先分析法

- 主要思想：  
对文法按照一定规则，求出 $V_T$ 之间的优先关系；再按照这种优先关系来确定可归约串。
- 实现步骤：
  1. 拓广文法  $S' \rightarrow \#S\#$
  2. 构造算符优先关系表
  3. 判断是否为算符优先文法（OPG文法）
  4. 根据优先关系表分析句子
- 优先函数  
为节约存储空间，用“优先函数”代替“优先关系表”



**E**  $\rightarrow$  **i**

- i的优先级最高
  - ↑优先级次于i，右结合
  - \*和/优先级次之，左结合
  - +和-优先级最低，左结合
  - 括号的优先级大于括号外的运算符，小于括号内的运算符
  - 内括号的优先性大于外括号
  - #的优先性低于与其相邻的算符
- |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ) | > | > | > | > | > |   | > |
| i | > | > | > | > | > |   | > |
| # | < | < | < | < | < | < |   |

### 算符优先关系表:

[illegible]



# 算符文法的定义

- 算符文法：上下文无关文法 $G$ 中**没有**形如  $A \rightarrow \dots BC \dots$  的产生式，其中  $B, C \in V_N$ ，则称  $G$  为算符文法（OG，Operator Grammer）。
- 性质1：在算符文法中任何句型都不包含两个相邻的非终结符。
- 性质2：如  $Ab$  或  $bA$  出现在算符文法的句型  $\alpha$  中，其中  $A \in V_N$ ， $b \in V_T$ ，则  $\alpha$  中任何含  $b$  的短语必含有  $A$ 。（但含 $A$ 的短语未必含 $b$ 。）



# 算符优先关系的定义

设 $G[S]$ 是一个不含 $\varepsilon$ 产生式的算符文法 $G$ 中

- $a \underline{\preceq} b$  : 当且仅当文法中含有形如  
 $A \rightarrow \dots ab \dots$  或  $A \rightarrow \dots aBb \dots$  的产生式
- $a \preceq b$  : 当且仅当文法中含有形如  
 $A \rightarrow \dots aB \dots$  的产生式, 且  $B \xRightarrow{+} b \dots$  或  $B \xRightarrow{+} Cb \dots$
- $a \succcurlyeq b$  : 当且仅当文法中含有形如  $A \rightarrow \dots Bb \dots$   
的产生式, 且  $B \xRightarrow{+} \dots a$  或  $B \xRightarrow{+} \dots aC$



# 算符优先文法的定义

- 设有一不含  $\varepsilon$  产生式的算符文法G，如果对任意两个终结符a和b之间至多只有  $\equiv$ 、 $\prec$ 、 $\succ$  三种关系的一种成立，则称 G是一个算符优先文法（OPG，Operator Precedence Grammar）。
  - 不含空产生式
  - 任何产生式右部不包含两个相邻的非终结符
  - 任何两个终结符之间优先关系唯一
- 算符优先文法是无二义的。



# 算符优先关系表的构造

定义法  
关系图法

定义法 构造算符优先关系表

(1) 定义 FirstVT 和 LastVT

$$\text{FirstVT}(B) = \{b \mid B \xRightarrow{+} b... \text{ 或 } B \xRightarrow{*} Cb...\}$$

$$\text{LastVT}(B) = \{a \mid B \xRightarrow{+} ...a \text{ 或 } B \xRightarrow{*} ...aC\}$$

(2) 求优先关系

$$a \sqsupset b \quad A \rightarrow \dots ab \text{ 或 } A \rightarrow \dots aBb \dots$$

$$a \sqless \text{FirstVT}(B) \quad A \rightarrow \dots aB \dots$$

$$\text{LastVT}(B) \sqgtr c \quad A \rightarrow \dots Bc \dots$$

(3) 构造优先关系表

#### 例4 文法G[E]

(0)  $E' \rightarrow \#E\#$

(1)  $E \rightarrow E+T$

(2)  $E \rightarrow T$

(3)  $T \rightarrow T * F$

(4)  $T \rightarrow F$

(5)  $F \rightarrow P \wedge F$

(6)  $F \rightarrow P$

(7)  $P \rightarrow (E)$

(8)  $P \rightarrow i$

构造算符优先  
关系表。

构造优先分析表的步骤:

1) 计算每个 $V_N$ 的 $\text{First}V_T$ 集和 $\text{Last}V_T$ 集

2) 求优先关系

- 求=关系

- 求<关系: 找 $\cdots aB\cdots$ ,  $a < \text{First}V_T(B)$

- 求>关系: 找 $\cdots Bc\cdots$ ,  $\text{Last}V_T(B) > c$

3) 构造优先关系表

## 例4 文法G[E]

(0)  $E' \rightarrow \#E\#$

(1)  $E \rightarrow E+T$

(2)  $E \rightarrow T$

(3)  $T \rightarrow T * F$

(4)  $T \rightarrow F$

(5)  $F \rightarrow P \wedge F$

(6)  $F \rightarrow P$

(7)  $P \rightarrow (E)$

(8)  $P \rightarrow i$

构造算符优先  
关系表。

$V_N$ 的FirstVT集合和LastVT集合

»  $\text{First}V_T(E') = \#$

»  $\text{First}V_T(E) = +, *, \uparrow, (, i$

»  $\text{First}V_T(T) = *, \uparrow, (, i$

»  $\text{First}V_T(F) = \uparrow, (, i$

»  $\text{First}V_T(P) = (, i$

»  $\text{Last}V_T(E') = \#$

»  $\text{Last}V_T(E) = +, *, \uparrow, i, )$

»  $\text{Last}V_T(T) = *, \uparrow, i, )$

»  $\text{Last}V_T(F) = \uparrow, i, )$

»  $\text{Last}V_T(P) = i, )$



#### 例4 文法G[E] 求优先关系

(0)  $E' \rightarrow \#E\#$

求=关系:  $\# = \#$  (0)  $( = )$  (6)

(1)  $E \rightarrow E+T$

求<关系 逐条扫描产生式, 寻找形如:  $A \rightarrow \cdots aB \cdots$  的产生式。

(2)  $E \rightarrow T$

(3)  $T \rightarrow T * F$

由于  $\underline{\#}E$  故  $\# < \text{First}V_T(E)$

(4)  $T \rightarrow F$

由于  $\underline{+}T$  故  $+ < \text{First}V_T(T)$

(5)  $F \rightarrow P \wedge F$

由于  $\underline{*}F$  故  $* < \text{First}V_T(F)$

(6)  $F \rightarrow P$

由于  $\underline{\uparrow}F$  故  $\uparrow < \text{First}V_T(F)$

(7)  $P \rightarrow (E)$

由于  $\underline{(}E$  故  $( < \text{First}V_T(E)$

(8)  $P \rightarrow i$

求>关系 逐条扫描产生式, 寻找形如:  $A \rightarrow \cdots B b \cdots$  的产生式。

由于  $E\underline{\#}$  故  $\text{Last}V_T(E) > \#$

由于  $E\underline{+}$  故  $\text{Last}V_T(E) > +$

• 由于  $T\underline{*}$  故  $\text{Last}V_T(T) > *$

• 由于  $P\underline{\uparrow}$  故  $\text{Last}V_T(P) > \uparrow$

• 由于  $E\underline{)}$  故  $\text{Last}V_T(E) > )$

构造算符优先  
关系表。

# 算符优先分析

举例: 利用例4的算符优先分析表分析句子  $\#i+i\#$

	+	*	^	(	)	i	#
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
^	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)	>	>	>		>		>
i	>	>	>		>		>
#	<	<	<	<		<	=

步骤	栈	优先关系	当前符号	待输入串	动作
1	#	<	i	+i#	移进
2	#i	>	+	i#	归约
3	#F	<	+	i#	移进
4	#F+	<	i	#	移进
5	#F+i	>	#		归约
6	#F+F	>	#		归约
7	#F	=	#		接受



## 算符优先分析

- 归约过程中，只考虑终结符之间的优先关系来确定句柄，而非终结符无关。这样去掉了单个非终结符的归约，所以用算符优先分析法的规约过程不是规范归约。
- 为解决在算符优先分析过程中如何寻找句柄，引进最左素短语的概念



# 最左素短语

- 素短语

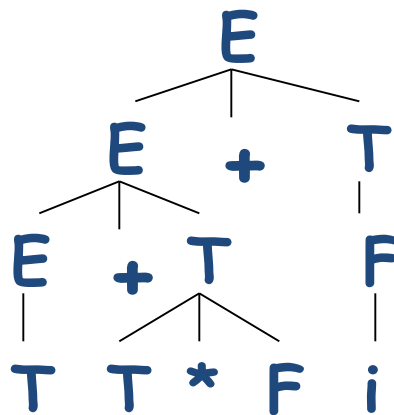
设有文法 $G[S]$ ，其句型的素短语是一个短语，它至少包含一个终结符，且除自身外不再包含其他素短语。

- 最左素短语：句型最左边的素短语。

文法 $G[E]$ :

- (1)  $E \rightarrow E + T$
- (2)  $E \rightarrow T$
- (3)  $T \rightarrow T * F$
- (4)  $T \rightarrow F$
- (5)  $F \rightarrow P \uparrow F$
- (6)  $F \rightarrow P$
- (6)  $P \rightarrow (E)$
- (7)  $P \rightarrow i$

求句型  $\#T+T*F+i\#$  的素短语。



短语:

~~$T+T*F+i$~~

~~$T+T*F$~~

~~$T$~~

$T*F$

$i$



# 算符优先分析的局限性

- 简单优先分析：是规范归约，关键是寻找当前句型的句柄，符号栈顶一旦形成句柄就归约。
- 算符优先分析：不是规范归约，关键是寻找当前句型的最左素短语，符号栈顶一旦形成最左素短语就归约。

因此，算符优先分析可能出现“错误的句子得到正确的归约”；并且一般语言的文法很难满足算符优先文法的条件。

结论：算符优先分析法只适用于表达式的语法分析。



# 优先函数

- 优点：优先函数比优先矩阵节省空间
  - 优先矩阵占用内存空间： $(n+1)^2$
  - 优先函数占用内存空间： $2(n+1)$
- 缺点：当发生错误时不能准确指出出错位置
- 优先函数的构造方法：
  - 由定义直接构造
  - 用关系图构造优先函数



# 优先函数的定义

- 定义两个函数  $f, g$ ，满足如下条件：
  - 当  $a \underline{=} b$ ，则令  $f(a) = g(b)$
  - 当  $a \ll b$ ，则令  $f(a) < g(b)$
  - 当  $a \gg b$ ，则令  $f(a) > g(b)$
- 由定义构造优先函数
  - a) 对每个终结符  $a$ ，令  $f(a) = g(a) = 1$
  - b) 若  $a \gg b$ ，而  $f(a) \leq g(b)$  则令  $f(a) = g(b) + 1$
  - c) 若  $a \ll b$ ，而  $f(a) \geq g(b)$  则令  $g(b) = f(a) + 1$
  - d) 若  $a \underline{=} b$ ，而  $f(a) \neq g(b)$  则令
$$\min(f(a), g(b)) = \max(f(a), g(b))$$
  - e) 重复 b - d，直到过程收敛（重复过程中，若有一个值大于 $2n$ ，表明该文法不存在算符优先函数）



## 求例4优先关系表 所对应的优先函数

	+	*	↑	(	)	i	#
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
↑	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)	>	>	>		>		>
i	>	>	>		>		
#	<	<	<	<		<	=

迭代次数		+	*	↑	(	)	i	#
0 (初值)	f	1	1	1	1	1	1	1
	g	1	1	1	1	1	1	1
1	f	2	4	4	1	6	6	1
	g	2	3	5	5	1	5	1
2	f	3	5	5	1	7	7	1
	g	2	4	6	6	1	6	1
3	f	同第 2 次迭代结果						
	g							



# 优先函数

- 1、同一文法的优先关系矩阵对应的优先函数不唯一
- 2、有些优先矩阵不存在对应的优先函数
- 3、利用优先函数进行句子分析时，
  - 若 $a$ 为栈顶符号， $b$ 为当前待输入符号
  - 当 $f(a) \leq g(b)$ 时， $b$ 移进
  - 当 $f(a) > g(b)$ 时，对栈顶进行归约



南京理工大学

谢谢各位同学！

